Scientific-technical journal

Volume 3 | Issue 6 Article 9

12-25-2020

SYNTHESIS ALGORITHMS FOR OPTIMAL STABLE CONTROL SYSTEMS WITH RESPECT TO THE OUTPUT VARIABLE

S B. Atajonova
Andijan Agricultural Institute, radiofizik2012@mail.ru

U F. Mamirov
Tashkent State Technical University named Islam Karimov

SHORT MESSAGES

SYNTHESIS ALGORITHMS FOR OPTIMAL STABLE CONTROL SYSTEMS WITH RESPECT TO THE OUTPUT VARIABLE

[1]Atajonova S.B., [2]Mamirov U.F.

[1]Andijan Agricultural Institute,
[2]Tashkent State Technical University named Islam Karimov

АЛГОРИТМЫ СИНТЕЗА ОПТИМАЛЬНЫХ УСТОЙЧИВЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ ПО ВЫХОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

[1]Атажонова С.Б., [2]Мамиров У.Ф.

[1]Андижанский машиностроительный институт,
[2]Ташкентский государственный технический университет имена Ислама Каримова

ЧИҚИШ ЎЗГАРУВЧИСИ БЎЙИЧА ОПТИМАЛ БАРҚАРОР БОШҚАРУВ ТИЗИМЛАРИНИ СИНТЕЗ ҚИЛИШ АЛГОРИТМЛАРИ

[1]Атажонова С.Б., [2]Мамиров У.Ф.

[1]Андижон қишлоқ хўжалик институти
[2]Ислом Каримов номидаги Тошкент давлат техника университети

Abstract. *The article deals with the synthesis of optimal stable control systems with respect to the output variable. A continuous one-dimensional system with the properties of controllability and observability is discretized using the quantization period T and an extrapolator of zero order. The above expressions make it possible to obtain the parameters of the control law of a continuous one-dimensional system when the feedbacks in the control system are linear functions of the state of the object.*
Keywords: output variable control, optimal stable system, synthesis algorithms.

Аннотация: *В статье рассматриваются вопросы синтеза оптимальных устойчивых систем управления по выходной переменной. Непрерывная одномерная система, обладающая свойствами управляемости и наблюдаемости, дискредитируется с помощью периода квантования T и экстраполятора нулевого порядка. Приведённые выражения позволяют получать параметры закона управления непрерывной одномерной системы, когда обратные связи в системе управления являются линейными функциями состояния объекта.*
Ключевые слова: управление по выходной переменной, оптимальная устойчивая система, алгоритмы синтеза.

Аннотация: *Мақолада чиқиш ўзгарувчисига нисбатан оптимал барқарор бошқарув тизимларини синтез қилиш масаласи кўриб чиқилган. Бошқарувчанлик ва кузатувчанлик хусусиятларига эга бўлган узлуксиз бир ўлчамли тизим квантлаш даври T ва нолинчи тартибли экстраполятор ёрдамида дискретланади. Юқоридаги иборалар бошқарув тизимидаги тескари алоқалар объект ҳолатининг чизиқли функциялари бўлганида доимий бир ўлчамли узлуксиз тизимнинг бошқарув қонуни параметрларини олиш имконини беради.*
Таянч сўзлар: чиқиш ўзгарувчисини бошқариш, оптимал барқарор тизим, синтез алгоритмлари.

В настоящее время актуальной проблемой остается проблема синтеза алгоритмов управления системами по измерениям выходной переменной. Управление только по измерениям выхода объекта управления позволяет упростить проектирование технических систем, уменьшая их габариты, так как пропадает необходимость использования большого количества датчиков, которые измеряют вектор состояния проектируемой системы и вносят дополнительные погрешности, связанные с ошибками измерений и дополнительными возмущениями. В ряде случаев при проектировании системы управления невозможно установить датчики, позволяющие измерить ряд переменных состояния системы, либо производные выходной переменной. Также уменьшение количества датчиков ведет к снижению стоимости системы управления [1-6].

Рассмотрим непрерывную одномерную систему, обладающую свойствами управляемости и наблюдаемости:

$$\begin{aligned} \dot{x}[t] &= A_c x[t] + b_c u[t], \\ y[t] &= c_c x[t], \end{aligned} \tag{1}$$

где A_c, b_c и c_c - $n \times n$–, $n \times 1$– и $1 \times n$ -матрицы соответственно.

Дискретизируем систему (1), используя период квантования T и экстраполятор нулевого порядка.

Полагая $x_i = x[iT], y_i = y[iT],$ будем иметь:

$$x_{i+1} = Ax_i + bu_i \quad i \geq 0, \tag{2}$$

$$y_i = cx_i, \tag{3}$$

где

$$A = \exp(A_c T), \quad b = \int_0^T \exp(A_c p) dp \cdot b_c, \quad c = c_c. \tag{4}$$

В этом случае пара (A, b) управляема, а пара (c, A) наблюдаема для почти всех *T*. Применим к системе (2)-(4) следующий закон управления $(i \geq n-1)$:

$$u_i = -g_1 u_{i-n+1} - g_2 u_{i-n+2} - \ldots - g_{n-1} u_{i-1} - h_1 y_{i-n+1} - h_2 y_{i-n+2} - \ldots - h_n y_i. \tag{5}$$

Перепишем (5), рассматривая $u_0, \ldots, u_{n-2}$ как произвольные начальные значения, для $i \geq 0$:

$$u_{i+n-1} = -g_1 u_i - g_2 u_{i+1} - \ldots - g_{n-1} u_{i+n-2} - h_1 y_i - h_2 y_{i+1} - \ldots - h_n y_{i+n-1}.$$

Тогда с учетом (2) будем иметь [4-6]:

$$\begin{bmatrix} x_{i+1} \\ u_{i+1} \\ u_{i+2} \\ \vdots \\ u_{i+n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & b & & & \\ & & 1 & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & 1 \\ -k & -\upsilon_1 & \cdots & & -\upsilon_{n-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ u_i \\ u_{i+1} \\ \vdots \\ u_{i+n-2} \end{bmatrix} \tag{6}$$

где

$$\left.\begin{aligned} k(1 \times n) &= (h_1, h_2, \ldots, h_n)\left(c', A'c', \ldots, A'^{n-1}c'\right)'; \\ \upsilon_1 &= g_1 + h_2 cb + h_3 cAb + \ldots + h_n cA^{n-2} b; \\ \upsilon_2 &= g_2 + h_3 cb + h_4 cAb + \ldots + h_n cA^{n-3} b; \\ &\vdots \\ \upsilon_{n-1} &= g_{n-1} + h_n cb. \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

Обозначая $X_i = (x_i', u_i, \ldots., u_{i+n-2})'$ и $w_i = u_{i+n-1}$, будем рассматривать

$$w_i = -(k, \upsilon_1, \upsilon_2, \ldots., u_{n-1}) X_i \tag{8}$$

SHORT MESSAGES

как обратную связь по состоянию для разомкнутой системы

$$X_{i+1} = \begin{bmatrix} A & b & & \\ & & & I_{n-2} \\ & & & \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} X_1 + \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} w_i . \tag{9}$$

Так как пара (A,b) управляема, система (9) также управляема, то соотношения (8), (9) образуют альтернативное представление замкнутой системы (6), (7). Следовательно, применяя обратную связь по состоянию (8) к системе (9), можно произвольно выбрать $2n-1$ полюсов.

Воспользовавшись вектором $f(1\times n)$ коэффициентов усиления обратной связи, стабилизирующим идеальную замкнутую систему

$$x_{i+1} = (A - bf)x_i , \tag{10}$$

можно выбрать k и υ_i согласно соотношениям

$$k = fA^{n-1},\ \upsilon_1 = fA^{n-2}b,...,\upsilon_{n-2} = fAb,\ \upsilon_{n-1} = fb . \tag{11}$$

Тогда полюсы системы (8), (9) совпадают с n полюсами $(A-bf)$ и $n-1$ полюсами, расположенными в начале координат. Если выбрать f таким образом, чтобы система (7) вырождалась в нулевую систему за n периодов квантования, то есть $(A-bf)^n = 0$, то система (8), (9) выродится в нулевую систему за $2n-1$ периодов квантования [4,5].

Будем предполагать, что для системы (9) при $i=0$ величины $u_i,...,u_{i+n-2}$ являются начальными значениями, а при $i \ge 1$ величины $\omega_i = u_{i+n-1}$ являются последовательными запаздываниями. Амплитуда реакции на входное воздействие определяется величиной ω_i. Предположим, что показатель затрат, который минимизируется с помощью w_i -имеет вид:

$$J_y = \sum_{i=0}^{\infty}\left(x_i' Q x_i + r w_i^2\right) \tag{12}$$

можно показать, что

$$f = \left(r + b'Pb\right)^{-1} b'PA , \tag{13}$$

$$P = Q + A'PA - A'Pb\left(r + b'Pb\right)^{-1} b'PA \tag{14}$$

и имеем оптимум показателя (12), если f в (13) является вектором оптимального коэффициента усиления обратной связи, минимизирую им показатель [6-8]:

$$J_0 = \sum_{i=0}^{\infty}\left(x_i' Q x_i + r u_i^2\right)$$

для системы (2).

Параметры $h_1,...,h_n$ закона управления (5) однозначно определяются соотношениями (14) и (7), после чего можно вычислить параметры $g_1,...,g_{n-1}$:

$$\left(h_1, h_2, ..., h_n\right) = fA^{n-1}\left(c', A'c', ..., A'^{n-1}c'\right)^{-T} ,$$

$$\left.\begin{aligned} g_1 &= fA^{n-2}b - h_2cb - \ldots - h_ncA^{n-2}b \\ g_2 &= fA^{n-3}b - h_3cb - \ldots - h_ncA^{n-3}b \\ &\vdots \\ g_{n-1} &= fb - h_ncb \end{aligned}\right\}$$

Выразим равенство (5) в форме импульсной переходной функции:

$$\frac{U(z)}{Y(z)} = \frac{h_nz^{n-1} + h_{n-1}z^{n-2} + \ldots + h_2z + h_1}{z^{n-1} + g_{n-1}z^{n-2} + \ldots + g_2z + g_1}. \quad (15)$$

Таким образом, получено решение для оптимального компенсатора.

Если принять во внимание запаздывание, очевидно, что u_i нельзя получить из y_i. Однако в предположении, что и $u_0,\ldots,u_n -$ произвольные начальные значения, соотношение (5) при $i > 0$, принимает вид:

$$u_{i+n} = -g_1u_i - \ldots - g_nu_{i+n-1} - h_1y_i \ldots - h_ny_{i+n-1}. \quad (16)$$

Следовательно, в этом случае могут быть получены аналогичные результаты.

Однако, хотя величины g_i могут определяться однозначно, система (15) необязательно устойчива [3-5].

Определим для $0 < m < 1$ величины

$$\hat{y}_i = y[iT + mT] \text{ и } \hat{x}_i = x[iT + mT].$$

Пусть $u_0,\ldots,u_{n-1} -$ произвольные начальные значения. Тогда реализуемый закон управления может быть построен для $i \geq 0$ следующим образом:

$$\begin{aligned} u_{i+n} = -g_1u_i - g_2u_{i+1} - \ldots - g_nu_{i+n-1} - h_1y_i - p_1\tilde{y}_i - \\ - h_2y_{i+1} - p_2\tilde{y}_{i+1} - \ldots - h_ny_{i+n-1} - p_n\tilde{y}_{i+n-1}. \end{aligned} \quad (17)$$

Соотношение (17) совпадает с соотношением (16) за исключением дополнительных членов $p_i\tilde{y}_i$. Обозначим через $T_0 = T - mT$ время вычислений. Тогда при $t = iT + mT$

$$\tilde{x}_i = \tilde{A}x_i + \tilde{b}u_i,$$
$$\tilde{y}_i = c\tilde{x}_i,$$

где

$$\tilde{A} = \exp(A_cmT), \quad \tilde{b} = \int_0^{mT} \exp(A_cp)dp \cdot b_c, \quad c = c_c. \quad (18)$$

Подставляя (18) и (2)-(4) в (17), получим:

$$\begin{aligned} u_{i+n} = &-\left(g_1 + p_1c\tilde{b} + h_2cb + p_2c\tilde{A}b + \ldots + h_ncA^{n-2}b + p_nc\tilde{A}A^{n-2}b\right)u_i - \\ &-\left(g_2 + p_2c\tilde{b} + h_3cb + p_3c\tilde{A}b + \ldots + h_ncA^{n-3}b + p_nc\tilde{A}A^{n-3}b\right)u_{i+1} - \\ &- \ldots - \left(g_n + p_nc\tilde{b}\right)u_{i+n-1} - (h_1, h_2, \ldots, h_n, p_1, p_2, \ldots, p_n) \times \\ &\times \left(c', A'c', \ldots, A'^{n-1}c', \tilde{A}'c', \tilde{A}'A'c', \ldots, \tilde{A}'A'^{n-1}c'\right)x_i = \\ &= -kx_i - \upsilon_1u_i - \upsilon_2u_{i+1} - \ldots - \upsilon_nu_{i+n-1}. \end{aligned} \quad (19)$$

Рассмотрим $g_1,\ldots,g_n$ как свободные параметры и выберем эти параметры так, чтобы полином

$$z^n + g_nz^{n-1} + \ldots + g_2z + g_1$$

был устойчив. Если $k, \upsilon_1,\ldots,\upsilon_n$ определены, то сравнивая различные части соотношения (19),

SHORT MESSAGES

определим $h_1,..., h_n, p_1,..., p_n$ из следующего уравнения:

$$(h_1,..., h_n, p_1,..., p_n)M = (k, \upsilon_1 - g_1,..., \upsilon_n - g_n), \quad (20)$$

где

$$M = \left[\begin{array}{c|cccc} c & 0 & & & 0 \\ cA & cb & 0 & & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & & \vdots \\ cA^{n-1} & cA^{n-2}b & \cdots & cb & 0 \\ \hline c\tilde{A} & c\tilde{b} & 0 & \cdots & 0 \\ c\tilde{A}A & c\tilde{A}b & c\tilde{b} & & \vdots \\ c\tilde{A}A^2 & c\tilde{A}Ab & & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \ddots & 0 \\ c\tilde{A}A^{n-1} & c\tilde{A}A^{n-2}b & c\tilde{A}A^{n-3}b & \cdots \; c\tilde{A}b & c\tilde{b} \end{array}\right]. \quad (21)$$

Как и выше, определим $X_i = (x_i', u_i,..., u_{i+n-1})'$, и соотношение (19) будем рассматривать как обратную связь по состоянию для разомкнутой системы

$$X_{i+1} = \begin{bmatrix} A & b & & \\ & & & I_{n-1} \\ 0 & 0 & ,..., & 0 \end{bmatrix} X_i + \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_{i+n}. \quad (22)$$

Полагая

$$k = fA^n, \quad \upsilon_1 = fA^{n-1}b,..., \upsilon_{n-1} = fAb, \quad \upsilon_n = fb$$

и выбирая f так, чтобы $(A - bf)^n = 0$,, получим замкнутую систему (22), (19), которая обнуляется за $2n$ периодов квантования.

Если f выбирается согласно (13), (14), оптимальное управление реализуемо, если w_i в соотношении (12) заменить на u_{i+n}.

В случае, когда пара (c_c, A_c) наблюдаема и $\det[A_c] \neq 0$, если $c_c A_c^{-1} b_c \neq 0$ (то есть у системы (1) нет полюсов и нулей в начале координат), то для любого заданного $T \neq 0$ матрица $M(2n \times 2n)$ вида (21) несингулярна для почти всех $m, 0 < m < 1$ [9,10].

Таким образом, величины $h_1,...,h_n, p_1,..., p_n$ определяются однозначно из соотношения (20).

Приведённые выражения позволяют получать параметры закона управления непрерывной одномерной системы, когда обратные связи в системе управления являются линейными функциями состояния объекта.

References.

[1]. Pupkov K.A. Metodi klassicheskoy i sovremennoy teorii avtomaticheskogo upravleniya: v 3 t. / K.A. Pupkov i dr. M.: Izd. MGTU im. N.E. Baumana, 2000.

[2]. Egupov N.D. Metodi klassicheskoy i sovremennoy teorii avtomaticheskogo upravleniya. T. 2. Sintez regulyatorov i teoriya optimizatsii sistem avtomaticheskogo upravleniya / Pod red. N.D. Yegupova. M.: Izd-vo MGTU im. N.E. Baumana, 2000. 736 s.

[3]. Bryson A.E., Applied Linear Optimal Control, Cambridge University Press, Cambridge, U.K., 2002. 384 p.

[4]. Kirk D.E., Optimal Control Theory: An Introduction. Mineola, New York: Dover Publications, 2004. 480 p.

[5]. Miroshnik I.V. Teoriya avtomaticheskogo upravleniya. Nelineynie i optimalnie sistemi. — SPb.: Piter, 2006. 271

s.
[6]. Aleksandrov A.G. Optimalnie i adaptivnie sistemi. M.: Visshaya shkola, 2003.
[7]. Bobtsov A.A., Nikiforov V.O. Adaptivnoe upravlenie po vixodu: problematika, prikladnie zadachi i resheniya // Nauchno-texnicheskiy vestnik informatsionnix texnologiy, mexaniki i optiki, 2013, №1 (83). –S. 1-14.
[8]. Drujina M.V., Nikiforov V.O., Fradkov A.L. Metodы adaptivnogo upravleniya nelineynimi obektami po vixodu // Avtomatika i telemexanika. 1996. №2. –S. 3-33.
[9]. Gantmacher F. R., Brenner J. L. Applications of the Theory of Matrices. – Courier Corporation, 2005.
[10]. Horn R.A., Johnson C.R. Matrix analysis //Cambridge University Express. – 1985.