

5-28-2021

ALGORITHMS FOR RECOVERY GEOPHYSICAL DATA USING BASIC SPLINES

H N. Zaynidinov

Tashkent University of Information Technologies named after Muhammad al-Khwarizmi,
tet2001@rembler.ru

G O. Tojiboev

Tashkent University of Information Technologies named after Muhammad al-Khwarizmi

M A. Kuchkarov

Andijan State University, muslimjon1010@gmail.com

Follow this and additional works at: <https://uzjournals.edu.uz/ferpi>

Recommended Citation

Zaynidinov, H N.; Tojiboev, G O.; and Kuchkarov, M A. (2021) "ALGORITHMS FOR RECOVERY GEOPHYSICAL DATA USING BASIC SPLINES," *Scientific-technical journal*: Vol. 4 : Iss. 1 , Article 5. Available at: <https://uzjournals.edu.uz/ferpi/vol4/iss1/5>

This Article is brought to you for free and open access by 2030 Uzbekistan Research Online. It has been accepted for inclusion in Scientific-technical journal by an authorized editor of 2030 Uzbekistan Research Online. For more information, please contact sh.erkinov@edu.uz.

УДК 681.325.518.5

ALGORITHMS FOR RECOVERY GEOPHYSICAL DATA USING BASIC SPLINES

Zaynidinov H.N., Tojiboev G.O., Kuchkarov M.A.

¹Tashkent University of Information Technologies named after Muhammad al-Khwarizmi,²Andijan State University

АЛГОРИТМЫ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ГЕОФИЗИЧЕСКИХ ДАННЫХ МЕТОДАМИ БАЗИСНЫХ СПЛАЙНОВ

Зайнидинов Х.Н., Тожибоев Г.О., Кучкаров М.А.

¹Ташкентский университет информационных технологий, e-mail: tet2001@rembler.ru²Андижанский государственный университет, e-mail: muslimjon1010@gmail.com

БАЗИСЛИ СПЛАЙНЛАР ЁРДАМИДА ГЕОФИЗИК МАЪЛУМОТЛАРНИ ҚАЙТА ТИКЛАШ АЛГОРИТМЛАРИ

Зайнидинов Х.Н., Тожибоев Г.О., Қўчқаров М.А.

¹Мухаммада ал-Хоразмий номидаги Тошкент Ахборот технологиялари Университети,²Андижон давлат университети

Abstract: In recent years, spline-function methods have been widely used to solve the problem of digital analysis and recovery of signals, and we this article is about building spline models and algorithms for digital processing of geophysical signals. As an example, local spline and natural spline interpolation models were constructed for digital processing of geophysical signals. The use of cubic basis splines in a number of tasks, for example, in digital signal processing with large gradients, resonant peaks, and outliers, gives better accuracy results.

Keywords: B-splines, geophysical signal, spline functions, interpolation splines, coefficients, local splines, cubic basis splines.

Аннотация: В последние годы методы сплайн-функций широко используются для решения проблемы цифрового анализа и восстановления сигналов, и в этой статье мы расскажем о построении сплайн-моделей и алгоритмов цифровой обработки геофизических сигналов. В качестве примера были построены модели локальной сплайновой и естественной сплайн-интерполяции для цифровой обработки геофизических сигналов. Использование кубических базисных сплайнов в ряде задач, например, при цифровой обработке сигналов с большими градиентами, резонансными пиками и выбросами, дает более точные результаты.

Ключевые слова: Б-сплайны, геофизический сигнал, сплайн-функций, интерполяционные сплайны, коэффициенты, локальными сплайнами, кубические сплайны.

Аннотация: Сўнги йилларда сплайн функциялари усуллари рақамли таҳлил ва сигналларни қайта тиклаш муаммоларини ҳал қилишда кенг қўлланилмоқда ва ушбу мақолада биз геофизик сигналларни рақамли қайта ишлаш учун сплайн моделлари ва алгоритмларини қуриш ҳақида гаплашамиз. Мисол сифатида, геофизик сигналларни рақамли қайта ишлаш учун локал сплайн ва натурал сплайн интерполяция моделлари қурилди. Кубик базис сплайнлар асосидан фойдаланиш бир қатор муаммоларда, масалан, сигналларни рақамли градиент қайта ишлашда, резонансли чўққилар ва чўққиларда қўллаш аниқроқ натижаларни беради.

Таянч сўзлар: Б-сплайн, геофизик сигнал, сплайн функциялари, интерполяцион функциялари, коэффициентлар, локал сплайнлар, кубик сплайнлар.

ENERGETICS, THE ELECTRICAL ENGINEERING, ELECTRONIC DEVICES AND INFORMATION TECHNOLOGIES

Введение. В настоящее время возрастающие требования к точности и производительности решения современных задач обработки и восстановления сигналов предопределяют переход к вычислительным супертехнологиям. Сигналы, поступающие от датчиков различных устройств в виде данных о состоянии и измерении температурных, радиационных, электромагнитных, гравитационных, тепловых и других физических полей часто являются многомерными и сложными.

Требования высокой производительности вычислительных систем, применяемых в этих областях, могут быть удовлетворены как за счет разработки новых методов и алгоритмов цифровой обработки сигналов (ЦОС), так и с помощью многоядерных и многопроцессорных средств параллельно-конвейерных вычислений.

В последние годы большое внимание специалистов привлекают те методы цифровой обработки сигналов, которые позволяют получить простые алгоритмы, требующие небольшой объем вычислений при приемлемых значениях точности.

Сплайн-функции – это развивающаяся область теории приближения функций и численного анализа. Получив распространение в 60-х годах, главным образом как средство интерполяции сложных кривых, сплайны в дальнейшем стали важным методом для решения разнообразных задач вычислительной математики и прикладной геометрии.

Сплайны как математический аппарат цифровой обработки сигналов. Для решения задач анализа и восстановления сигналов широко применяются методы сплайн-функций. Широкая популярность сплайн-методов объясняется тем, что они служат универсальным инструментом моделирования функций и по сравнению с другими математическими методами при равных с ними информационных и аппаратных затратах обеспечивают большую точность вычислений [1,2,3,9,12].

В целом развитие теории сплайнов идет по двум направлениям [4,6,12]:

- интерполяционных сплайнов удовлетворяющих системе определенных граничных условий и условий во внутренних точках областей.
- сглаживающих сплайнов, когда рассматриваются вопросы оптимизации различного рода функционалов.

Сплайн методы наиболее эффективны в случаях дискретного задания исходных данных [1,2]. На отрезке $[a, b]$ рассмотрим сетку Δ :

$$\Delta: a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$$

Полиномиальный сплайн произвольной степени m дефекта d (d - целое число, $1 \leq d \leq m$) с узлами на сетке Δ определяется [3,5,8] как функция $S_{m,d}(x)$,

$$\begin{aligned} 1) \quad S_{m,d}(x) &= \sum_{s=0}^m d_{i,s}(x - x_i)^s \\ x &\in [x_i, x_{i+1}], i = 0, 1, \dots, n-1 \end{aligned} \quad (1)$$

$$2) \quad S_{m,d}(x) \in C^{m-d}[a, b]$$

Производная от сплайна порядка $(m - d + 1)$ может быть разрывной на $[a, b]$. Поэтому говорят о разных порядках гладкости сплайнов: первом, втором и т.д.

В технических приложениях наиболее употребительными являются сплайны невысокой степени, в частности параболические и кубические.

Любой сплайн достаточной гладкости может быть представлен через базисные сплайны. В частности, при $d=1$ для разложения используются так называемые “нормализованные” базисные сплайны степени m (B -сплайны). Они являются локальными (финитными), кусочно - полиномиальными функциями и удовлетворяют следующим условиям [3,4,6]:

$$\begin{aligned} 1) \quad B_m(x) &\equiv 0 \text{ при } x \notin (X_i, X_{i+m+1}); \\ 2) \quad B_m(x) &> 0 \text{ при } x \in (X_i, X_{i+m+1}); \\ 3) \quad \int_a^b B_m(r) dr &= \int_{x_i}^{X_{i+m+1}} B_m(r) dr = 1. \end{aligned}$$

ENERGETICS, THE ELECTRICAL ENGINEERING, ELECTRONIC DEVICES AND INFORMATION TECHNOLOGIES

Любой сплайн $S_m(x)$ степени m дефекта 1, интерполирующий заданную функцию $f(x)$ может быть единственным образом представлен B -сплайнами в виде суммы [4]:

$$f(x) \cong S_m(x) = \sum_{i=-1}^{m+1} b_i \cdot B_i(x), a \leq x \leq b, \quad (2)$$

где b_i - коэффициенты, для их определения можно пользоваться с помощью локальных (или «точечных») формул (3),(4),(5). На рис. 1. приведена блок-схема алгоритма расчета значений кубического базисного сплайна. На рис. 2. приведен график одного базисного сплайна, а на рис. 3. семейства кубических базисных B -сплайнов сдвинутых на постоянный шаг $h=1$. Для кубических базисных сплайнов приведем локальные формулы для вычисления b_i - коэффициентов:

- 3-точечная формула:

$$b_i = (1/6)(-f_{i-1} + 8f_i - f_{i+1}); \quad (3)$$

- 5- точечная формула:

$$b_i = (1/36)(f_{i-2} - 10f_{i-1} + 54f_i - 10f_{i+1} + f_{i+2}); \quad (4)$$

- 7 - точечная формула:

$$b_i = (1/216)(-f_{i-3} + 12f_{i-2} - 75f_{i-1} + 344f_i - 75f_{i+1} + 12f_{i+2} - f_{i+3}); \quad (5)$$

Локальные методы не требуют решения систем алгебраических уравнений, т.е. носят «явный» характер [4]. Необходимый в этих

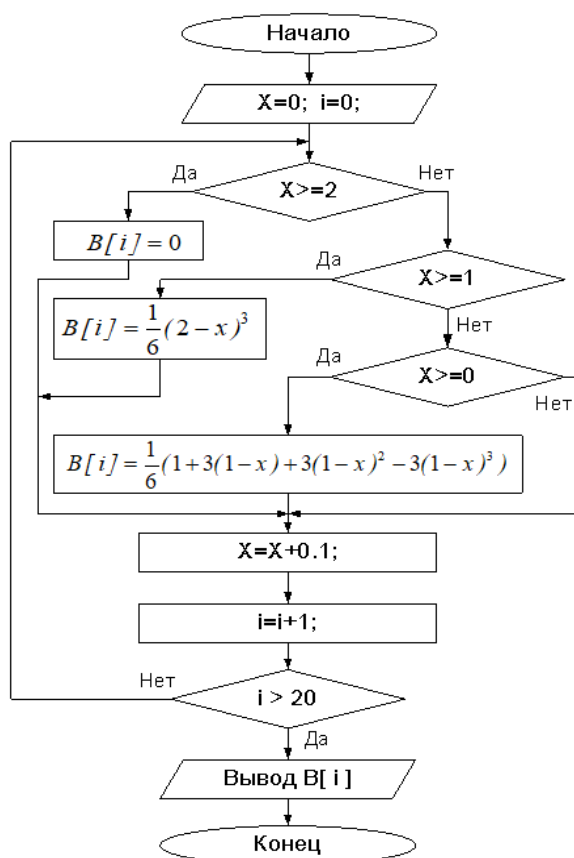


Рис. 1. Блок-схема алгоритма расчета значений

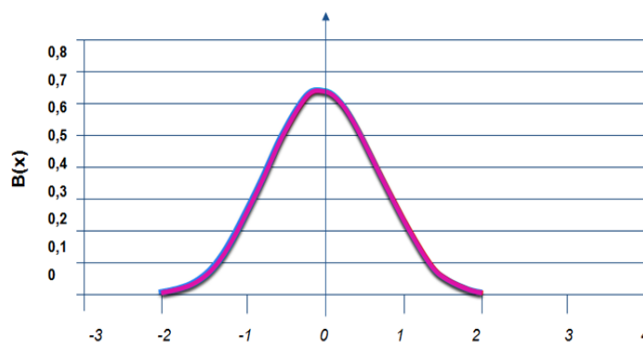


Рис.2. График одного кубического базисного сплайна базисного.

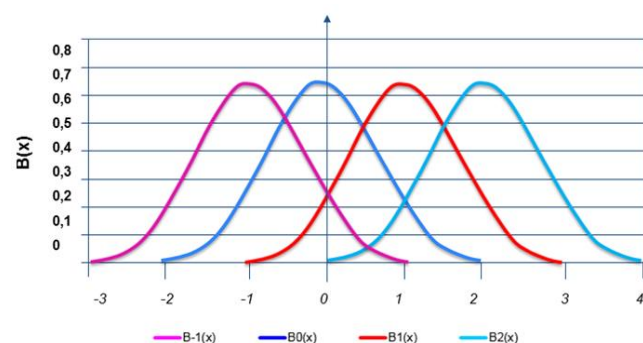


Рис.3. Графики семейства кубических базисных B -сплайнов сдвинутых на постоянный шаг $h=1$.

случаях объем вычислений не зависит от числа узлов сетки, а определяется лишь степенью сплайна. Поэтому он получается значительно меньшим, чем при построении интерполяционных сплайнов, а используемые для вычисления коэффициентов формулы дают незначительное снижение точности.

Эти формулы сохраняют свойства гладкости приближений, а значения коэффициентов не зависят от отсчетов в точках, достаточно удаленных от текущей точки. Формулы

ENERGETICS, THE ELECTRICAL ENGINEERING, ELECTRONIC DEVICES AND INFORMATION TECHNOLOGIES

являются симметричными, но применимы только к внутренним узлам области. Величины же коэффициентов вблизи границ должны определяться, посредством отдельной интерполяции в начале и конце отрезка, а также, возможно, через введение дополнительных узлов [1,2,5].

Опыт применения сплайн - функций как аппарата приближения функций в численном анализе показывает, что во всех известных случаях удавалось добиться ощутимых результатов по сравнению с классическим аппаратом многочленов. В одних задачах переход к сплайнам приводит к повышению точности результатов, в других - к значительному сокращению вычислительных затрат, в третьих - достигаются оба эффекта одновременно.

Применение разработанных алгоритмов для цифровой обработки геофизических сигналов. Во многих геофизических исследованиях усилия учёных направлены на поиски надёжных предвестников месторождений полезных ископаемых и сейсмической опасности. Предвестниками называются скачкообразные изменения, выбросы или аномалии в том или другом параметре, с помощью которых можно осуществить принцип прогнозирования - предсказание месторождения и количество полезных ископаемых, а также места, силы и времени будущего сейсмического события. Предвестниками могут служить аномальные изменения электромагнитного, гравитационного полей, аномальные возмущения в ионосфере, сейсмические шумы, различные акустические колебания и другие.

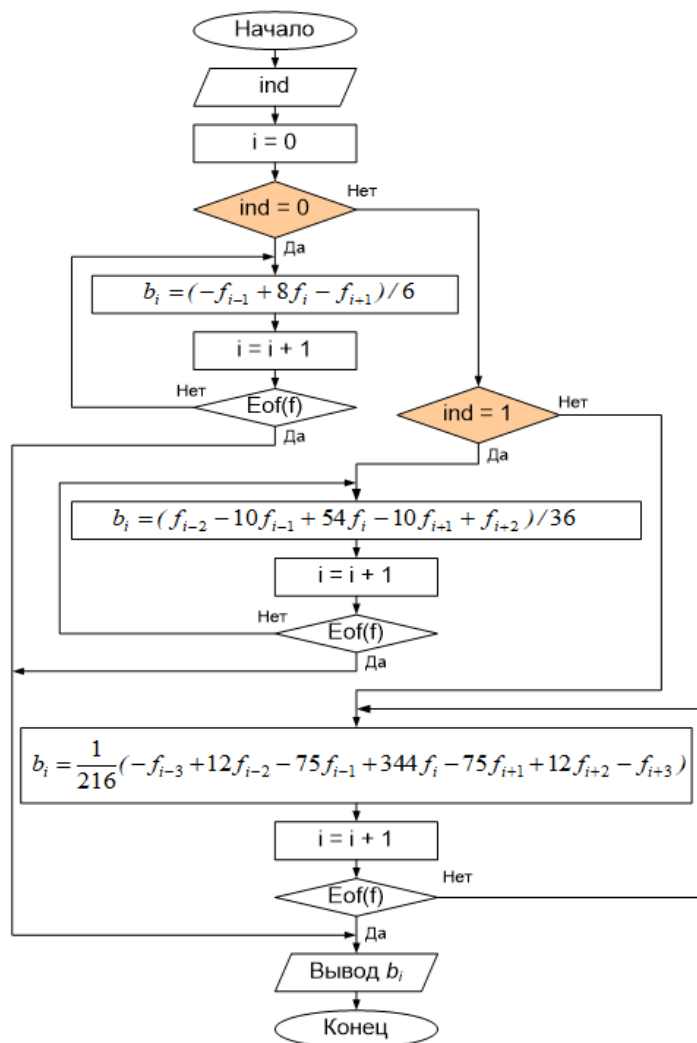


Рис.4а. Блок- схема алгоритма расчета b-коэффициентов с помощью точечных формул.

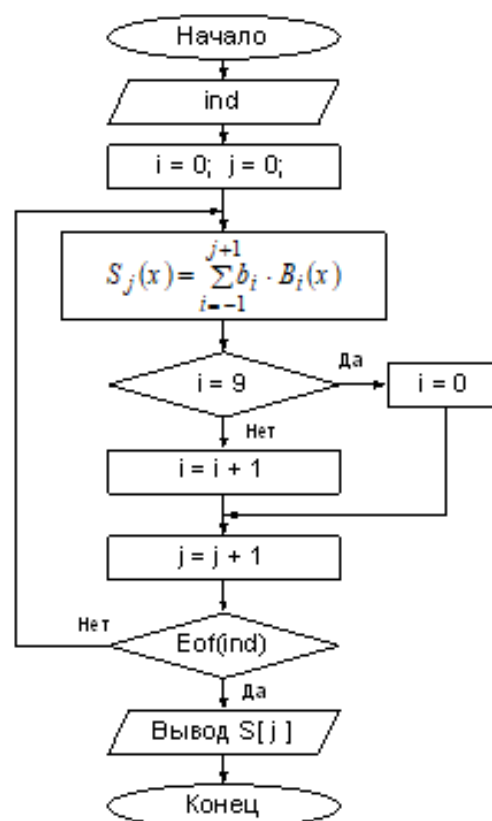


Рис. 4б. Блок-схема алгоритма восстановления геофизического сигнала кубическими базисными сплайнами.

Магниторазведкой называется метод исследования строения земной коры, поисков и разведки полезных ископаемых, изучающих распределение в пространстве

изменений магнитного поля, возникающих вследствие неодинаковой намагниченности

ENERGETICS, THE ELECTRICAL ENGINEERING, ELECTRONIC DEVICES AND INFORMATION TECHNOLOGIES

различных горных пород.

Одним из методов магнитной разведки является аэромагнитная съемка. Аэромагнитной съемкой (АМС) называются измерения напряженности магнитного поля Земли с летящего самолета или вертолета. Результаты этих измерений используются для геологического изучения земной коры и поисков полезных ископаемых. Основным

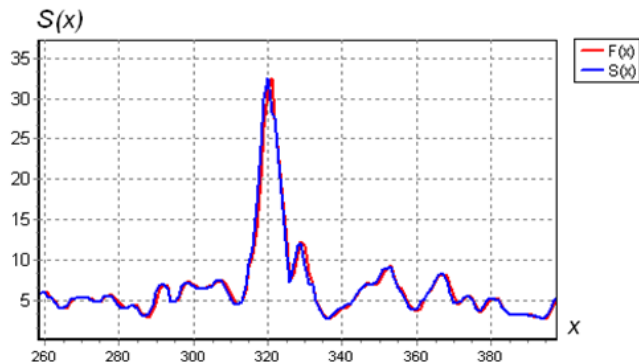


Рис.4в. Результаты обработки геофизического сигнала, полученного в результате аэромагнитной съемки.

преимуществом АМС по сравнению с наземной является ее высокая производительность.

В процессе проведения площадных съемок самолет пролетает над данной территорией через равные расстояния (например 30-50м) и с помощью магнитометра измеряет магнитные явления.

На рис.4в. показаны результаты обработки геофизического сигнала, полученного в результате аэромагнитной съемки. Где, $F(x)$ -график геофизического сигнала, $S(x)$ - график кубического

базисного сплайна аппроксимирующего $F(x)$.

Была проведена серия численных экспериментов. В результате обработки значений различных аналитических функций и реальных сигналов, сделан анализ ошибки восстановления сигналов. Результаты сравнения среднеквадратической ошибки восстановления одномерных функций и реальных сигналов приведены в таблице 1.

Таблица 1.

Сравнение среднеквадратической ошибки восстановления одномерных функций и экспериментальных данных

№	Функциональные зависимости	Количество отсчетов N			
		64	128	512	1024
1	$y = 1/(x + 1)$	$6,0 \cdot 10^{-3}$	$4,10 \cdot 10^{-3}$	$2,10 \cdot 10^{-3}$	$1,50 \cdot 10^{-3}$
2	$y = \ln(x + 1)$	$14,9 \cdot 10^{-3}$	$11,2 \cdot 10^{-3}$	$5,80 \cdot 10^{-3}$	$4,10 \cdot 10^{-3}$
3	$y = \sin x^2$	$0,04 \cdot 10^{-3}$	$0,08 \cdot 10^{-3}$	$0,30 \cdot 10^{-3}$	$0,48 \cdot 10^{-3}$
4	$y = x^2 \sqrt{4 - x^2}$	$0,31 \cdot 10^{-3}$	$0,61 \cdot 10^{-3}$	$2,04 \cdot 10^{-3}$	$5,70 \cdot 10^{-3}$
5	Геофизический сигнал	0,2685	0,5824	1,2867	-
6	Биомедицинский сигнал	0,0014	0,1071	0,0327	-

Для сравнения ошибки восстановления функций и реальных сигналов использованы локальные формулы (3),(4),(5) для расчета b -коэффициентов и алгоритмы приведенные на рисунках 1,4а и 4б. Результаты анализа ошибок показывают, что точность восстановления локальными сплайнами зависит от применяемой формулы: с увеличением количества используемых точек в формуле уменьшается значение ошибки, но увеличивается количество вычислительных операций.

Таким образом, сплайны как класс кусочных функций вследствие универсальности алгоритмов обработки отсчетов, хороших дифференциальных и экстремальных свойств, высокой сходимости оценок приближений, простоты вычислений форм и параметров, слабого влияния ошибок округления находят все более широкое применение при создании аппаратных и программных средств анализа и восстановления одномерных и многомерных сигналов, расширяя рамки традиционных подходов [1,2,3].

ENERGETICS, THE ELECTRICAL ENGINEERING, ELECTRONIC DEVICES AND INFORMATION TECHNOLOGIES

Применение кубических базисных сплайнов в ряде задач, например, при цифровой обработке сигналов с большими градиентами, резонансными пиками, выбросами, дают лучшие результаты по точности. Реализации вычислительных структур на основе полиномиальных сплайнов связаны с большими аппаратными затратами, а алгоритмы полученные на их основе требуют большие объемы вычислений.

Выводы. Таким образом, сплайны как класс кусочных функций обусловлены универсальностью алгоритмов обработки показаний, хорошими дифференциальными и экстремальными свойствами, высокими оценками сходимости приближений, упрощают вычисления, формы и параметры, слабое влияние ошибок округления находит все большее распространение. Применение в создании аппаратного и программного обеспечения позволяет анализировать и восстанавливать одномерные и многомерные сигналы, расширяя область применения традиционных подходов.

References

- [1]. Зайнидинов Х. Н., Кўчқаров М.А. “Моделирование геофизических полей локальными параболическими сплайнами” Автоматика и программная инженерия. 2020, №1(31) -С.77-82
- [2]. Зайнидинов Х. Н., Бахромов С.А., Кўчқаров М.А. “Методы моделирования тепловых полей бикубическими сплайнами” Автоматика и программная инженерия. 2018. № 1(23) -С.96-103
- [3]. З. H.N. Zaynidinov, I. Yusupov, M.G.Mannopova. Applying Haar Wavelets in Tasks of Digital Processing of Two-Dimensional Signals. // International Journal of Innovative Technology and Exploring Engineering (IJTEE) (Indexed by SCOPUS), ISSN: 2278-3075, Volume-9 Issue-6, p.163-166, April 2020.
- [4]. H. S. Hou and H. C. Andrews, "Cubic splines for image interpolation and digital filtering", IEEE Trans. Acoust. Speech and Signal Processing, vol. ASSP-26, no. 6, pp. 508-517, 1978..
- [5]. Архипов А.Н., Ждан А.Г., Сандомирский В.Б. Тензочувствительность полупроводниковых пленок, содержащие межгранульные барьеры. ФТП, 1974. Т. 8(5). С. 1314.
- [6]. Dhananjay Singh, Madhusudan Singh, Hakimjon Zaynidinov. SignalProcessing Applications Using Multidimensional Polynomial Splines // Springer Briefs in Applied Sciences, Singapore, (Indexed by EI-Compendex, SCOPUS and Springer link). ISBN-978-981-13-2238-9, Series ISBN, 10.1007/978-981-13-2239-6.
- [7]. R. H. Bartels, J. C. Beatty and B. A. Barsky, Splines for Use in Computer Graphics, CA, Los Altos:Morgan Kaufmann, 1987.
- [8]. Svinin S.F. Baseline splines in signal theory. SP: Science. 2003. 118, p.180
- [9]. Schumaker, L. L. (2007). Spline functions: Basic theory (3rd ed.). New York: Wiley (paperback).
- [10]. C. de Boor, "On calculating with B-splines", J. Approximation Theory, vol. 6, pp. 50-62, 1972.
- [11]. C. de Boor, "On calculating with B-splines", J. Approximation Theory, vol. 6, pp. 50-62, 1972.
- [12]. de Boor, C. (2001). A practical guide to splines. New York: Springer. Revised Edition (original edition 1978).