[Scientific Bulletin of Namangan State University](https://uzjournals.edu.uz/namdu)

Volume 1 | Issue 8 Article 4

9-10-2019

APPROXIMATE SOLUTION OF THE KOSHI PROBLEM FOR A ORDINARY DIFFERENTIAL EQUATION IN MATLAB MATHEMATICAL SYSTEM

Adashali Imomov
Namangan State University

Sadriddin Nastinov
Namangan State University

APPROXIMATE SOLUTION OF THE KOSHI PROBLEM FOR A ORDINARY DIFFERENTIAL EQUATION IN MATLAB MATHEMATICAL SYSTEM

Cover Page Footnote

???????

Erratum

???????

ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ ОБЫКНОВЕННОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ В МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СИСТЕМОЙ MATLAB

Адашали Имомов, Садриддин Настинов
Наманганский Государственный Университет

Аннотация:._В статье обсуждается приближенное решение задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения в математической системе MATLAB. Получена объединённая программа четырёх методов Рунге–Кутта,с выводом результатов в одну таблицу._

Ключевые слова: _приближенное решение задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения, объединённая программа методов Эйлера, усовершенствованного, прогноза–коррекции,Рунге–Кутта._

APPROXIMATE SOLUTION OF THE KOSHI PROBLEM FOR A ORDINARY DIFFERENTIAL EQUATION IN MATLAB MATHEMATICAL SYSTEM

Adashali Imomov,Sadriddin Nastinov
Namangan State University

Abstract:._The article discusses the approximate solution of the Koshi problem for a simple differential equation with the MATLAB mathematical system.In the article,we created a generalized program for Eyler, improved Eyler,forecast–correction,Runge–Kutta methods. Comparison of methods results in a single program._

Key words:_Koshi problem for simple differential equation,Eyler,improved Eyler, forecastcorrection, Runge–Kutta methods,single program of methods_

ОДТ УЧУН КОШИ МАСАЛАСИНИ MATLAB МАТЕМАТИК ТИЗИМИДА ТАҚРИБИЙ ЕЧИШ

Адашали Имомов,Садриддин Настинов
Наманган Давлат Университети

Аннотация:._Мақолада оддий дифференциал тенглама учун Коши масаласини MATLAB математик тизимида тақрибий ечиш муҳокама қилинган.Мақолада Эйлер, такомиллашган Эйлер,прогноз-коррекция,Рунге–Кутта усуллари учун умумлашган ягона программа тузилган.Усулларни таққослаш учун программа натижаси ягона жадвалга чиқарилади._

Калит сўзлар: _оддий дифференциал тенглама учун Коши масаласи;Эйлер, такомиллашган Эйлер, прогноз-коррекция,Рунге–Кутта усуллари;усулларнинг ягона программаси_

Новые технологии и инновации охватывают все стороны народного хозяйства, экономики,управления,техники,науки и образования.Внауке и образовании,это означает компьютеризацию всех этапов научно-исследовательской работы и образования.Появились новые специальные математические программы-математические системы:[1-11],Mathcad (M1),Maple (M2),MatLab (M3),Mathematika (M4) и др.,которые расширяя возможности научных калькуляторов,позволяют упрощать,укрупнять,автоматизировать различные научные и практические расчёты, что раньше было невозможно.Использование математических систем учебу превращает в творческий интересный процесс,содержание занятия осваивается быстрее, глубже, оставляя больше времени для укрепления занятий,демонстрации новых примеров,проведения тестов,передачи новых материалов.Появляются возможности решения задач в математических системах без составления программ, представления и анимации,визуализации решений в виде таблиц и графиков, составления простых естественных,близких к языку математики алгоритмов и программ.

В математических системах задачи решаются четырьмя способами используя: внутренних функций математических систем (М1-М4); программ,составленных во внутреннем языке систем (М1-М4);естественного математического алгоритма решения (М1);интерактивных возможностей математических систем (М2, М3).

В статье возможности Mathcad,MatLAB демонстрируются на примере решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.Решение задачи Коши изучались в системе Mathcad в работах [1,2,4,5,11,13],в системе Maple в работах [3-5],в системе MatLAB в работах [4-10,13].

Здесь,в отличие работы [13],составлены объединённые программы четырёх методов Эйлера и Рунге–Кутта и вывода результатов в одну сводную таблицу,для облегчения сравнения методов.

I.Задача Коши для обыкновенного дифференциального уравнения имеет вид:

$$y' = f(x, y), y(x_0) = y_0 .(1)$$

Например, $y' = -x^2 \sin(x) + xy, y(0) = 1$.Точное решение равно:

$$y_T(x) = \cos(x) + x\sin(x) .$$

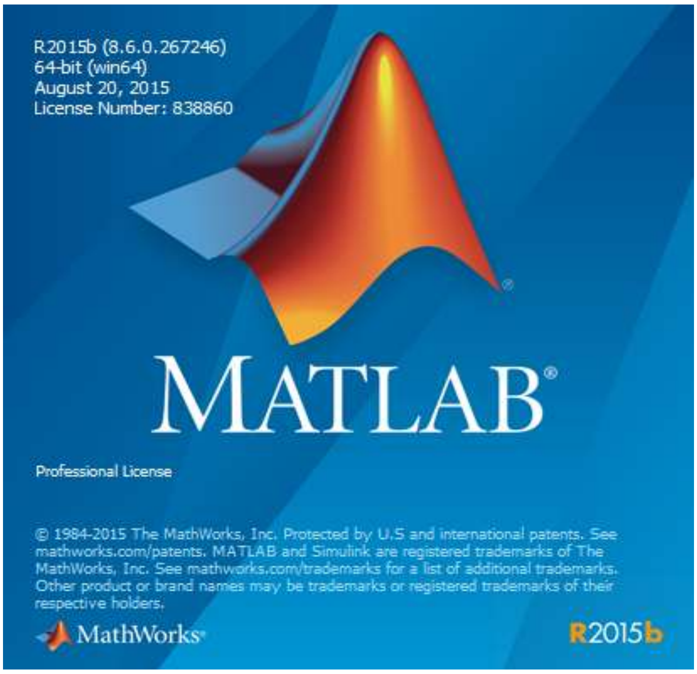
II.Краткая справка.Для решения приближённо задачи Коши на отрезке $x \in [a,b]$ вводится сетка точек: $\Delta_n : a = x_0 < x_1 < \ldots < x_n = b, x_{i+1} - x_i = h$. Предположим,что $y(x_i)$-есть значение решения в точке x_i Через $y_i \approx y(x_i)$ обозначим произвольное приближённое значение,тогда ошибка в точке есть: $r_i = y(x_i) - y_i, i = 0..n$.Для приближённого решения выберем в качестве методов 4 явных одношаговых метода Рунге-Кутта.Это методы Эйлера (Е),модифицированный метод Эйлера (МЕ),метод прогноза-коррекции (ПКЭ),и метод 4-го порядка точности Рунге-Кутта (RK).[1-11]:

$$1)\ y_{i+1} := y_i + hf(x_i, y_i), r_i = O(h)\ (E)$$

$$2)\ \ y_{i+1} := y_i + hf(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{h}{2} f(x_i, y_i)), r_i = O(h^2)\ , (ME)$$

$$3)\ y_{i+1} := y_i + h(f(x_i, y_i) + f(x_{i+1}, y_{i+1}))/2,\ r_i = O(h^2), (ПК)$$

$$4)\ y_{i+1} := y_i + \frac{1}{6}(k1_i + 2k2_i + 2k3_i + k4_i),\ r_i = O(h^4)\ (RK)$$



Решения задачи в математических системах.

1.Решение задачи в системе MatLAB.Для решения задачи Коши в MatLAB используем методы Рунге-Кутта.Для этого составляем m-файлы:один m-файл для правой части дифференциального уравнения,второй-для самых методов.m-файл–это подпрограмма,которая составляется и сохраняется как стандартная функция *формальных параметров* в окне *Editor* (см.рис.внизу),к которой затем обращаются из основной программы в окне *Command Window* MatLAB (см.рис. внизу) используя *входные параметры* этой подпрограммы. И m-файл–подпрограмма возвращает значения *выходных параметров* в виде чисел или матриц.Приведём один пример построения m-файла.

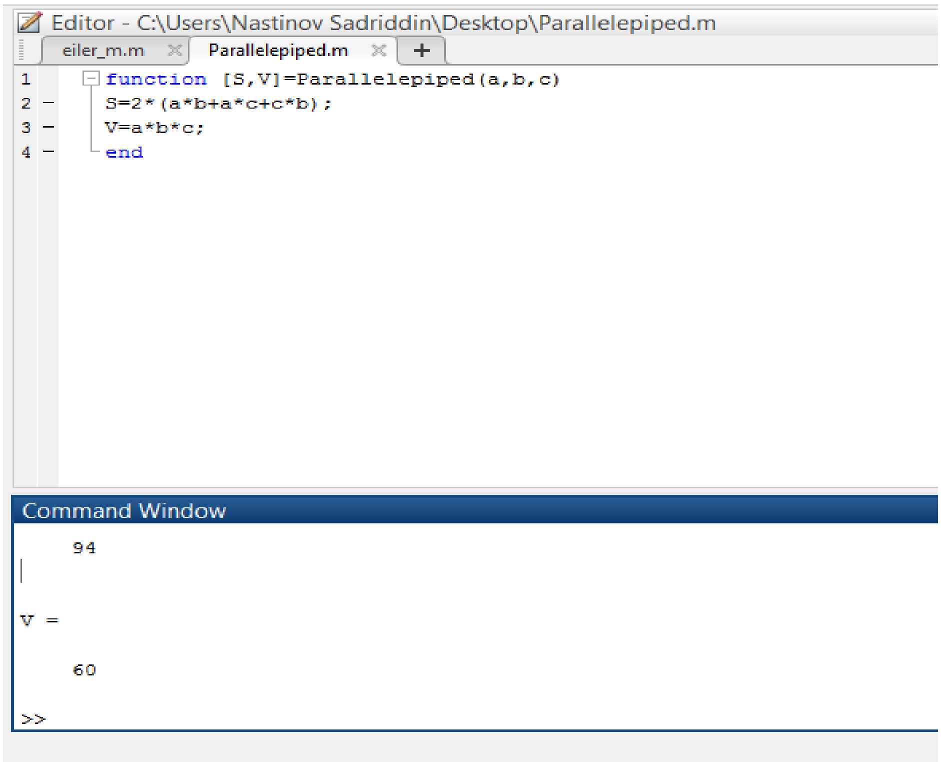
Пример 1.Составим m-файл,для вычисления площади и периметра треугольника по его трём сторонам:

```
function [S,V]=Parallelepiped(a,b,c)
S=2*(a*b+a*c+c*b);
V=a*b*c;
end
```

Чтобы получить результат в окне Command Window набираем следующую команду.

```
>>[S,V]=Parallelepiped(3,4,5)
S = 94
V=60
```

В основной программе или в другой m-файле обращаются так: function [S,V]=Parallelepiped(3,4,5).Результат тогда будет таковым:S=94,V=60.Это мы продемонстрируем в следующем окне MatLAB:



Здесь:верхнее окно–окно m-файлов, нижнее окно–окно команд.

1.2.Решение задачи в системе MatLAB.

Рассмотрим задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения:

$$y'(t) = g(y,t) = -t^2\sin(t) + ty,\ \ y(0) = 1,\ t \in [1,2],\ y = \cos(t) + t\sin(t)$$

1.Метод Эйлера.

$$y'(t) = g(t, y(t)), y(t0) = y0, t \in [t0, t1], y_{i+1} = y_i + hg(t_i, y_i), i = 1..n$$

m-файл g.m для вычисления правой части обыкновенного дифференциального уравнения:

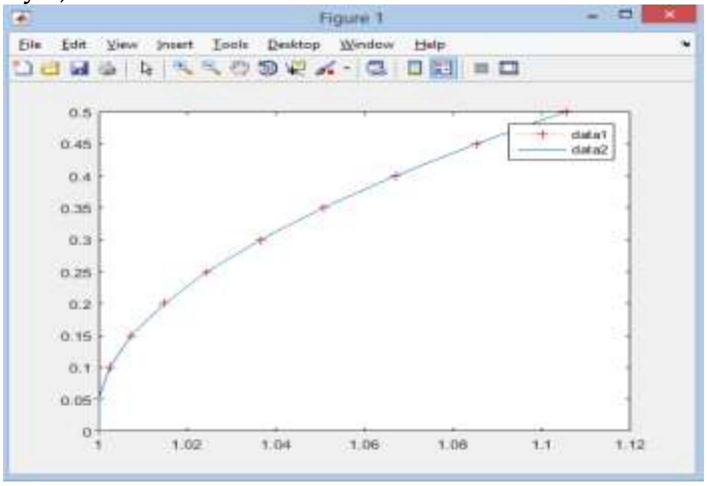
```
function z=g(t,y)
z=-t^2*sin(t)+t*y;
end
```

Команда обращения к m-файлу g.m:g(t,y).

m-файл для вычисления значений решения дифференциального уравнения по методу Эйлера:

```
function [y,t]=Eyler(g,a,b,ya,n)
h=(b-a)/n;
t=zeros(1,n+1);
y=zeros(1,n+1);
t=a:h:b;
y(1)=ya;
for i=1:n
y(i+1)=y(i)+h*feval(g,t(i),y(i));
end
% Command Window oynasiga yozish kerak:[y,t]=Eyler('g',0,0.5,1,10)
>> [y,t]=Eyler('g',0,0.5,1,10)
```

y=
Columns 1 through 6
1.0000 1.0000 1.0025 1.0075 1.0148 1.0246
Columns 7 through 11
1.0366 1.0508 1.0671 1.0854 1.1054
t =
Columns 1 through 6
0 0.0500 0.1000 0.1500 0.2000 0.2500
Columns 7 through 11
0.3000 0.3500 0.4000 0.4500 0.5000
% Grafigi:plot(y,t,'r:+',y,t)



вывод таблицу значений решения методом Эйлера.

2.Модифицированный метод Эйлера.

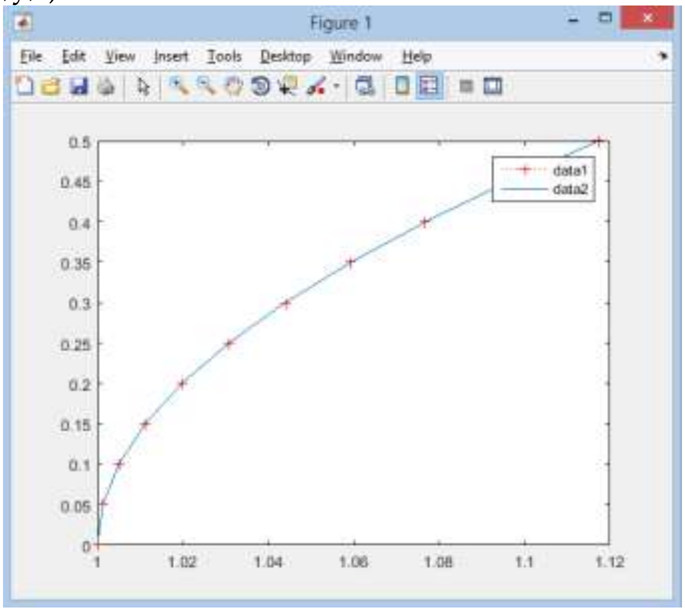
$y'(t) = g(t, y(t)), y(t0) = y0, t \in [t0, t1], y_{i+1/2} = y_i + hg(t_i, y_i)/2,$

$y_{i+1} = y_i + hg(t_i + h/2, y_{i+1/2}), i = 1..n$

```
function [y,t]=Eyler(g,a,b,ya,n)
h=(b-a)/n;
t=zeros(1,n+1);
y=zeros(1,n+1);
t=a:h:b;
y(1)=ya;
for i=1:n
y(i+1)=y(i)+h*feval(g,t(i),y(i));
end
% Command Window oynasiga yozish kerak:[y,t]=Eyler('g',0,0.5,1,10)
>>[y,t]=Eyler_Takomillashgan('g',0,0.5,1,10)
```

y =
Columns 1 through 6
1.0000 1.0012 1.0050 1.0112 1.0198 1.0308
Columns 7 through 11
1.0440 1.0594 1.0768 1.0962 1.1173
t =
Columns 1 through 6

0 0.0500 0.1000 0.1500 0.2000 0.2500
Columns 7 through 11
0.3000 0.3500 0.4000 0.4500 0.5000
% Grafigi:plot(y,t,'r:+',y,t)



вывод таблицу значений решения модифицированным методом Эйлера.

3.Метод прогноза коррекции Эйлера:

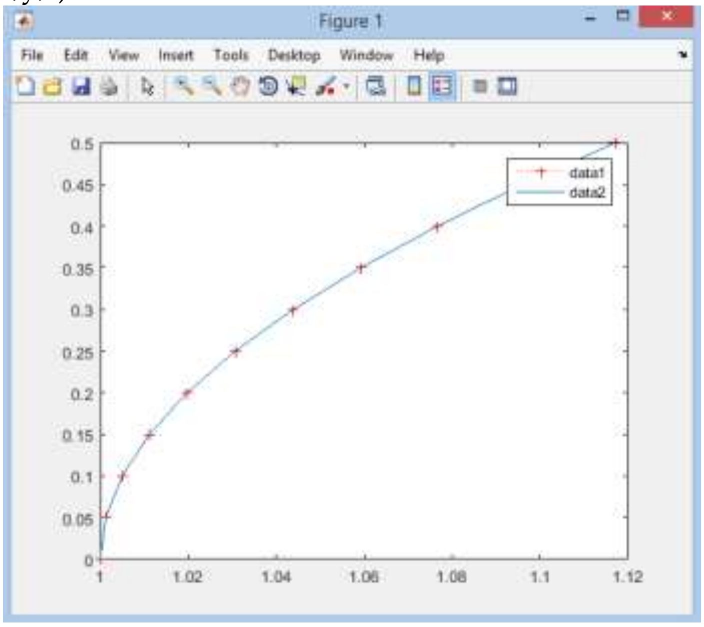
$y'(t) = g(t, y(t)), y(t0) = y0, t \in [t0, t1], k1 = g(t_i, y_i), k2 = g(t_{i+1}, y_i + hk1),$

$y_{i+1} = y_i = h(k1 + k2)/2, i = 0..n$

Построим m-файл для метода прогноза-коррекции Эйлера:

```
function [y,t]=Eyler_PK(g,a,b,ya,n)
h=(b-a)/n;
t=zeros(1,n+1);y=zeros(1,n+1);
t=a:h:b;
y(1)=ya;
for i=1:n
k1=feval(g,t(i),y(i));
k2=feval(g,t(i+1),y(i)+h*k1);
y(i+1)=y(i)+(h/2)*(k1+k2);
end
% Command Window oynasiga yozish kerak:[y,t]=Eyler_PK('g',0,0.5,1,10)
>>[y,t]=Eyler_PK('g',0,0.5,1,10)
y=
Columns 1 through 6
1.0000  1.0012  1.0050  1.0112  1.0198  1.0307
Columns 7 through 11
1.0439 1.0593 1.0767 1.0961 1.1171
t=
Columns 1 through 6
0 0.0500 0.1000 0.1500 0.2000 0.2500
Columns 7 through 11
```

0.3000 0.3500 0.4000 0.4500 0.5000
% Grafigi:plot(y,t,'r:+',y,t)



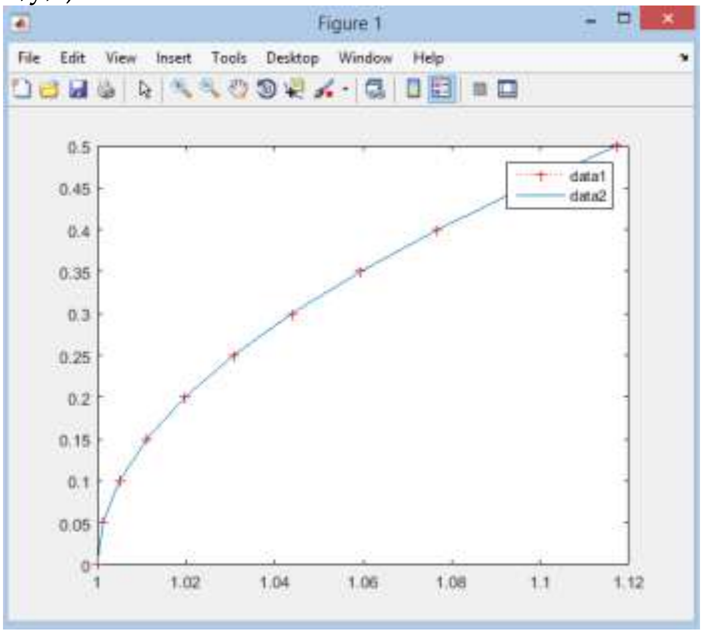
вывод таблицу значений решения методом прогноза коррекции Эйлера.

4.Метод Рунге-Кутта четвёртого порядка точности.

Построим m-файл для метода Рунге-Кутта четвёртого порядка точности:

```
function [y,t]=RUNGE__KUTTA(g,a,b,ya,n)
%y'(t)=g(t,y),y(a)=ya
%[a,b] n
h=(b-a)/n;
t=zeros(1,n+1);
y=zeros(1,n+1);
t=a:h:b;
y(1)=ya;
for i=1:n
k1=h*feval(g,t(i),y(i));
k2=h*feval(g,t(i)+h/2,y(i)+k1/2);
k3=h*feval(g,t(i)+h/2,y(i)+k2/2);
k4=h*feval(g,t(i)+h,y(i)+k3);
y(i+1)=y(i)+(k1+2*k2+2*k3+k4)/6;
end
% Command Window oynasiga yozish kerak:  [y,t]=RUNGE__KUTTA('g',0,0.5,1,10)
>> [y,t]=RUNGE__KUTTA('g',0,0.5,1,10)
y =
Columns 1 through 6
1.0000 1.0012 1.0050 1.0112 1.0198 1.0308
Columns 7 through 11
1.0440 1.0594  1.0768  1.0962  1.1173
t =
Columns 1 through 6
0 0.0500 0.1000 0.1500 0.2000 0.2500
```

Columns 7 through 11
0.3000 0.3500 0.4000 0.4500 0.5000
% Grafigi: plot(y,t,'r:+',y,t)



вывод таблицу значений решения методом Рунге Кутта четвёртого порядка точности.

5.Объединённая программа для всех методов в одну программу.

Такая программа нет в других литературах [3-12].Записываем общую программу:

```
function [y,t]=Runge______Kutta_hammasi(g,a,b,ya,n)
%y'(t)=g(t,y),y(a)=ya [a,b] n
h=(b-a)/n;
t=zeros(1,n+1);
E=zeros(1,n+1);
t=a:h:b;
TE=zeros(1,n+1);
PK=zeros(1,n+1);
RK=zeros(1,n+1);
E(1)=ya;
TE(1)=ya;
PK(1)=ya;
RK(1)=ya;
u(1)=ya;
for i=1:n
u(i+1)=feval('cos(t)+t*sin(t)',t(i+1));
E(i+1)=E(i)+h*feval(g,t(i),E(i));
TE(i+1)=TE(i)+h*feval(g,t(i)+h/2,TE(i)+h/2*feval(g,t(i),TE(i)));
PK(i+1)=PK(i)+(h/2)*(feval(g,t(i),PK(i))+feval(g,t(i+1),PK(i)+h*feval(g,t(i),PK(i))));
k1=h*feval(g,t(i),RK(i));
k2=h*feval(g,t(i)+h/2,RK(i)+k1/2);
k3=h*feval(g,t(i)+h/2,RK(i)+k2/2);
```

```
k4=h*feval(g,t(i)+h,RK(i)+k3);
RK(i+1)=RK(i)+(k1+2*k2+2*k3+k4)/6;
end
% Command Window oynasiga yozish kerak:
RK=[t' u' E' TE' PK' RK']';
[y,t]=Runge______Kutta_hammasi('g',0,0.5,1,10)
1.0000 1.0000 1.0025 1.0075 1.0148 1.0246 1.0366 1.0508 1.0671 1.0854 1.1054
0 0.0500 0.1000 0.1500 0.2000 0.2500 0.3000 0.3500 0.4000 0.4500 0.5000
1.0000 1.0012 1.0050 1.0112 1.0198 1.0308 1.0440 1.0594 1.0768 1.0962 1.1173
0 0.0500 0.1000 0.1500 0.2000 0.2500 0.3000 0.3500 0.4000 0.4500 0.5000
1.0000 1.0012 1.0050 1.0112 1.0198 1.0307 1.0439 1.0593 1.0767 1.0961 1.1171
0 0.050 0.1000 0.1500 0.2000 0.2500 0.3000 0.3500 0.4000 0.4500 0.5000
1.0000 1.0012 1.0050 1.0112 1.0198 1.0308 1.0440 1.0594 1.0768 1.0962 1.1173
0 0.0500 0.1000 0.1500 0.2000 0.2500 0.3000 0.3500 0.4000 0.4500 0.5000
```

References:

1.Imomov A.,Ergashev B. Differensial va integral tenglamalarni taqribiy echish. O‘quv qo‘llanma.N:Namangan,2018.-120 b.

2.Imomov A.,Ergashev B.Algebra va analiz masalalarini taqribiy echish.O‘slubiy qo‘llanma.N:NamDU,2018.-104 b.

3.Burden R.L.Numerical Analysis.Books Cole.Boston.USA.-2010.-895 p.

4.Alekseev E.R.,CHesnokova O.V.Reshenie zadach VM v paketax Mathcad,Matlab,Maple. M:NT Press, 2006.-496 s.

5.Lapchik M.P.,Ragulina M.I.Xenner E.K. CHislennie metodi.M.:Akademiya,2004.-384 s.

6.Metyuz D.G.,Kurtis D.CHislennie metodi.MatLab.M.:Vilyams.-2001.-720 s.

7.Polovko A.M.,Butusov P.A.MatLab dlya studenta.–SPb:BXV,Peterburg.-2005.-320 s.

8.Gautschi W.Numerical Analysis. Springer,New York.-2012.-615 p.

9.Stoer J.,Bulirisch R.Introduction to Numerical Analysis ,Springer, New York,1992.-672 p.

10.Kiusalaas J.Numerical Methods for Ingineers with MatLab.Camridge University Press, New York,2005.-426 p.

11.Polovko A.M.,Ganichev I.V.MathCad dlya studenta.,SPb:BXV –Peterburg-2006-326 s.

12.Dyakonov V.P.MATLAB.Polniy samouchitel.-M:DMK Press,2012.-768 s.

13.Imomov A.,Boytillaev D.Priblijyonoe reshenie zadachi Koshi dlya ODU v matematicheskix sistemax Mathcad i MATLAB.Nauchniy vestnik NamGU,2019, № 5, 8–12 s.