

9-10-2020

## ON ONE BOUNDARY PROBLEM ARISING DURING MODELING TO THE DYNAMICS OF SOIL MOISTURE AND GROUND WATER

Akmaljon Abdujalilovich Abdullaev

*Assistant of the Department of Higher Mathematics, Tashkent Institute of Irrigation and Agricultural Mechanization Engineers*

Follow this and additional works at: <https://uzjournals.edu.uz/namdu>



Part of the [Physical Sciences and Mathematics Commons](#)

---

### Recommended Citation

Abdullaev, Akmaljon Abdujalilovich (2020) "ON ONE BOUNDARY PROBLEM ARISING DURING MODELING TO THE DYNAMICS OF SOIL MOISTURE AND GROUND WATER," *Scientific Bulletin of Namangan State University*. Vol. 2 : Iss. 9 , Article 2.

Available at: <https://uzjournals.edu.uz/namdu/vol2/iss9/2>

This Article is brought to you for free and open access by 2030 Uzbekistan Research Online. It has been accepted for inclusion in Scientific Bulletin of Namangan State University by an authorized editor of 2030 Uzbekistan Research Online. For more information, please contact [sh.erkinov@edu.uz](mailto:sh.erkinov@edu.uz).

---

**ON ONE BOUNDARY PROBLEM ARISING DURING MODELING TO THE DYNAMICS  
OF SOIL MOISTURE AND GROUND WATER**

**Cover Page Footnote**

???????

**Erratum**

???????

ISSN:2181-0427

**ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ  
ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС  
ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ**

**НАМАНГАН ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ  
ИЛМИЙ АХБОРОТНОМАСИ**

**НАУЧНЫЙ ВЕСТНИК НАМАНГАНСКОГО  
ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА**



**2020 йил 9 сон**

Qurilmaning o'lchash xatoligi, xona temperaturasida solishtirma to'yinish magnitlanishi ma'lum bo'lgan nikel va kobaltga nisbatan taqqoslab aniqlandi. Tajriba natijalari 1 – jadvalda keltirilgan.

**Xulosa.** O'tkazilgan tadqiqot natijalari asosida, yaratilgan tajriba qurilmasidan foydalanib, magnit suyuqliklar magnitlanishining, magnit maydonga bog'liqligini yetarlicha aniqlikda o'lchash mumkin.

#### **Foydalanilgan adabiyotlar.**

1. Ibrahim Sharifi, H. Shokrollahi , S. Amiri. Ferrite-based magnetic nanofluids used in hyperthermia applications. Journal of Magnetism and Magnetic Materials 324 (2012) 903–915.
2. Kebede K. Kefeni , Titus A.M. Msagati, Bhekie B. Mamba. Ferrite nanoparticles: Synthesis, characterisation and applications in electronic device. Materials Science and Engineering B 215 (2017) 37–55.
3. Ladislau Vekas, Doina Bica, Mikhail V. Avdeev. Magnetic nanoparticles and concentrated magnetic nanofluids: Synthesis, properties and some applications. China Particuology 5 (2007) 43–49
4. Д. А. Великанов. Высокочувствительные методы исследования магнитных свойств кристаллических и плёночных магнитных систем. Вестник СибГАУ. № 1(53). 2014 147 – 154.
5. Simon Foner. Versatile and sensitive vibrating-sample magnetometer. The review of scientific instruments. № 7(30) 1959 548 – 557.
6. В. И. Чечерников. Магнитные измерения. Издательство московского университета – 1969, 18 – 19.

### **ОБ ОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ, ВОЗНИКАЮЩИХ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ К ДИНАМИКЕ ПОЧВЕННОЙ ВЛАГИ И ГРУНТОВЫХ ВОД.**

Абдуллаев Акмалжон Абдужалилович

ассистент кафедры «Высшая математика», Ташкентский институт инженеров ирригации и механизации сельского хозяйства

e-mail: [akmal09.07.85@mail.ru](mailto:akmal09.07.85@mail.ru) , Tel: +998933971239

**Аннотация:** В данной работе изучается нелокальная краевая задача с условием Пуанкаре для уравнения эллиптического – гиперболического типа второго рода, т.е. для уравнения, где линия вырождения является характеристикой. Благодаря математической содержательности и наличию многочисленных приложений при исследовании задач механики, физики, техники [1] и биологии, изучение краевых задач для вырождающихся уравнений эллиптического и уравнений смешанного типов находится в центре внимания специалистов по дифференциальным уравнениям с частными производными.

Далее выяснилось, что нелокальные краевые условия возникают в задачах прогнозирования почвенной влаги [2], при моделировании фильтрации жидкости в пористых средах [3], при математическом моделировании процессов излучения лазера и проблем физики плазмы [4], а также вопросов математической биологии [5].



**Ключевые слова:** динамика почвенной влаги, математическая моделирования, нелокальная краевая задача, условия Пуанкаре, уравнения эллиптического – гиперболического типа, уравнения второго рода.

## **ON ONE BOUNDARY PROBLEM ARISING DURING MODELING TO THE DYNAMICS OF SOIL MOISTURE AND GROUND WATER.**

Abdullaev Akmaljon Abdujalilovich

Assistant of the Department of Higher Mathematics, Tashkent Institute of Irrigation and Agricultural Mechanization Engineers

**Annotation:** *In this paper, we study a nonlocal boundary value problem with the Poincaré condition for an equation of elliptic - hyperbolic type of the second kind, i.e. for the equation where the line of degeneracy is the characteristic. Due to the mathematical content and the presence of numerous applications in the study of problems in mechanics, physics, technology [1] and biology, the study of boundary value problems for degenerate elliptic equations and equations of mixed type is in the focus of specialists in partial differential equations.*

*Further, it was found that nonlocal boundary conditions arise in the problems of predicting soil moisture [2], when modeling liquid filtration in porous media [3], in mathematical modeling of laser radiation processes and problems of plasma physics [4], as well as in questions of mathematical biology [5].*

**Key words:** *dynamics of soil moisture, mathematical modeling, nonlocal boundary value problem, Poincaré conditions, equations of elliptic - hyperbolic type, equations of the second kind.*

## **TUPROQ NAMLIGI VA YER OSTI SUVLARI DINAMIKASINI MODELLASHTIRISH PAYTIDA YUZAGA KELADIGAN BITTA CHEGARA MUAMMOSIDA.**

Abdullaev Akmaljon Abdujalilovich

Toshkent irrigatsiya va qishloq xo'jaligini mexanizatsiyalash muhandislari instituti  
Oliy matematika kafedrasida assistenti

**Annotatsiya:** *Ushbu maqolada biz ikkinchi turdagi elliptik - giperbolik tipidagi tenglama uchun Puankare sharti bilan noaniq chegara masalasini o'rganamiz, ya'ni. degeneratsiya chizig'i xarakterli bo'lgan tenglama uchun. Matematik tarkibi va mexanika, fizika, texnika [1] va biologiya masalalarini o'rganishda ko'plab dasturlarning mavjudligi sababli degenerativ elliptik tenglamalar va aralash tipdagi tenglamalar uchun chegara masalalarini o'rganish qisman differentsial tenglamalar bo'yicha mutaxassislarining diqqat markazida.*

*Keyinchalik, noaniq chegara sharoitlari tuproq namligini bashorat qilish muammolarida [2], g'ovakli muhitlarda suyuqlik filtratsiyasini modellashtirishda [3], lazer nurlanish jarayonlarini matematik modellashtirishda va plazma fizikasi muammolarida [4], shuningdek matematik biologiya masalalarida paydo bo'lishi aniqlandi [5].*

**Kalit so'zlar:** tuproq namligining dinamikasi, matematik modellashtirish, chegaraviy bo'lmagan chegara masalasi, Puanare sharoitlari, elliptik - giperbolik tipdagi tenglamalar, ikkinchi turdagi tenglamalar.

Исследование локальные и нелокальные краевые задачи с конормальной производной для уравнений смешанного эллиптико-гиперболического типа второго рода представляется весьма актуальным.

В данной статье мы продолжаем исследование, начатое нами в работе [5]- [10].

Рассмотрим уравнение

$$\text{sign}y|y|^m u_{xx} + u_{yy} = 0, \quad -1 < m < 0 \quad (1)$$

в области  $D = D_1 \cup D_2$ , где  $D_1$  – ограничена кривой  $\sigma$  при  $y > 0$  с концами в точках  $A(0,0)$ ,  $B(1,0)$  и отрезком  $AB(y=0)$ , а  $D_2$  – при  $y < 0$  ограничена тем же отрезком  $AB$  и характеристиками уравнения (1).

**Задача.** Требуется найти функцию  $u(x, y)$ , обладающую следующими свойствами:

1)  $u(x, y) \in C(\bar{D})$  – является регулярным решением уравнения (1) в области  $D_1$ , а в области  $D_2$  – обобщенным решением из класса  $R_2$  [1];

2) выполняется условие склеивание

$$-u_y(x, -0) = u_y(x, +0); \quad (2)$$

3) удовлетворяет следующим граничным условиям

$$\left\{ a(s)A_s[u] + b(s)u \right\} \Big|_{\sigma} = \varphi(s), \quad 0 < s < l, \quad (3)$$

$$D_{0x}^{1-\beta} u[\theta_0(x)] = c(x)u(x, 0) + f(x), \quad 0 < x < 1 \quad (4)$$

где  $s$  – длина дуги  $\sigma$ , отсчитываемой от точки  $B(1,0)$ , а  $a(s), b(s), \varphi(s), c(x), f(x)$  – заданные функции, причём

$$a(s)b(s) \geq 0, \quad 0 \leq s \leq 1, \quad a(s), b(s), \varphi(s) \in C[0, l],$$

а  $f(x)$  – может иметь особенность порядка меньше чем  $-2\beta$ , где  $\beta = \frac{m}{2(m+2)}$

Единственность решения задачи доказывается методом интегралов энергии[3]. Переходим к исследованию существование поставленной задачи.

Решение задачи в области  $D_1$  удовлетворяющие условия (3) и

$u|_{y=0} = \tau(x)$ , ( $0 \leq x \leq 1$ ) имеет вид[10]:

$$u(x, y) = \int_0^1 \tau(\xi) \frac{\partial}{\partial \eta} G_2(\xi, 0; x, y) d\xi + \int_0^l \frac{\varphi(s)}{a(s)} G_2(\xi, \eta; x, y) ds \quad (5)$$

где  $G_2(\xi, \eta; x, y)$  – функция Грина данной задачи в области  $D_1$ , а в области  $D_2$  решая видоизмененной задачи Коши для гиперболического уравнения, получим обобщенное решение из класса  $R_2$  [4]:

$$u(\xi, \eta) = \int_0^{\xi} (\eta - \zeta)^{-\beta} (\xi - \zeta)^{-\beta} T(\zeta) d\zeta + \int_{\xi}^{\eta} (\eta - \zeta)^{-\beta} (\zeta - \xi)^{-\beta} N(\zeta) d\zeta, \quad (6)$$

где

$$N(\zeta) = \frac{1}{2\pi \cos \pi\beta} T(\zeta) - \gamma_2 v(\zeta), \quad (7)$$

$$\gamma_2 = [2(1-2\beta)]^{2\beta-1} \frac{\Gamma(2-2\beta)}{\Gamma^2(1-\beta)}, \text{ а } T(\zeta) \text{ определяется из следующее}$$

определение:

**Определение.** Функция  $u(\xi, \eta)$  определённой формулой (6), называется обобщенным решением задачи Коши для уравнения (1) в области  $D_2$  из класса  $R_2$  [1], в котором  $\tau(x)$  имеет вид[5]:

$$\tau(x) = \int_0^x (x-t)^{-2\beta} T(t) dt$$

где  $v(x)$  и  $T(x)$  - непрерывные и интегрируемые функции в интервале (0;1) и  $T(x)$  - интегрируема на [0;1].

Из равенств (5) и (6) получаем следующие функциональные соотношения между  $\tau(x)$  и  $v(x)$  :

$$\begin{aligned} v(x) = \frac{k_2}{2\beta(2\beta-1)} & \left[ \frac{d}{dx} \int_0^x \frac{\tau'(t)}{(x-t)^{-2\beta}} dt + \frac{d}{dx} \int_x^1 \frac{\tau'(t)}{(t-x)^{-2\beta}} dt \right] - \\ & - k_2 \int_0^1 \frac{\tau(t) dt}{(t+x-2xt)^{2-2\beta}} + \int_0^1 \tau(t) \frac{\partial^2 H_2(t, 0; x, 0)}{\partial \eta \partial y} dt + \\ & + \int_0^1 \chi(s) \frac{\partial q_2(\xi, \eta; x, 0)}{\partial y} ds + \frac{k_2}{\beta(2\beta-1)} x^{2\beta} \tau'(0) \end{aligned} \quad (8)$$

и

$$\begin{aligned} \tau'(x) = -2\beta\gamma_3 & \int_0^x (x-t)^{-2\beta-1} v(t) dt - \\ & - 2\beta\gamma_3 \int_0^x (x-t)^{-2\beta-1} dt \int_0^t R(t, z) v(z) dz + F_0'(x) \end{aligned} \quad (9)$$

где

$$F_0(x) = \frac{1}{\Gamma(1-\beta)} \int_0^x (x-t)^{-2\beta} t^\beta f(t) dt + \frac{\lambda}{\Gamma(1-\beta)} \int_0^x (x-t)^{-2\beta} dt \int_0^t R(t, z) t^\beta f(z) dz,$$

а  $R(t, z)$  – есть резольвента следующего интегрального уравнения

$$T(x) = \lambda_1 \int_0^x K(x, t) T(t) dt + F(x),$$

$$\text{где } K(x, t) = (x-t)^{-2\beta} x^\beta c(x), \quad F(x) = \frac{x^\beta f(x)}{\Gamma(1-\beta)} + \gamma_3 v(x), \quad \lambda_1 = \frac{2}{\Gamma(-1\beta)},$$

$$\gamma_3 = 2\pi\gamma_2 \cos \pi\beta .$$

Существование решение задачи для уравнения (1) в силу (5) и (6) эквивалентно к разрешимости систем (8) и (9). Подставляя (8) в (9) после некоторых вычислениях, с учётом условия склеивания (2) и  $x^{2\beta} \tau'(x) = \rho(x)$ , получим сингулярное интегральное уравнение с ядром типа Коши [6-8]. Применяя известный метод регуляризации, получим интегральное уравнение Фредгольма второго рода, эквивалентное поставленной задаче, разрешимость которого следует из единственности решения сформулированной задачи [9].

**Выводы:** В статье представлены новые математические результаты, интересные для специалиста в данной области. Которые, можно использовать для составления некоторых моделей газовых и гидродинамических процессов, при прогнозировании почвенной влаги [2], при моделировании фильтрации жидкости в пористых средах.

#### Список литературы:

1. Islomov B. I., Abdullayev A. A. On a problem for an elliptic type equation of the second kind with a conormal and integral condition. *Nanosystems: Physics, Chemistry, Mathematics*, 2018, 9 (3), P. 307-318  
DOI 10.17586/22208054201893307318
2. Нахушев А.М. Об одном приближенном методе решения краевых задач для дифференциальных уравнений и его приложения к динамике почвенной влаги и грунтовых вод. // «Дифференциальные уравнения». 1982. Т.18. № 1. С.72-81.
3. Шхануков М.Х. О некоторых краевых задачах для уравнения третьего порядка, возникающих при моделировании фильтрации жидкости в пористых средах. // «Дифференциальные уравнения». 1982. Т. XVIII. № 4. С.689-699.
4. Bassanini P., Calaveri M. Contrazioni multi sistemi iperbolici, e probemia del laser // *Atti Semin. mat. e fis. Univ. Madena*. 1982. Vol. 31. №1. P.32-50
5. М.С. Салахитдинов, А.А. Абдуллаев О единственности решения задачи для одного уравнения третьего порядка смешанного типа второго рода// Доклады Адыгской (Черкесской) Международной Академии Наук ISSN: 1726-9946 Т: 13 №: 2, 2011г. С. 9-11
6. А.А. Абдуллаев, Н.М. Сафарбаева Об одной краевой задаче для уравнения смешанного типа второго рода // *Вестник НТУ "ХПИ". Серия: Информатика и моделирование*, 2018. – № 42 (1318). – С. 5-11.
7. А.А. Abdullayev. On the uniqueness of one boundary value problem for the elliptico-hyperbolic equation of the second kind. *Scientific Bulletin of Namangan State University* 1 (8), 3-9 (2019)
8. А.А. Абдуллаев О единственности решения задачи типа Франкля для уравнения эллиптико- гиперболического типа второго рода // *Вестник НТУ "ХПИ". Серия: Информатика и моделирование*. 2019. – № 13 (1338). –С. 5 – 12.
9. А.А. Abdullayev On uniqueness of a boundary value problem for an equation of elliptichyperbolic type of the second kind. *Bulletin of the Institute of Mathematics* (5), 30-35 p. 2018.
10. А.А. Абдуллаев, Т.Г. Эргашев. Задача Пуанкаре-Трикоми для уравнения смешанного эллиптико-гиперболического типа второго рода. *Вестник Томского*



## ГИПЕРБОЛИК ТЕКИСЛИКНИНГ ҲАРАКАТЛАРИ ГРУППАСИ ТАЪСИРИГА НИСБАТАН ЙЎЛЛАРНИНГ ЭКВИВАЛЕНТЛИГИ

Мўминов Қобилжон Қодирович, Жўрабоев Саидахбор Солижонович  
Ўзбекистон Миллий университети, Фарғона давлат университети  
Физика-математика фанлари доктори, профессор, Докторант PhD  
Тел: 98 367 41 55 e-mail: [m.muminov@rambler.ru](mailto:m.muminov@rambler.ru)  
Тел: 93 480 28 88 e-mail: [saidaxbor.juraboyev@mail.ru](mailto:saidaxbor.juraboyev@mail.ru)

*Аннотация:* Мақолада гиперболик текисликнинг ҳаракатлари группаси таъсирига нисбатан йўлларнинг эквивалентлик масаласи ўрганилган.

*Калит сўзлар:* йўл, эквивалентлик, дифференциал инвариант, проектив текислик.

## ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ ПУТЕЙ ОТНОСИТЕЛЬНО ДЕЙСТВИЯ ГРУПП ДВИЖЕНИЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОЙ ПЛОСКОСТИ

Муминов Кобилжон Кодирович, Журабаев Саидахбор Солижонович  
Узбекистан Национальный университет,  
Ферганский государственный университет  
Доктор физико-математических наук, профессор, Докторант PhD  
Тел: 98 367 41 55 e-mail: [m.muminov@rambler.ru](mailto:m.muminov@rambler.ru)  
Тел: 93 480 28 88 e-mail: [saidaxbor.juraboyev@mail.ru](mailto:saidaxbor.juraboyev@mail.ru)

*Аннотация:* В статье рассматривается проблема эквивалентности путей относительно действия группы гиперболических плоских движений.

*Ключевые слова:* путь, эквивалентность, дифференциал инвариант, проективные плоскость.

## EQUIVALENCE OF PATHES WITH RESPECT TO ACTION GROUP OF MOTION OF A HYPERBOLIC PLANE

Muminov Kobiljon Kodirjonovich, Jurabayev Saidakhbor Jurabayev  
Uzbekistan National University, Fergana State University  
Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, PhD doctorant  
Тел: 98 367 41 55 e-mail: [m.muminov@rambler.ru](mailto:m.muminov@rambler.ru)  
Тел: 93 480 28 88 e-mail: [saidaxbor.juraboyev@mail.ru](mailto:saidaxbor.juraboyev@mail.ru)

*Annotation:* The article considers the problem of equivalence of path with respect to the action of a group of hyperbolic plane motions.

*Key words:* path, equivalence, differential invariant, projective motions.

## МУНДАРИЖА

### ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ

01.00.00

### ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

### PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES

- 1 Magnit suyuqliklar magnitlanishini o'lchash tajriba qurilmasi  
Quvondiqov O.Q, Quvondiqov Sh. J, Qayumov X. A, Qirg'izov S. E..... 3
- 2 Об одной краевой задаче, возникающих при моделировании к динамике  
почвенной влаги и грунтовых вод.  
Абдуллаев А.А..... 9
- 3 Гиперболик текисликнинг ҳаракатлари группаси таъсирига нисбатан йўлларнинг  
эквивалентлиги  
Мўминов Қ.Қ, Жўрабоев С. С ..... 14
- 4 Muller's method for solving nonlinear functional equations with complex variables  
Salimov. Sh, Mavlonov. T ..... 20
- 5 Conservative schemes of the non-stationary problem for the optimal selection of the  
location of heat sources in the rod  
Tukhtasinov M, Khayitkulov B. K ..... 27

### КИМЁ ФАНЛАРИ

02.00.00

### ХИМИЧЕСКИЕ НАУКИ

### CHEMICAL SCIENCES

- 6 Сульфат-нитрат аммония и реологические свойства  
её расплава  
Маматалиев А. А, Примкулов Б.Ш, Ибрагимов А Б, Намазов Ш. С ..... 39
- 7 Кротон альдегиди ва о-аминобензой кислота асосида шифф асоси синтези ва  
уларнинг комплекс бирикмалари  
Назаров Н.И, Бекназаров Ҳ.С ..... 46
- 8 Твердое фосфорнокальциевое и жидкое азотносерное удобрения путем глубокой  
аммонизации фосфорнокислотной гипсовой пульпы  
Нуъмонов Б.О, Бадалова О. А, Намазов Ш С, Сейтназаров А. Р, Шамуратов С.Х..... 49
- 9 Комплексные соединения переходных металлов на основе продуктов конденсации  
ферроценоилацетона с гидразидами карбоновых кислот  
Умаров Б. Б, Сулаймонова З.А , Тиллаева Д. М ..... 58
- 10 Влияние различных сроков хранения консервированной эритроцитарной массы  
на ферментные показатели углеводного обмена.  
Убайдуллаева З.И, Турсунова Х. Р, Рузиев Ю.С, Уктамов М. Ф ..... 64

### БИОЛОГИЯ ФАНЛАРИ

03.00.00

### БИОЛОГИЧЕСКИЕ НАУКИ

### BIOLOGICAL SCIENCES

- 11 Жиззах вилояти агро-ландшафтларида тарқалган шилликқуртларнинг биологик  
хилма-хиллиги(ғаллаорол ва фориш туманлари мисолида)  
Абдурасулова С Ш , Базарова.Р.Ш..... 70
- 12 Минерал ўғитлар меъёрларини тупроқдаги азот динамикасига таъсири.  
Сулаймонов И.Ж Жураев А. А ..... 76