[Scientific Bulletin of Namangan State University](https://uzjournals.edu.uz/namdu)

Volume 1 | Issue 10 Article 9

10-10-2019

LOCAL LIMIT THEOREMS FOR SUMS OF CONTINUOUS RANDOM VARIABLES

Rashid Raximjonovich Polvonov
Namangan State University

Farxodjon Murodillaevich SHaripov
Namangan State University

LOCAL LIMIT THEOREMS FOR SUMS OF CONTINUOUS RANDOM VARIABLES

Cover Page Footnote

???????

Erratum

???????

УЗЛУКСИЗ ТАСОДИФИЙ МИҚДОРЛАР ЙИҒИНДИСИ УЧУН ЛОКАЛ ЛИМИТ ТЕОРЕМАЛАР

Полванов Рашид Рахимжанович,
Шарипов Фарҳоджон Муродиллаевич
Namangan davlat universiteti

Аннотация *Кўрилган масалаларнинг тадбиқлари муҳимлиги учун биз олинган теоремалардаги яқинлашиш тезликларини аниқлаймиз. Шу сабабли баҳоларни аниқлаш ва исботланган теоремаларда қатнашадиган С ўзгармас миқдорларнинг аниқ қийматини топиш ва бу қийматни минималлаштириш масаласи кўрилган.*

ЛОКАЛЬНЫЕ ТЕОРЕМЫ ПРЕДЕЛОВ ДЛЯ СУММ НЕПРЕРЫВНЫХ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН

Полванов Рашид Рахимжанович,
Шарипов Фарҳоджон Муродиллаевич
Наманганский государственный университет

Аннотация:*Ввиду важности реализации рассмотренных вопросов, мы определяем скорость сходимости в полученных теоремах. Поэтому считалось, что нужно найти точное значение константы С и минимизировать это значение, включенное в теоремы оценки.*

LOCAL LIMIT THEOREMS FOR SUMS OF CONTINUOUS RANDOM VARIABLES

Polvonov Rashid Raximjonovich,
SHaripov Farxodjon Murodillaevich
Namangan State University

Abstract *In view of the importance of the implementation of the issues discussed, we determine the rate of convergence in the obtained theorems. Therefore, it was believed that it was necessary to find the exact value of the constant C and minimize this value, which is included in the estimation theorems.*

$\xi_1, \xi_2, ..., \xi_n, ...$ узлуксиз тақсимланган тасодифий миқдорлар кетма-кетлиги бўлиб, улар $P(x)$ умумий зичлик функцияга ва чекли ўрта қиймат ҳамда дисперсияга эга бўлсинлар.

1-Теорема. $\{\xi_n\}$ боғлиқ бўлмаган тасодифий миқдорлар кетма-кетлиги умумий $F(x)$ тақсимот функцияга эга бўлсин ва уларнинг ўрта қийматлари ҳамда дисперсиялари чекли бўлиб, бирор n_0 - номердан бошлаб $\frac{S_n - A_n}{\sqrt{nD\xi_1}}$ йиғинди $\overline{P}_n(x)$ зичлик функцияга эга бўлсин.

$$\overline{P}_n(x) - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \to 0$$

муносабат $n \to \infty$ да $x(-\infty < x < \infty)$ га нисбатан текис бажарилиши учун $P_{n_0}(x) < \infty$ тенгсизликни қаноатлантирувчи n_0 соннинг топилиши зарур ва етарлидир.

$\{\xi_n\}$ – боғлиқмас, бир хил тақсимланган тасодифий миқдорлар кетма-кетлиги бўлиб, $F(x)$ уларнинг тақсимот функцияси ва $M\xi_1 = 0,\ D\xi_1 = \sigma^2 < \infty$ бўлсин.

Қуйидаги йиғиндиларни тузамиз.

$$S_n = \xi_1 + \xi_2 + \xi_3 + \ldots + \xi_n; \qquad \xi_n = \frac{S_n}{\sigma\sqrt{n}}.$$

S_n ва ξ_n йиғиндиларнинг зичлик функциялари (агар улар мавжуд бўлса) $P_n(x)$ ва $\overline{P}_n(x)$ каби белгилаймиз.

2-Теорема. $\{\xi_n\}$ боғлиқмас бир хил тақсимланган тасодифий миқдорлар кетма - кетлиги бўлиб, $F(x)$ уларнинг тақсимот функцияси бўлсин. Агар шундай n_0 сон топилсинки, $\sup\limits_x P_{n_0}(x) \le A$ ўринли бўлса, у ҳолда $n \ge 2n_0$ номерлар учун қуйидаги тенгсизлик ўринли:

$$\sup_x \left|\overline{P}_n(x) - \varphi(x)\right| \le \frac{C \cdot \sqrt{n_0} \cdot \beta_3 \max\left[1; \left(\sigma\sqrt{n_0}A\right)^3\right]}{\sigma^3\sqrt{n}},$$

бу ерда $\beta_z = M\,|\,\xi_1\,|^3$.

$n_0 = 1$ бўлган ҳолни кўриб ўтамиз.

$n_0 = 1$ ҳолда яқинлашиш тезлигини баҳолаш

Ушбу мақолада зичлик функциялари чегараланган тасодифий миқдорлар учун локал – лимит теоремалардаги яқинлашиш тезлигини аниқлашга доир теоремаларни келтирамиз.

$\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n, \ldots$ боғлиқмас бир хил тақсимланган тасодифий миқдорлар кетма-кетлиги бўлиб, бир хил $P(x)$ зичлик функцияга эга бўлсин, ҳамда

$$M\xi_1 = 0, \quad D\xi_1 = 1, \quad M|\xi|^3 < \infty, \quad \sup_x P(x) \le A$$

шартлар ўринли бўлсин.

$$\xi_n = \frac{(\xi_1 + \xi_2 + \ldots + \xi_n)}{\sqrt{n}}$$

тасодифий йиғиндининг зичлик функцияси $\overline{P}_n(x)$ бўлсин.

$\sup\limits_x P(x) \le A < \infty$ шарт анча оғир шарт бўлиб, барча зичлик функциялар ҳам бундай шартни қаноатлантиравермайди.

Қуйида бу шартга бўйсунувчи тасодифий миқдорларга мисол келтирамиз.

1) $M\xi_1 = 0,\ M\xi_1^2 = 1$ шартни қаноатлантирувчи нормал қонун билан тақсимланган тасодифий миқдорлар учун

$$P(x) = \varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{x^2}{2}}.$$

Бу функция учун

$$\sup_x |P(x)| = \sup_x \left| \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{x^2}{2}} \right| \le \frac{1}{\sqrt{2\pi}} = A.$$

2) ξ тасодифий миқдор Коши тақсимотига эга бўлса, унинг зичлик функцияси қуйидаги кўринишга эга:

$$P(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}, \qquad (-\infty < x < \infty).$$

У ҳолда

$$\sup_x |P(x)| = \sup_x \frac{1}{\pi(1+x^2)} \le \frac{1}{\pi} = A.$$

3) Агар ξ тасодифий миқдор икки ёқлама Лаплас қонуни билан тақсимланган бўлса, унга мос зичлик функция

$$P(x) = \frac{\lambda}{2} e^{-\lambda|x|}$$

кўринишда бўлади.
Бу ҳол учун:

$$\sup_x P(x) = \sup_x \frac{\lambda}{2} e^{-\lambda|x|} = \frac{\lambda}{2} \cdot e^{-\lambda \cdot 0} = \frac{\lambda}{2} = A,$$

бу ерда λ - тақсимот параметри.
Бундай мисолларни кўплаб келтиришимиз мумкин.
Энди $\sup_x P(x) \le A$ бўлган ҳол учун олинган натижаларни келтирамиз:

3-Теорема. $\{\xi_n\}$ боғлиқмас бир хил тақсимланган тасодифий миқдорлар кетма-кетлиги $P(x)$ зичлик функцияга эга бўлиб,

$$M\xi_1 = 0, \quad M\xi_1^2 = 1, \qquad M\xi_1^3 = \alpha_3 < \infty$$

бўлсин.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left| \overline{P}_n(x) - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \right| dx = \frac{|\alpha_3|}{3\sqrt{2\pi n}} \cdot \left(1 + 4e^{-\frac{3}{2}}\right) + o\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right).$$

4-Теорема. $\{\xi_n\}$ боғлиқмас бир хил тақсимланган тасодифий миқдорлар кетма-кетлиги $P(x)$ зичлик функцияга эга бўлиб,

$$M\xi_1 = 0, \quad M\xi_1^2 = 1, \quad M|\xi_1|^3 = \beta_3 < \infty, \quad \sup_x P(x) \le A$$

бўлсин.
У ҳолда

$$\sup_x \left| \overline{P}_n(x) - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \right| \le \frac{C\beta_3}{\sqrt{n}} \cdot \max(i;\ A^3);$$

ва барча x лар учун

$$\left|\overline{P}_n(x) - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}\right| \leq \frac{C \cdot \beta_3^{2m-1} \max\left(1;\quad A^{2m+1}\right)}{\sqrt{n}\left(1+|x|^m\right)},$$

бу ерда $m = 2;\ 3;$ C - абсолют ўзгармас сон.

References:

1. Mamatov M., Lokalnie pred. teoremi dlya summ sluch. chisla sluch. velichin, - Sb. Sluch. protsessi i statistich. vivodi, Tashkent, Izd-vo «Fan» AN UzSSR, 1972, II, s. 77-83.

2. Atakuziev D., Ravnomernie otsenki v lokalnix predelnix teoremax dlya odnogo klassa sluchaynix velichin. – Sb. Predelnie teoremi i matem. statistika, Tashkent, Izd-vo «Fan» AN UzSSR, 1976, s. 8-18.