Scientific Bulletin of Namangan State University

Volume 1 | Issue 10 Article 4

10-10-2019

# APPLICATION OF INNOVATIVE TECHNOLOGIES IN TEACHING PROBABILITY THEORY.

Rashid Raximjanovich Polvanov
*Namangan State University*

# APPLICATION OF INNOVATIVE TECHNOLOGIES IN TEACHING PROBABILITY THEORY.

## Cover Page Footnote

???????

## Erratum

???????

## EHTIMOLLAR NAZARIYASI FANINI O‘QITISHDA INNOVATSION TEXNOLOGIYALARNI QO‘LLASH.

Polvanov Rashid Raximjanovich
Namangan davlat universiteti

***Annotatsiya****Ushbu maqolada o‘quvchilarga ehtimollar nazariyasi fanini o‘qitishda Eyler–Venn diagrammasidan foydalanib, misol va masalalarni yechish ko‘rsatilgan.*

***Kalit so‘zlar:*** *hodisa, tasodifiy hodisalar, elementar hodisalar, elementar hodisalar fazosi, hodisalar ehtimolligi.*

## ПРИМЕНЕНИЕ ИННОВАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В ПРЕПОДАВАНИИ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ.

Полвонов Рашид Рахимжонович
Наманганский государственный университет

***Аннотация:*** *В этот статье показано как решать примеры и задачи, с помощью диаграммы Эйлера-Венна при обучении теории вероятностей.*

***Ключевые слова:*** *событие, случайное событие, элементарное событие, пространство элементных событий, вероятность событий.*

## APPLICATION OF INNOVATIVE TECHNOLOGIES IN TEACHING PROBABILITY THEORY.

Polvanov Rashid Raximjanovich
Namangan State University

***Abstract:****This paper shows how to solve examples and problems using the Euler-Venn diagrams in teaching probability theory.*

***Keywords:*** *event, random event, elementary event, space of elemental events, probability of events.*

Bugungi kunda mamlakatimizda yosh avlod tarbiyasiga davlat siyosati darajasida e’tibor qaratilayotgan bir davrda ta’lim-tarbiya jarayoniga yangi innovatsion ta’lim texnologiyalarini joriy etish dolzarb masala bo‘lib qolmoqda. Shu o‘rinda pedagogik texnologiya va innovatsion ta’lim texnologiyalari haqida fikr yuritsak hamda bu omillarni Ehtimollar nazariyasi fanining “To‘plamlar sistemasi, to‘plamlar halqasi va algebrasi, yarim halqa, minimal halqa, σ – halqa va σ- algebra” mavzusi misolida ko‘rib chiqaylik.

**Venn diagrammasi asosida faoliyatni tashkil etish bosqichlari:**

Innovatsion texnologiyalar talabalarning faol hayotiy munosabatlarini shakllantirishga qaratilgan bo‘lib, ularda talabaning hatti-harakatlari natijasida maqsadga erishish asosiy omil bo‘lib xizmat qiladi. Shuningdek, ta’lim jarayonida keys-stadi metodi ham keng qo‘llaniladi.

**«VENN» diagrammasi – ikki yoki uch ob'ektni, tushunchani, g'yani, hodisani taqqoslash faoliyatini tashkil etish jarayonida ishlatiladi. U talabalarda taqqoslash, tahlil etish, guruhlash malakalarini shakllantiradi.**

**1-bosqich**
Talaba ushbu diagrammani tuzish qoidalari bilan tanishtiriladi

**2-bosqich**
Yakka, juftlikda yoki guruh ichida diagramma asosida taqqoslash faoliyati tashkil etiladi.

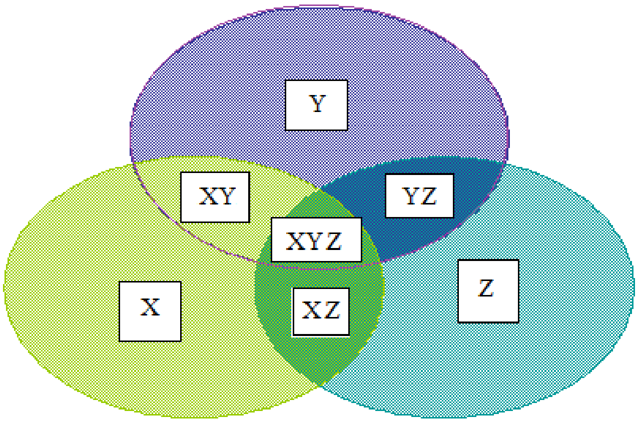
**3-bosqich**
O'xshash va farqli xususiyatlar diagrammaga yoki jadvalga tushiriladi.

**4-bosqich**
Faoliyat natijalari tahlil qilinadiva baholanadi

Ushbu «VENN» diagrammasini Ehtimollar nazariyasi fanining koʻplab mavzularini yoritishda qoʻllaniladi.

**Venn diagrammasini usulni qoʻllash bosqichlari quyidagilardan iborat:**

- oʻquvchi-talabalar kichik guruhlarga boʻlinadi;
- sinf doskasiga "Venn diagrammasi"ning sxemasi chiziladi va bu sxemani toʻldirish qoidalari tushuntirib beriladi;




- har bir kichik guruhga oʻrganilayotgan mavzu (boʻlim, bob) yuzasidan alohida topshiriqlar beriladi;
- doskaga topshiriqni bajarish uchun zarur boʻlgan turli usullarda tayyorlangan maʼlumotlar ilib qoʻyiladi, ular chizib yoki yozib ham aks ettirish mumkin;
- topshiriqlar bajarilgach, har bir kichik guruh aʼzolari orasidan liderlar tanlanadi;
- liderlar guruh aʼzolari tomonidan bildirilgan fikrlarni umumlashtirib, doskaga chizilgan "Venn diagrammasi"ni toʻldiradilar, bu oʻquv guruhining umumiy ishi natijasi boʻladi;
- oʻquv guruhining umumiy "Venn diagrammasi"ni yakuniy muhokama, tahlil qilinadi, taqdimot oʻtkaziladi.

Bunda doiralar bir-biriga kesishgan holda chiziladi va doiraga tushunchalarning oʻziga xos xususiyatlari, doiralarning kesishgan sohasiga esa ular uchun umumiy boʻlgan jihatlar yoziladi.

Venn diagrammasi oʻquvchi-talabalar tomonidan oʻzlashtirilgan oʻzaro yaqin nazariy bilimlar, maʼlumotlar yoki dalillarni qiyosiy tahlil etishga yordam beradi.

Ehtimollar nazariyasi fanini oʻqitishda bugungi kunda rivojlangan xorijiy mamlakatlarda quyidagi innovasiyalar va taʼlim texnologiyalari qoʻllanilmoqda. Ular tarkibiga kichik guruhlarda ishlash, muammoli taʼlim, aqliy xujum, grafik organayzerlardan foydalanish, didaktik oʻyinlar, diskussiya, hamkorlikda ishlash, modulli taʼlim, shaxsga yoʻnaltirilgan taʼlim va boshqalar kiradi.

Buning uchun avval oʻquvchilarga tushunarli boʻlishi uchun tasodifiy hodisalarga oid bir nechta tushunchalar kiritamiz.

1) Agar $A$ hodisa roʻy berganda $B$ hodisa ham roʻy bersa, $A$ hodisa $B$ hodisani ergashtiradi deymiz va buni $A \subset B$ (yoki $B \supset A$) kabi yozamiz.

**1-misol.** $A$= {kub tashlaganda 3 sonining chiqishi}, $B$={kub tashlanganda toq sonlarning chiqishi}. Ravshanki, $A \subset B$.

**2-misol.** $A$= {qor pagʻa-pagʻa yogʻyapti}, $B$ = {Osmonni bulut qoplagan}. Bu hodisalar uchun $A \subset B$ boʻlishi ayon.

2) Agar $A$ hodisa $B$ hodisani va $B$ hodisa $A$ hodisani ergashtirsa, yaʼni $A \subset B$ va $B \subset A$ boʻlsa, $A$ va $B$ hodisalar teng kuchli deymiz va $A = B$ deb yozamiz.

**3-misol.** $A$={kub tashlanganda 2 yoki 4 yoki 6 sonlaridan birining paydo boʻlishi}, $B$={kub tashlanganda 2 ga boʻlinadagin sonning paydo boʻlishi}. Bu hodisalar uchun $A = B$ ekani ravshan.

3) $A$ va $B$ hodisalarning ikkalasi bir vaqtda ro‘y berish hodisasi $A$ va $B$ hodisalarining ko‘paytmasi deyiladi va $AB$ (yoki $A \cap B$) kabi belgilanadi.

**4-misol.** $A$ = {kub tashlanganda 1, 5 sonlaridan birining chiqishi}, $B$ = {kub tashlanganda toq sonlarning paydo bo‘lishi}. Bu holda $AB$ = {kub tashlanganda 1 va 5 sonlaridan birining chiqishi}.

4) $A$ va $B$ hodisalardan hech bo‘lmaganda bittasining ro‘y berishidan iborat hodisani $A$ va $B$ hodisalarning yig‘indisi deymiz va $A+B$ (yoki $A \cup B$) kabi belgilaymiz.

**5-misol.** $A$ = {kub tashlanganda 1, 3, 5 sonlaridan birining chiqishi}, $B$={kub tashlanganda 1, 2, 4, 6 sonlaridan birining chiqishi}. Bu holda $A+B$={1,2,3,4,5,6}.

5) $A$ hodisa ro‘y bersa-yu, ammo $B$ hodisasi ro‘y bermasa, bunday hodisani $A$ va $B$ hodisalarning ayirmasi deymiz va $A–B$ (yoki $A \setminus B$) kabi belgilaymiz.

**6-misol.** $A$={kub tashlanganda 2, 4, 6 sonlaridan birining chiqishi}, $B$ = {kub tashlanganda 1, 3, 5 sonlaridan birining chiqishi}. Kub tashlanganda 4 soni chiqdi, ya’ni $A$ hodisa ro‘y berdi deylik, ammo $B$ hodisa ro‘y bermadi. Bu holda $A–B$ hodisa ro‘y bergan bo‘ladi. Agar $A+\overline{A}=U$, $A\overline{A}=V$ shartlar bajarilsa, $A$ va $\overline{A}$ hodisalar qaramaq-qarshi hodisalar deyiladi.

**7-misol.** $A$={kub tashlanganda toq sonning chiqishi}. $\overline{A}$={kub tashlanganda juft sonning chiqishi}. {Kub tashlanganda juft yoki toq sonning chiqish} hodisasi $A+\overline{A}=U$ bo‘ladi. $A$ va $\overline{A}$ hodisalarning umumiy qismi yo‘q, ya’ni $A\ \overline{A} = V$ – ro‘y berishi mumkin bo‘lmagan hodisa. Demak, $A$ va $\overline{A}$ qarama-qarshi hodisa.

6) Agar $AB = V$ bo‘lsa, $A$ va $B$ hodisalar birgalikda emas deyiladi, ularning bir vaqtda ro‘y berishi mumkin emas.

**8-misol.** $A$= {kub tashlanganda 2 ning chiqishi}, $B$= {kub tashlanganda 3 ning chiqishi}. Ravshanki, bitta kub tashlanganda 2 va 3 sonlari birgalikda paydo bo‘lmaydi (birgalikda ro‘y bermaydi). Demak, bu misolda $A$ va $B$ hodisalar birgalikda emas.

7) Agar $A=B_1+B_2+...+B_n$ va $B_i \cdot B_j = V$ $(i \neq j)$ bo‘lsa, $A$ hodisa $B_1, B_2, ..., B_n$ *hususiy hollarga (hodisalarga) ajraladi* deymiz. Agar $A$ hodisa hususiy hollarga ajralmasa, uni *elementar hodisa* deymiz.

**9-misol.** Kub tashlanganda 1 soning chiqish hodisasi $B_1$, 2 soning chiqish hodisasi $B_2$, 3 soning chiqish hodisasi $B_3$ bo‘lsa, u holda kub tash langanda 1, 2, 3 sonlardan birining chiqish hodisasini $A$ desak, $A=B_1+B_2+B_3$. Shu bilan birga $B_1B_2=B_1B_3=B_2B_3=V$. Bu misolda $B_1, B_2, B_3$ – elementlar ho disalar.

8) Agar $B_1+B_2+...+B_n=U$ va $B_i \cdot B_j = V$, $i \neq j$, bo‘lsa, $B_1, B_2, ..., B_n$ hodisalar o‘zaro birgalikda bo‘lmagan hodisalarning *to‘liq gruppasini* tashkil etadi deymiz.

Masalan, kubni bir marta tashlanganda 1, 2, 3, 4, 5, 6 sonlarining paydo bo‘lishi hodisasi, mos ravishda, $B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, B_6$ bo‘lsa, ravshanki, $B_1+B_2+B_3+B_4+B_5+B_6=U$.

Odatda, elementar hodisalar $\omega_1, \omega_2, ..., \omega_n$ harflar bilan, elementar hodisalar fazosi esa $U$ (yoki $\Omega$) harfi bilan belgilanadi. Biror tajriba natijasida ro‘y berishi mumkin bo‘lgan barcha elementar hodisalar *elementar hodisalar fazosini tashkil qiladi* deyishadi.

Masalan: tanga tashlash tajribasida ikkita elementar hodisa bor:

*G*={tanganing gerb tomoni bilan tushushi}, *R*={tanganing raqam tomoni bilan tushushi}. Bu yerda *U*={*G*,*R*}. Kubni tashlash tajribasida jami 6 ta elementar hodisa bor: $\omega_1$ = {1 raqamining tushishi}, ... , $\omega_2$ = {6 raqamining tushishi}.

Bu yerda $U = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5, \omega_6\}$. Agar $U = \{\omega_1, \omega_2, ..., \omega_n\}$ bo‘lsa, uning barcha qism to‘plamlari soni nechta degan savolga kombinatorika masalalari mavzusida javob berilgan:

$$C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + ... + C_n^n = 2^n,$$

bu yerda $C_n^k$ son $n$ elementli to‘plamdan olingan $k$ elementli barcha qism to‘plamlar soni.

Elementar hodisalar $\omega_1, \omega_2, ..., \omega_n$ teng imkoniyatli bo‘lishi shart emas: $P(\omega_1) = p_1, P(\omega_2) = p_2, ..., P(\omega_n) = p_n$, $p_1 + p_2 + ... + p_n = 1$, ya’ni har bir elementar hodisa $\omega_k$ ga manfiy bo‘lmagan $p_k$ son mos qo‘yiladi. Elementar hodisalar teng imkoniyatli bo‘lgan holda $p_1 = p_2 = ... p_n = \frac{1}{n}$ bo‘ladi.

Har bir tasodifiy hodisa $A$ bir nechta elementar hodisalar yig‘indisidan iborat. Masalan, $A = \{\omega_{i_1}, \omega_{i_2}, ..., \omega_{i_k}\}$ ya’ni $A = \omega_{i_1} + \omega_{i_2} + ... + \omega_{i_k}$ bo‘lsa, u holda

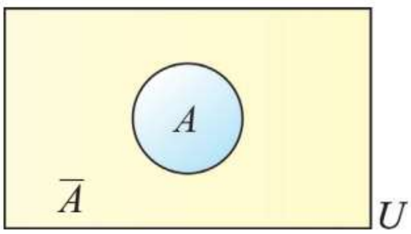
$$P(A) = p(\omega_{i_1}) + p(\omega_{i_2}) + ... + p(\omega_{i_k}) = p_{i_1} + p_{i_2} + ... + p_{i_k}.$$

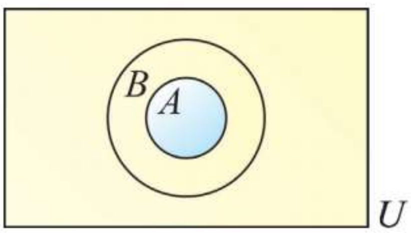
Umuman, $A$ hodisaning ehtimolligi $P(A)$ ushbu shartlarni qanoatlantiradi: 1) $P(A) \geq 0$; 2) $P(U) = 1$; 3) Agar $AB = V$ bo‘lsa, $P(A+B) = P(A) + P(B)$. Agar $A \cap B \neq V$ bo‘lsa, ravshanki, $P(A+B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$. $A + \overline{A} = U$ va $A \cap \overline{A} = V$ bo‘lgani uchun $P(A + \overline{A}) = P(U) = 1$ va bu holda $P(A + \overline{A}) = P(A) + P(\overline{A})$. Bundan $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$.

Hodisalar ustida amallarni Eyler–Venn diagrammasida tasvirlash qulay. Bunga rasmlarni tahlil qilib, ishonch hosil qilamiz:

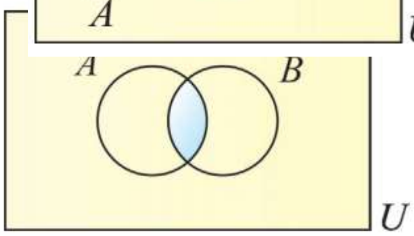
$A$, $\overline{A}$ - qarama-qarshi hodisalar

$A + \overline{A} = U$, $A\overline{A} = V$

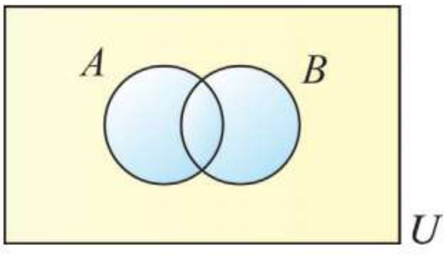


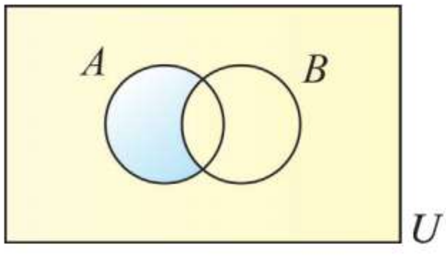

$A \subset B$




$A \cdot B$



A+B



A – B

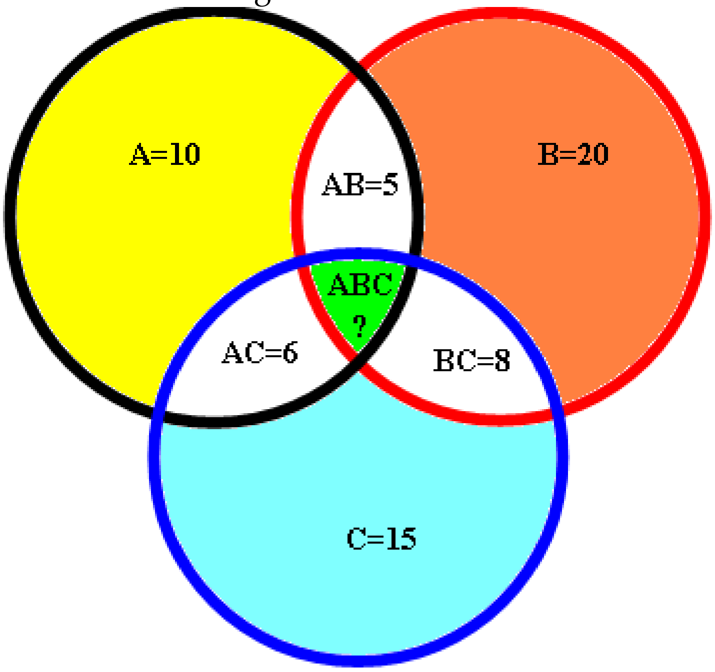
Yuqoridagi qoʻllangan Eyler–Venn diagrammasini oʻquvchilarga murakkabroq koʻrinishda tasvirlasab koʻrsatsak.

**Misol.** 30 ta turistlardan 10 ta si oʻzbek tilini, 20 tasi rus tilini va 15 tasi ingliz tilini biladi. Shulardan 5 tasi oʻzbek hamda rus tilini, 6 tasi oʻzbek hamda ingliz tilini, 8 tasi esa rus hamda ingliz tilini biladi. Tavakkaliga tanlangan bitta turistning uchta tilni bilish ehtimolini toping.

Bu misolni yechishda biz oʻquvchilarga Eyler–Venn diagrammasini qoʻllab, oldin tushuntirib olamiz. Soʻngra, oʻquvchilarni fikr-mulohazalarini eshitamiz. Oʻqituvchi tomonidan misolni yechimini taqdim etiladi. Bu esa oʻquvchilarda mantiqiy fikrlash qobiliyatlarini shakllantiradi, hamda mustaqil fikrlashga undaydi.

**Yechish:** Quyidagicha belgilashlar kiritamiz:

A – hodisa, faqat oʻzbek tilini biladiganlar – 10 tasi;
B – hodisa, faqat rus tilini biladiganlar – 20 tasi;
C– hodisa, faqat ingliz tilini biladiganlar – 15 tasi.
AB– hodisa, oʻzbek hamda rus tilini biladiganlar – 5 tasi;
AC– hodisa, oʻzbek hamda ingliz tilini biladiganlar – 6 tasi;
BC– hodisa, rus hamda ingliz tilini biladiganlar – 8 tasi.
ABC– hodisa, faqat oʻzbek tilini biladiganlar - ?




Ikki va undan ortiq tilni biladiganlar soni:

$N(AB + AC + BC + ABC) = 45 - 30 = 15$

Faqat ikkita tilni biladiganlar soni:

$N(AB + AC + BC) = 5 + 6 + 8 = 19$

Faqat uchta tilni biladiganlar soni:

$N(ABC) = 19 - 15 = 4$

Demak, uchchala tilni biladiganlar soni 4 ta ekan. Ehtimolligi esa $P(ABC) = \frac{4}{30}$.

**References:**

1. A.A.Abdushukurov, T.A.Azlarov, A.A.Djamirzaev «Ehtimollar nazariyasi va matematik statistikadan misol va masalalar to'plami» Toshkent, «Universitet», 2003 y.

2. A.A.Abdushukurov, N.S.Nurmuxamedova «Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika», O'quv-uslubiy majmua, O'zMU, 2010.

3. Parisian ruin probability for Markov additive risk processes. Zhao X., Dong, H. Advances in Difference Equations. 2018(1), 179

4. Copula–entropy theory for multivariate stochastic modeling in water engineering. Singh, V.P., Zhang, L.Geoscience Letters. 2018 5(1), 6.