Scientific Bulletin of Namangan State University

Volume 1 | Issue 10 Article 11

10-10-2019

FIXED POINTS OF WHEN LINEAR OPERATORS MAPS

SHalola Musaevna Karimova
NamMQI

FIXED POINTS OF WHEN LINEAR OPERATORS MAPS

Cover Page Footnote

???????

Erratum

???????

CHIZIQLI OPERATOR $I_3 \to I_3$ AKSLANTIRGANDA I_3 NING QO'ZG'ALMAS NUQTALARI

Karimova Shalola Musaevna
NamMQI

Аннотация: *Idempotent matematika asosida oddiy arifmetik amallarni bazaviy amallarning (maksimum yoki minimum kabi) yangi to'plami bilan almashtirish yotadi, bunda sonlar maydoni idempotent yarim xalqalar va yarim maydonlar bilan almashadi.*

Kalit sozlar: *Maks-plus* $R_{\max}$ *va min-plus* $R_{\min}$ *algebralar tipik misollar bo'ladi.* $R-$ haqiqiy sonlar maydoni bo'lsin. Unda $R_{\max} = R \cup \{-\infty\}$ dagi amallar:

$$x \oplus y = \max\{x, y\} \text{ va } x \otimes y = x + y.$$

Shu kabi $R_{\min} = R \cup \{+\infty\}$ dagi amallar: $\oplus = \min,\ \otimes = +$.

Yangi qo'shish amali idempotent bo'ladi, ya'ni barcha x lar uchun $x \oplus x = x$.

Yuqorida berilgan idempotent qo'shish va ko'paytirish amalli $R_{\max} = R \cup \{-\infty\}$ ni qaraymiz. $(n-1)-$o'lchovli idempotent o'lchovlar simpleksini quyidagi tarzda aniqlaymiz:

$$I_n = \left\{(x_1, \dots x_n) \in R^n_{\max} : \max_{1 \le i \le n} x_i = 0\right\} = \left\{(x_1, \dots x_n) \in R^n_{\max} : x_1 \oplus \dots \oplus x_n = 1\right\}.$$

Quyidagi teorema I_n simpleksni o'zini-o'ziga akslantiradigan A chiziqli operatorlarning ko'rinishini bayon etadi. Ushbu teoremani isbotsiz keltiramiz.

В ОАБРАЖЁННОМ ЛИНЕЙНОМ $I_3 \to I_3$ ОПЕРАТОРЕ НЕИЗМЕННЫЕ ТОЧКИ I_3

Karimova SHalola Musaevna (NamMQI)

Аннотация: *Идемпотентная математика получается заменой простых арифметических операций для нового множества основными операциями (как максимум или минимум), в этом случае происходит обмен полями чисел с идентифицированными полукольцами и полутелами.*

Ключиве слово: *В качестве типичных примеров можно взять алгебры Макс-плюс и Мини-плюс.*

Пусть $R-$поле действительных чисел. Тогда операции в $R_{\max} = R \cup \{-\infty\}$ определяются следующим образом:

$$x \oplus y = \max\{x, y\} \text{ and } x \otimes y = x + y.$$

Аналогично определяются операции идемпотентного сложения и умножения в $R_{\min} = R \cup \{+\infty\}$, $\oplus = \min,\ \otimes = +$

Определим симплекс идемпотентной меры с размерностью $(n-1)-$ в следующем случае:

$$I_n = \left\{(x_1,...x_n) \in R^n_{\max} : \max_{1\le i\le n} x_i = 0\right\} = \left\{(x_1,...x_n) \in R^n_{\max} : x_1 \oplus ... \oplus x_n = 1\right\}.$$

Следующая теорема показывает форму операций, которые отображаются на себя. Мы даем эту теорему без доказательства.

FIXED POINTS OF I_3 WHEN LINEAR OPERATORS MAPS $I_3 \to I_3$

Karimova SHalola Musaevna (NamMQI)

Abstract: *Identpotent mathematics consists of changing simple arithmetic operations for a new set of main operations (as maximum or minimum), in this case a field of numbers exchange with idenpotent semirings and semifields.*

Abstract: *As typical examples we can take algebras Maks-plus $R_{\max}$ and min-plus $R_{\min}$.*

Let $R-$ be a field of real numbers. Then The operations in $R_{\max} = R \cup \{-\infty\}$ are in the following:

$$x \oplus y = \max\{x, y\} \text{ and } x \otimes y = x + y.$$

Similarly, The operations in $R_{\min} = R \cup \{+\infty\}$ are in the following:

$$\oplus = \min, \quad \otimes = +$$

We consider with $R_{\max} = R \cup \{-\infty\}$ idempotent addition and multiplication operations . We define a simlex of idempotent measures with $(n-1)-$ dimension in the following case:

$$I_n = \left\{(x_1,...x_n) \in R^n_{\max} : \max_{1\le i\le n} x_i = 0\right\} = \left\{(x_1,...x_n) \in R^n_{\max} : x_1 \oplus ... \oplus x_n = 1\right\}.$$

The following theorem show the form of the operations which maps of I_n to itself.
We give this theorem without the proof.

<u>Teorema1.</u> $A = (a_{ij})_{i,j=\overline{1,n}}$ chiziqli operator I_n ni o'zini-o'ziga akslantirishi uchun quyidagi shartlardan birini qanoatlantirishi zarur va yetarli:

1) $a_{ij} \ge 0$ va A matritsada hech bo'lmaganda 1 ta nol satr mavjud;
2) $a_{ij} \ge 0$ va A matritsaning barcha satr va ustunlarida bittadan ortiq bo'lmagan nolmas element mavjud. **[10]**

CHiziqli operator teoremani 2-shartini qanoatlantirganda I_3 ning qo'zg'almas nuqtalari.

1-hol. Faraz qilaylik, $a_{ij} = 0, i, j = 1,2,3, \ i \ne j$ bo'lsin, u holda $x_3 = 0$ va $Ax = x$ dan quyidagiga egamiz:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \begin{cases} a_{11}x_1 = x_1, \\ a_{22}x_2 = x_2. \end{cases} \quad (1)$$

Bu tenglamaning yechimlari $a_{11}=1$ va $a_{22}=1$. Demak 1-holda $a_{11}=a_{22}=1$ bo'lganda ixtiyoriy nuqta qo'zg'almas nuqta bo'ladi

2-hol. Faraz qilaylik, $a_{12}\neq 0,\ a_{21}\neq 0,\ a_{33}\neq 0$, qolgan $a_{ij}=0$ bo'lsin, u holda $x_3=0$ va $Ax=x$ dan quyidagiga egamiz:

$$\begin{pmatrix} 0 & a_{12} & 0 \\ a_{21} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \begin{cases} a_{12}x_2 = x_1, \\ a_{21}x_1 = x_2. \end{cases} \quad (2)$$

Bu tenglamani yechsak $\begin{cases} \dfrac{x_1}{x_2} = a_{12}, \\ \dfrac{x_2}{x_1} = a_{12}. \end{cases}$ yechimlar va $(0,0,0)$ qo'zg'almas nuqtalar bo'ladi.

3-hol. Faraz qilaylik, $a_{13}\neq 0,\ a_{21}\neq 0,\ a_{32}\neq 0$, qolgan $a_{ij}=0$ bo'lsin, u holda $x_3=0$ va $Ax=x$ dan quyidagiga egamiz:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & a_{13} \\ a_{21} & 0 & 0 \\ 0 & a_{32} & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \begin{cases} a_{13}x_3 = x_1, \\ a_{21}x_1 = x_2. \end{cases} \quad (3)$$

(3) tenglamada $x_1\neq 0$ va $x_3=0$ bo'lgani uchun (3) tenglama yechimga ega emas. Demak 3-holda $(0,0,0)$ dan boshqa qo'zg'almas nuqta mavjud emas.

4-hol. Faraz qilaylik, $a_{13}\neq 0,\ a_{22}\neq 0,\ a_{31}\neq 0$, qolgan $a_{ij}=0$ bo'lsin, u holda $x_3=0$ va $Ax=x$ dan quyidagiga egamiz:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & a_{13} \\ 0 & a_{22} & 0 \\ a_{31} & 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \begin{cases} a_{13}x_3 = x_1, \\ a_{22}x_2 = x_2. \end{cases} \quad (4)$$

(4) tenglamada $x_1\neq 0$ va $x_3=0$ bo'lgani uchun (4) tenglama yechimga ega emas. Demak 4-holda $(0,0,0)$ dan boshqa qo'zg'almas nuqta mavjud emas.

5-hol. Faraz qilaylik, $a_{11}\neq 0,\ a_{23}\neq 0,\ a_{32}\neq 0$, qolgan $a_{ij}=0$ bo'lsin, u holda $x_3=0$ va $Ax=x$ dan quyidagiga egamiz:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{23} \\ 0 & a_{32} & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \begin{cases} a_{11}x_1 = x_1, \\ a_{23}x_3 = x_2. \end{cases} \quad (5)$$

(5) tenglamada $x_2\neq 0$ va $x_3=0$

bo'lgani uchun (5) tenglama yechimga ega emas. Demak 5-holda $(0,0,0)$ dan boshqa qo'zg'almas nuqta mavjud emas.

6-hol. Faraz qilaylik, $a_{12} \neq 0,\ a_{23} \neq 0,\ a_{31} \neq 0$, qolgan $a_{ij} = 0$ bo'lsin, u holda

$$\begin{pmatrix} 0 & a_{12} & 0 \\ 0 & 0 & a_{23} \\ a_{31} & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \begin{cases} a_{12}x_2 = x_1, \\ a_{23}x_3 = x_2. \end{cases} \quad (6)$$

(6) tenglamada $x_2 \neq 0$ va $x_3 = 0$ bo'lgani uchun (6) tenglama yechimga ega emas. Demak 6-holda $(0,0,0)$ dan boshqa qo'zg'almas nuqta mavjud emas.

Teorema 2. Agar $A-$ chiziqli operator teoremani 2-shartini qanoatlantirsa, u holda $Ax = x$ tenglama yechimlari to'plami $(x_1, x_2, 0)$ bo'lganda $Fix(A)$ quyidagi ko'rinishga ega:

$$Fix(A) = \begin{cases} (x_1, x_2, 0) & agar \quad a_{11} = 1 \quad va \quad a_{22} = 1 \quad bo'lsa, \\ (x_1, x_2, 0), & agar \quad a_{12} = \dfrac{x_1}{x_2}, \quad a_{21} = \dfrac{x_2}{x_1} \quad bo'lsa, \\ (0,0,0), & qolgan \quad barcha \quad hollarda. \end{cases}$$

References:

1. M. Akian, Trans. Amer. Math. Soc. **351**, 4515 (1999).
2. J. M. Casas, M. Ladra and U. A. Rozikov, Linear Algebra Appl. **435** (4),852 (2011).
3. P. Del Moral and M. Doisy, Math. Notes. **69** (2), 232 (2001).
4. P. Del Moral and M. Doisy, Theory Probab. Appl. **43** (4), 562 (1998); **44** (2), 319 (1999).
5. R. L. Devaney, *An introduction to chaotic dynamical system* (Westview Press 2003).
6. R. N. Ganikhodzhayev, F. M. Mukhamedov and U. A. Rozikov, Infin. Dim. Anal., Quantum Probab. Related Topics. **14** (2), 279 (2011).
7. G. L. Litvinov and V. P. Maslov (eds.), Idempotent mathematics and mathematical physics (Vienna 2003), Contemp. Math., 377, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2005.
8. G. L. Litvinov, J. Math. Sciences. **140** (3), 426 (2007).
9. V. P. Maslov and S. N. Samborskii (eds.), Adv. Soviet Math. **13**, Amer. Math. Soc., Providence, RI, (1992).
10. U. A. Rozikov and M. M. Karimov, *Dinamics of Linear Maps of Idempotent Measures*, Lobachevskii Journal of Mathematics, **34**(1), (2013) 20–28.
11. A. N. Shiryaev, *Probability, 2 nd Ed.* (Springer, 1996).
12. M. M. Zarichnyi, Izvestiya: Mathematics. **74** (3), 481 (2010).