

6-7-2019

NUMERICAL MODELING OF A TURBULENT FLOW IN A FLOW FLAT PLATE WITH A ZERO GRADIENT OF PRESSURE BASED ON A STANDARD K-E AND MODERNIZED K-E MODELS

Z M. Malikov

Institute of Mechanics and Seismic Strength of Structures at the Academy of Sciences of Uzbekistan

E U. Madaliev

Fergana Polytechnic Institute

M E. Madaliev

Fergana Polytechnic Institute

Follow this and additional works at: <https://uzjournals.edu.uz/ferpi>

Recommended Citation

Malikov, Z M.; Madaliev, E U.; and Madaliev, M E. (2019) "NUMERICAL MODELING OF A TURBULENT FLOW IN A FLOW FLAT PLATE WITH A ZERO GRADIENT OF PRESSURE BASED ON A STANDARD K-E AND MODERNIZED K-E MODELS," *Scientific-technical journal*: Vol. 2 : Iss. 2 , Article 7.

Available at: <https://uzjournals.edu.uz/ferpi/vol2/iss2/7>

This Article is brought to you for free and open access by 2030 Uzbekistan Research Online. It has been accepted for inclusion in Scientific-technical journal by an authorized editor of 2030 Uzbekistan Research Online. For more information, please contact sh.erkinov@edu.uz.

BUILDING

УДК: 696.11

NUMERICAL MODELING OF A TURBULENT FLOW IN A FLOW FLAT PLATE WITH A ZERO GRADIENT OF PRESSURE BASED ON A STANDARD k - ε AND MODERNIZED k - ε MODELSZ.M. Malikov¹, E.U. Madaliev², M.E. Madaliev²¹Institute of Mechanics and Seismic Strength of Structures at the Academy of Sciences of Uzbekistan
²Fergana Polytechnic Institute**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕЧЕНИЯ ПРИ ОБТЕКАНИИ ПЛОСКОЙ ПЛАСТИНЫ С НУЛЕВЫМ ГРАДИЕНТОМ ДАВЛЕНИЯ НА ОСНОВЕ СТАНДАРТНОЙ k - ε И МОДЕРНИЗИРОВАННОЙ k - ε МОДЕЛЕЙ**З.М. Маликов¹, Э.У. Мадалиев², М.Э. Мадалиев²¹Институт механики и сейсмостойкости сооружений им. М.Т.Уразбаева АН РУз
²Ферганский политехнический институт**БОСИМ ГРАДИЕНТИСИЗ ЯССИ ПЛАСТИНКАДА ОҚИМНИНГ ТУРБУЛЕНТ ХАРАКАТИНИ СТАНДАРТ k - ε ВА ТАКОМИЛЛАШГАН k - ε МОДЕЛЛАР ОРҚАЛИ СОЊЛИ МОДЕЛЛАШТИРИШ**З.М. Маликов¹, Э.Ў. Мадалиев², М.Э. Мадалиев²¹Институт механики и сейсмостойкости сооружений им. М.Т.Уразбаева АН РУз.
²Фаргона политехника институти

Abstract. In this article, the velocity on a flat plate with a zero pressure gradient is studied. The article is based on solving the hydrodynamic Navier-Stokes equations for turbulent flow based on the standard k - ε and modernized k - ε models. In this variant, complex turbulent continuum models were considered.

Keywords: Navier - Stokes, numerical method.

Аннотация. В данной статье изучена скорость на плоской пластине с нулевым градиентом давления. Статья основана на решении гидродинамических уравнений Навье-Стокса для турбулентного потока на основе стандартной k - ε и модернизированном k - ε моделей. В данном варианте рассматривалась сложная турбулентная модель сплошной среды.

Ключевые слова: Навье — Стокс, численный метод.

Аннотация. Ушбу мақолада босимсиз чексиз узун пластинкада оқим тезлиги ўрганилган. Мақола Навье — Стоксни турбулент оқим гидродинамик тенгламасига асосланган стандарт k - ε ва модернизация қилинган k - ε моделларидан фойдаланилган. Ҳисобланган моделда суюқлик оқими мураккаб турбулентҳаракат учун кўрилган.

Таянч сўзлар: Навье — Стокс, ҳисобий усул.

Введение

Первоначально k - ε модель использовалась для расчета несжимаемой сдвиговой турбулентности. Наиболее естественным путем включения в модель гравитационной турбулентности является введение специальной эмпирической константы при генерационном члене гравитационной неустойчивости в ε -уравнении. При этом значения остальных констант модели должны оставаться близкими к их значениям, подобранным для описания сдвиговой турбулентности. Рассмотрение задачи о взаимодействии турбулентности с ударными волнами демонстрирует неприменимость стандартного варианта k - ε модели для описания взаимодействия ударных волн с турбулентностью, связанную с нетипично большим ростом турбулентных величин в ударном скачке.

BUILDING

k - ε модель является, видимо, наиболее удачной моделью турбулентности первого уровня замыкания. Для описания турбулентных величин в ней используется система двух нелинейных диффузионных уравнений для массовой плотности турбулентной энергии k и скорости диссипации турбулентной энергии ε . Простейший вариант данной модели появился более тридцати лет тому назад [1]. С тех пор k - ε модель широко применялась для расчетов большого круга задач, в основном, для описания сдвиговой несжимаемой турбулентности.

В качестве прецедента включения и гравитационной (конвективной) турбулентности, можно указать применение k - ε модели для расчетов профилей ветра, температуры и коэффициентов турбулентной диффузии в атмосферном пограничном слое различной стратификации [2,3]. При этом эмпирические константы данного варианта модели несколько отличаются, от устоявшегося варианта констант [1], подобранного для описания сдвиговых течений. К тому же, для хорошего описания профилей величин в приземном атмосферном слое требуется использование несколько разных эмпирических констант в случае устойчивой и неустойчивой стратификации. Еще более значительное отличие эмпирических констант модели от устоявшегося набора было предложено в работе [4] посвященной применению k - ε модели к расчету автомодельного гравитационного перемешивания двух несжимаемых жидкостей.

Довольно ясно, что возможности k - ε модели для описания сложных турбулентных течений ограничены. Тем не менее, ввиду простоты этой модели (по сравнению с моделями второго уровня замыкания и другими более основательными приближениями), желательно иметь ее вариант, который бы обеспечил приемлемое описание достаточно широкого круга течений со сдвиговой и гравитационной турбулентностью.

В настоящей работе дается обзор имеющихся источников для оценки эмпирических констант модели. Для этого рассматриваются аналитические решения уравнений k - ε модели для ряда характерных частных случаев, позволяющие сделать оценку эмпирических констант, путем сравнения с имеющимися экспериментальными данными или результатами прямого численного моделирования. Данный анализ проводится без привлечения численного решения k - ε уравнений, что делает его более ясным.

Основные уравнения

Число методов, основанных на использовании моделей второго порядка и отличающихся друг от друга количеством привлекаемых уравнений переноса и составом неизвестных, выражающих характеристики турбулентных движений, в настоящее время велико. Наиболее положительные отзывы в текущей литературе относятся к методам, содержащим уравнения переноса кинетической энергии. Среди них выделяется метод, основанный на совместном решении уравнений переноса импульса, кинетической энергии и скорости диссипации так называемый метод « k - ε ». В этом методе совместному решению подлежит система уравнений [5].

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0, & u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} + \frac{\partial}{\partial y} (v \frac{\partial u}{\partial y} - \overline{u'v'}), \\ u \frac{\partial k}{\partial x} + v \frac{\partial k}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial y} \right) + \nu_t \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 - \varepsilon, & u \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + v \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right) + C_1 \frac{\varepsilon}{k} \nu_t \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 - C_2 \frac{\varepsilon^2}{k}, \end{aligned} \quad (1)$$

где положено

$$k = \frac{1}{2} (\overline{u'^2 + v'^2}), \quad \varepsilon = \nu \left(\overline{\left(\frac{\partial u'}{\partial x} \right)^2} + \overline{\left(\frac{\partial v'}{\partial y} \right)^2} \right), \quad -\overline{u'v'} = \nu_t \frac{\partial u}{\partial y}.$$

Для замыкания системы уравнений применяется «связка» Прандтля — Колмогорова

$$\nu_t = C_\nu \frac{k^2}{\varepsilon}, \quad (2)$$

BUILDING

основанная на локальной аналогии с теорией однородной и изотропной турбулентности. В правых частях последних двух уравнений системы вместо явной записи коэффициентов ν_k для кинетической энергии k и ν_ε — для скорости диссипации ε — введены «числа Прандтля»

$$\sigma_k = \frac{\nu_t}{\nu_k}, \sigma_\varepsilon = \frac{\nu_t}{\nu_\varepsilon}.$$

Система уравнений метода « $k-\varepsilon$ » содержит целый ряд эмпирических констант: $C_v=0,09$, $C_1=1,44$, $C_2=1,92$, $\sigma_k=1$ а σ_ε определяется равенством

$$\sigma_\varepsilon = \frac{\chi^2}{\sqrt{C_v}(C_2 - C_1)}, \chi = 0.4.$$

В модернизированном « $k-\varepsilon$ » методе совместному решению подлежит система уравнений.

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0, & u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} + \frac{\partial}{\partial y} (v \frac{\partial u}{\partial y} - \overline{u'v'}), \\ u \frac{\partial k}{\partial x} + v \frac{\partial k}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu_s}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial y} \right) + G_k - \varepsilon, & u \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + v \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu_s}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right) + C_1 f_1 \frac{\varepsilon}{k} G_k - C_2 f_2 \frac{\varepsilon^2}{k}, \end{aligned} \quad (3)$$

Для замыкания системы уравнений применяется

$$-\overline{u'v'} = \nu_t \frac{\partial u}{\partial y}, \nu_t = C_\mu f_\mu \frac{\rho k^2}{\varepsilon}, f_\mu = (1 - \exp(-A_m R_r))^2 (1 + \frac{A_t}{R_t}). \quad (4)$$

где $R_r = \frac{\rho \sqrt{k} y}{\mu}, R_t = \frac{\rho k^2}{\mu \varepsilon}.$

В данной системе уравнений G_k представляет кинетическую энергию, образованную от средних градиентов скорости. Применяя гипотезу Буссинекса, ее можно выразит по формуле

$$G_k = G_{xy} = 4\mu_s \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2. \quad (5)$$

где $\mu_s = \nu + \nu_t.$

На уравнений (3) ест два функции f_1 и f_2 они определяется по формуле

$$f_1 = 1 + \left(\frac{A_t}{f_\mu} \right)^3, f_2 = 1 - \exp(-R_t^2). \quad (6)$$

Остальные константы определены из экспериментов для фундаментальных турбулентных жидкости и имеют следующие значения: $C_1=1,44$, $C_2=1,92$, $C_\mu=0,09$, $\sigma_k=1$, $\sigma_\varepsilon=1,3$, $A_m=0,0165$, $A_t=20,5$, $A_l=0,05$, ρ -плотность газа.

Численный метод

Для решения задачи с учетом выше предложенных моделей турбулентности рассматриваются уравнения турбулентного движения. Для численной реализации системы (1,3) введем переменные Мизеса [6] (ξ, ψ) :

$$(x, y) \rightarrow (\xi(x, y), \psi(x, y)), x = \xi.$$

В новых переменных, производные определяются по известной формуле [7]:

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial}{\partial \psi}, \quad \frac{\partial}{\partial y} = \frac{\partial \xi}{\partial y} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial}{\partial \psi}. \quad U = \frac{\psi^n \partial \psi}{\partial y}, V = -\frac{\psi^n \partial \psi}{\partial x}. \quad (7)$$

Здесь n – используется для регулирования сгущения расчетной сетки около стенки. С увеличением n увеличивается и сгущение сетки. Авторы для расчетов использовали значение $n=1$. В новых переменных

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial \xi} - \frac{V \partial}{\psi \partial \psi}, \quad \frac{\partial}{\partial y} = \frac{U}{\psi} \frac{\partial}{\partial \psi}. \quad (8)$$

А) система (1,3) приобретает вид стандартная $k-\varepsilon$ модель

BUILDING

$$\frac{\partial u}{\partial \xi} = \frac{1}{\psi} \frac{\partial}{\partial \psi} \left(\frac{u}{\psi} \frac{\partial u}{\partial \psi} (\gamma + \gamma_t) \right), \quad \frac{\partial k}{\partial \xi} = \frac{1}{\psi} \frac{\partial}{\partial \psi} \left(\frac{v_t}{\sigma_k} \frac{u}{\psi} \frac{\partial k}{\partial \psi} \right) + v_t \frac{u}{\psi^2} \left(\frac{\partial u}{\partial \psi} \right)^2 - \frac{\varepsilon}{u}, \tag{9}$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial \xi} = \frac{1}{\psi} \frac{\partial}{\partial \psi} \left(\frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{u}{\psi} \frac{\partial \varepsilon}{\partial \psi} \right) + C_1 \frac{\varepsilon}{k} v_t \frac{u}{\psi^2} \left(\frac{\partial u}{\partial \psi} \right)^2 - C_2 \frac{\varepsilon^2}{uk}, \quad \gamma_t = C_\gamma \frac{k^2}{\varepsilon}.$$

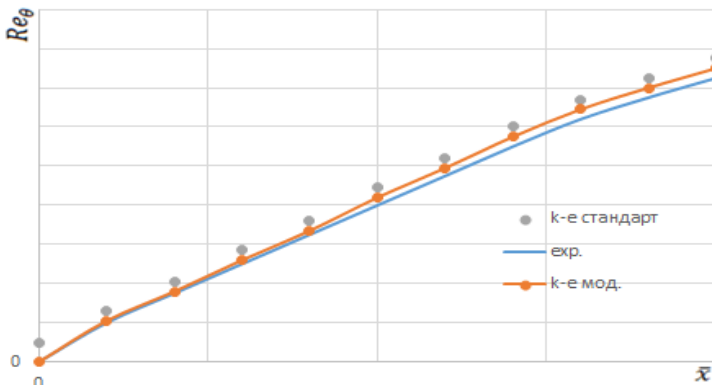
Б) модернизированная k-ε модель

$$\frac{\partial u}{\partial \xi} = \frac{1}{\psi} \frac{\partial}{\partial \psi} \left(\frac{u}{\psi} \frac{\partial u}{\partial \psi} (\gamma + \gamma_t) \right), \quad \frac{\partial k}{\partial \xi} = \frac{1}{\psi} \frac{\partial}{\partial \psi} \left(\frac{\mu_s}{\sigma_k} \frac{u}{\psi} \frac{\partial k}{\partial \psi} \right) + \frac{G_k}{u} - \frac{\varepsilon}{u}, \tag{10}$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial \xi} = \frac{1}{\psi} \frac{\partial}{\partial \psi} \left(\frac{\mu_s}{\sigma_\varepsilon} \frac{u}{\psi} \frac{\partial \varepsilon}{\partial \psi} \right) + C_1 f_1 G_k \frac{\varepsilon}{uk} - C_2 f_2 \frac{\varepsilon^2}{uk}, \quad G_k = 4\mu_s \left(\frac{u \partial u}{\psi \partial \psi} \right)^2.$$

Численный расчет уравнений системы (1,3) проводился с помощью неявной конечно-разностной схемы.

В поперечном направлении использована центральная разность. Для решения неявной схемы использовался метод прогонки. Шаги интегрирования были $\Delta \xi = 0.00001$, $\Delta \psi = 0.0002$. Число расчетных точек в поперечном направлении было 4000. Для задачи ставились следующие граничные условия: на стенке, т.е. при $\psi = 0$: $U = 0$ и при $\psi \rightarrow \infty$: $U = 1$. Старт расчета происходил в $\varepsilon = k = 0.0045$



Фиг.1. Зависимость числа Рейнольдса толщины потери импульса от длины пластины.

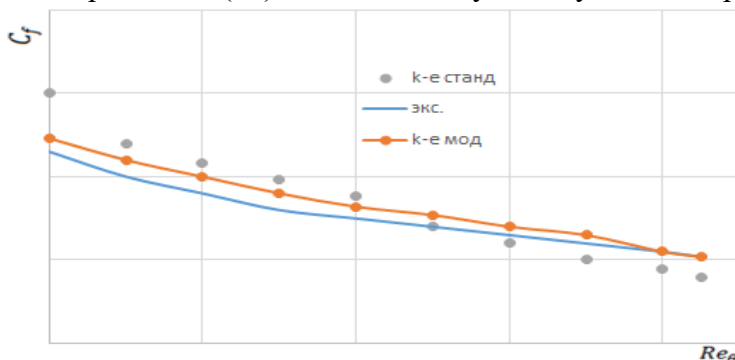
для числа Рейнольдса $Re = 5 \cdot 10^6$. Таким образом, до сечения $\xi = 0$ поток был ламинарным и после него становился турбулентным за счет увеличения относительных скоростей. Ниже показаны сопоставления полученных численных результатов с известными опытными данными и теориями. На фиг.1 сплошной линией показывается численные результаты изменения числа Рейнольдса толщины потери импульса от безразмерной длины пластины \bar{x} . Число Рейнольдса толщины потери импульса находился путём интегрирования уравнения

$$\frac{d Re_\theta}{d \xi} = 0.5 C_f. \tag{11}$$

Здесь C_f - коэффициент трения пластины:

$$C_f = \frac{2}{Re} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_w = \frac{2}{Re} \left(\frac{u}{\psi} \frac{\partial u}{\partial \psi} \right)_w = \frac{2}{Re} \left(\frac{\partial u^2}{\partial \psi^2} \right)_w \tag{12}$$

Уравнение (11) несложно получить путем интегрирования уравнения движения для осредненного потока по y.



Фиг.2. Зависимость коэффициента трения от числа Рейнольдса толщины потери импульса.

Обсуждение результатов.

На фиг.1 для сравнения пунктирной линией представлены опытные результаты [8].

На фиг.2 сплошной линией показана зависимость коэффициента трения от безразмерной толщины потери импульса по предлагаемой модели. Пунктирной линией иллюстрируется также результаты

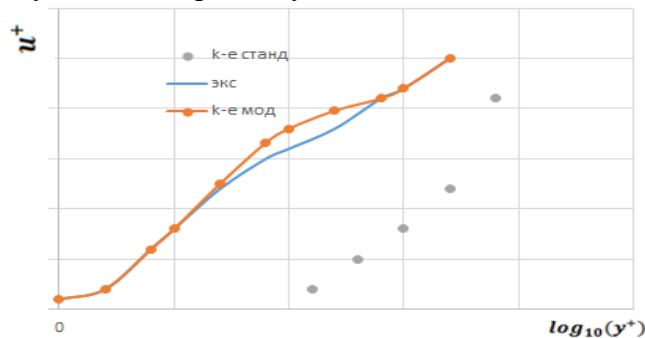
по теории Кармана-Шоенхера [9].

BUILDING

На фиг.3 сплошной линией показан результат численного расчета для безразмерной продольной скорости потока в зависимости от безразмерного расстояния до пластины. Безразмерные скорости и расстояние определялись по формулам

$$u_+ = \frac{u}{u_*}, y_+ = \text{Re } y u_*, u_* = \sqrt{0.5 C_f}.$$

Здесь для сравнения с результатами модели пунктирными линиями показаны также результаты теории Коулза [10,11].



Фиг.3. Поперечное распределение продольной скорости.

Заключение

В статье показана возможность моделирования турбулентных процессов с помощью двух взаимопроникающих потоков. Калибровка и верификация « $k-\varepsilon$ » модели проведена на известных задачах, которые хорошо исследованы экспериментально. Несмотря на то, что природа турбулентности у этих задач разные, « $k-\varepsilon$ » модель количественно не

описывает точно эти сложные течения, а модернизированная $k-\varepsilon$ модель неплохо описывает эти сложные течения.

Литература

- [1]. В. Mohammadi, O. Pironneau. Analysis of the K-Epsilon turbulence model. M. John Wiley & Sons, 1994.
- [2]. Вагер Б.Г., Надежина Е.Д. Использование дифференциального уравнения переноса диссипации при моделировании приземного слоя атмосферы. Известия АН СССР. Физика атмосферы и океана, т. 12, № 6, с.345-355, 1976.
- [3]. М.Г. Анучин, В.Е. Неуважаев, И.Э. Паршуков. Применение $k\varepsilon$ -модели для описания приземного слоя атмосферы. ВАНТ сер. Математическое моделирование физических процессов, вып. 2, с. 11-27, 2001.
- [4]. В.Е. Неуважаев, В.Г. Яковлев. Расчет гравитационного турбулентного перемешивания по $k-\varepsilon$ модели. ВАНТ сер. «Теоретическая и прикладная физика», вып. 1, стр. 28-36, 1988.
- [5]. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1987. С. 373–382.
- [6]. Mises R., Zs. angew. Math. u. Mech., 7, 425(1927).
- [7]. Karman Th. Mechanische Ahnlichkeit und Turbulenz. – Nachr. d. Gesellsch. d. Wissen. Zu Gottingen, Math. Phys. Kl., 1930.
- [8]. “Turbulence modeling Resource. NASA Langley Research Center”, <http://turbmodels.larc.nasa.gov>.
- [9]. Schoenherr K. E. Resistance of flat plate. Trans. SNAME. 40:279-313, 1932.
- [10]. Coles, D. E. The law of the wake in the turbulent boundary layer. J. Fluid Mech. 1, 191–226, 1956.
- [11]. Coles, D. The turbulent boundary layer in a compressible fluid. J. Fluid Mech. 1, 191. Rep.R-403-PR, Rand Corp., Santa Monica, California, 1962.