Scientific-technical journal

Volume 3 | Issue 4 Article 8

10-7-2020

GRINDING SYSTEM CALCULATION METHOD

A V. Akhtyamov
Belgorod State Technological University V.G. Shukhova

I V. Kolmykova
Belgorod State Technological University V.G. Shukhova

B A. Alimatov
Belgorod State Technological University V.G. Shukhova

SHORT MESSAGES

УДК 531.8

GRINDING SYSTEM CALCULATION METHOD

Akhtyamov A.V., Kolmykova I.V., Alimatov B.A.

Belgorod State Technological University V.G. Shukhova

МЕТОД РАСЧЕТА СИСТЕМЫ ИЗМЕЛЬЧЕНИЯ

Ахтямов А.В., Колмикова И.В., Алиматов Б.А.

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова

МАЙДАЛАШ ТИЗИМИНИ ҲИСОБЛАШ УСУЛИ

Ахтямов А.В., Колмикова И.В., Алиматов Б.А.

Belgorod davlat texnologik universiteti V.G. Shuxova

Abstract. *The calculation of a complex mechanical system with two degrees of freedom is considered. The calculation algorithm is given.*
Keywords: variational principles of mechanics, system stability, Lagrange equation.

Аннотация: *В статье рассматривается расчёт сложной механической системы с двумя степенями свободы. Представлен алгоритм расчёта.*
Ключевые слова: механика, принципы, вариационные, системы, устойчивость, уравнение Лагранжа.

Аннотация: *Мақолада эркинлик даражаси 2-га тенг бўлган мураккаб механик тизимнинг ҳисоблаш усули таклиф этилган. Ҳисоблаш алгоритми келтирилган.*
Таянч сўзлар: механика, усуллар, вариацион, тизимлар, турғунлик, Лагранж тенгламаси.

При расчете машин и оборудования промышленности строительных материалов часто приходится решать задачу выбора жесткостных характеристик отдельных элементов с целью получения необходимых кинематических характеристик оборудования в целом. Например, требуется подобрать жесткость пружины или системы пружин, при которых будет достигнута необходимая амплитуда движения тел.

Рассмотрим конкретный пример современной системы помола, в которой используют системы жёстких пружин, когда измельчение материала осуществляется на основе амплитудного движения тел. При расчёте важно подобрать такие жёсткости пружин, при которых будет достигнута заданная амплитуда движения мелющих поверхностей [1].

Расчетная схема такой задачи представлена на рис. 1.

В данной задаче требуется подобрать жесткость пружины c_3, при которой будет достигнута требуемая амплитуда движений грузов с массами m_1и m_2. При этом жесткости пружины c_1 и c_2 считаются заданными. С точки зрения механики система представляет собой механическую систему с двумя степенями свободы. Очевидно, ответить на вопрос задачи можно будет, вычислив уравнения движения обоих тел с массами m_1и m_2.

Применим к решению такой задачи уравнения Лагранжа второго рода. Для механической системы с двумя степенями свободы система уравнений имеет вид [2]:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial q_1^{'}}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_1} = -\frac{\partial П}{\partial q_1} \\ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{q_2^{'}}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_2} = -\frac{\partial П}{\partial q_2} \end{cases} \quad (1)$$

В состоянии покоя пружины с коэффициентами жесткости c_1, c_2 *и* c_3 *деформированы* (*сжаты или растянуты*) *на величину* $\lambda_{cm_3}, \lambda_{cm_2}$.

Принимаем за обобщенные координаты q_1 – перемещение тела m_1 из положения покоя, q_2 – перемещение тела m_2 из положения покоя.

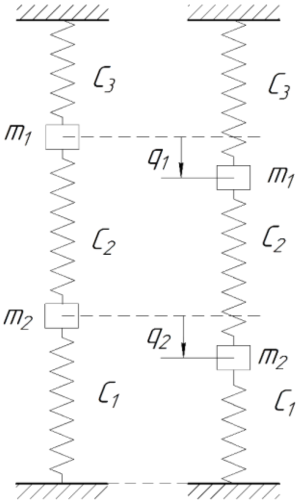

Рис. 1. Расчетная схема.

Находим кинетическую энергию системы:

$$T = \frac{m_1(\dot{q}_1')^2}{2} + \frac{m_2(\dot{q}_2')^2}{2}, \tag{2}$$

где $\dot{q}_1'$, $\dot{q}_2'$ - обобщенные скорости.

Потенциальная энергия системы определяется как работа сил по перемещению тел системы из отклоненного положения в положение статического равновесия. Она складывается из потенциальной энергии грузов и деформированных пружин, то есть

$$\Pi = \Pi_I + \Pi_{II}, \tag{3}$$

где Π_I – потенциальная энергия грузов, Π_{II} – потенциальная энергия пружин.

Потенциальная энергия грузов определяется как

$$\Pi_I = -G_1 q_1 - G_2 q_2 = -m_1 g q_1 - m_2 g q_2. \tag{4}$$

Для вычисления потенциальной энергии пружин составим выражения деформации пружин: для пружины с жесткостью c_3 получим $\lambda_3 = q_3 \pm \lambda_{cm_3}$, с жесткостью c_2 получим $\lambda_2 = q_1 + q_2 + \lambda_{cm_2}$, с жесткостью c_1 получим $\lambda_1 = q_2 \pm \lambda_{cm_1}$. Тогда потенциальная энергия деформированных пружин принимает вид:

$$\Pi_{II} = \frac{1}{2}c_3(q_1 \pm \lambda_{cm_3})^2 - \frac{1}{2}c_3{\lambda_{cm_3}}^2 + \frac{1}{2}c_2(q_1 + q_2 + \lambda_{cm_2})^2 - \frac{1}{2}c_2{\lambda_{cm_2}}^2 + +\frac{1}{2}c_1(q_2 \pm \lambda_{cm_1})^2 - \frac{1}{2}c_1{\lambda_{cm_1}}^2 \tag{5}$$

или:

$$\Pi_{II} = \frac{1}{2}c_3{q_1}^2 + \frac{1}{2}c_2{q_1}^2 + \frac{1}{2}c_2{q_2}^2 + c_2 q_1 q_2 + \frac{1}{2}c_1{q_2}^2 \pm c_3 q_1 \lambda_{cm_3} \pm c_1 q_2 \lambda_{cm_1} + +c_2 q_2 \lambda_{cm_2} + c_2 q_1 \lambda_{cm_2}. \tag{6}$$

Потенциальная энергия системы принимает вид:

$$\Pi = -m_1 g q_1 - m_2 g q_2 + \frac{1}{2}c_3{q_1}^2 + \frac{1}{2}c_2{q_2}^2 + c_2 q_1 q_2 + \frac{1}{2}c_1{q_2}^2 \pm c_3 q_1 \lambda_{cm_3} \pm c_1 q_2 \lambda_{cm_1} + c_2 q_2 \lambda_{cm_2} + c_2 q_1 \lambda_{cm_2}. \tag{7}$$

В состоянии покоя рассматриваемой механической системы имеем:

При $\quad q_1=0, q_2=0 \quad \frac{\partial \Pi}{\partial q_1}=0, \frac{\partial \Pi}{\partial q_2}=0.$

Тогда получаем:

$$\left(\frac{\partial \Pi}{\partial q_2}\right)_{0,0} = -m_2 g \pm c_1 \lambda_{cm_1} + c_2 \lambda_{cm_2} = 0. \tag{8}$$

С учетом условий покоя (8) потенциальная энергия системы принимает вид:

$$\Pi = \frac{1}{2}c_3{q_1}^2 + \frac{1}{2}c_2{q_2}^2 + c_2 q_1 q_2 + \frac{1}{2}c_1{q_2}^2. \tag{9}$$

Выражения для кинетической (2) и потенциальной энергий (9) системы можно записать в виде:

$$T = \frac{1}{2}\left[a_{11}(\dot{q}_1')^2 + 2a_{12}(\dot{q}_1')(\dot{q}_2') + a_{22}(\dot{q}_2')^2\right], \quad \Pi = \frac{1}{2}\left[b_{11}{q_1}^2 + 2b_{12}q_1 q_2 + b_{22}{q_2}^2\right], \tag{10}$$

где a_{11}=m_1; a_{12}=0; a_{22}=m_2; b_{11}=c_3; b_{12}=c_2;b_{22}=c_1+c_2.

Находим производные от функций Ти П в соответствии с уравнениями (1):

$\frac{\partial T}{\partial q_1}$= 0; $\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_1^{'}} = a_{11}\dot{q}_1^{'}$; $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial q_1^{'}}\right)$=$a_{11}\ddot{q}_1^{''}$, $\frac{\partial T}{\partial q_2}$ = 0; $\frac{\partial T}{q_2^{'}} = a_{22}\dot{q}_2^{'}$;$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial q_2^{'}}\right)$=$a_{22}\ddot{q}_2^{''}$,

$\frac{\partial T}{\partial q_2}$ = 0; $\frac{\partial T}{q_2^{'}} = a_{22}\dot{q}_2^{'}$;$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial q_2^{'}}\right)$=$a_{22}\ddot{q}_2^{''}$, $\frac{\partial \Pi}{\partial q_1} = b_{11}q_1$+$b_{12}q_2$, $\frac{\partial \Pi}{\partial q_2} = b_{12}q_1$+$b_{22}q_2$.

Тогда система (10) принимает вид:

$$\begin{cases} a_{11}\ddot{q}_1^{''} = -b_{11}q_1 - b_{12}q_2 \\ a_{22}\ddot{q}_2^{''} = -b_{21}q_1 - b_{22}q_{2,} \end{cases} \tag{11}$$

где b_{12}=b_{21}
или:

$$\begin{cases} a_{11}\ddot{q}_1^{''} + b_{11}q_1 + b_{12}q_2 = 0 \\ a_{22}\ddot{q}_2^{''} + b_{21}q_1 + b_{22}q_2 = 0. \end{cases} \tag{12}$$

Решение системы (12) ищем в виде:

$$q_1=A_1\sin(kt+\varphi), \qquad q_2=A_2\sin(kt+\varphi). \tag{13}$$

Обозначим отношение обобщенных координат $\frac{q_2}{q_1}$ =μ=$\frac{A_2}{A_1}$, тогда

$$q_1=A_1\sin(kt+\varphi), \qquad q_2=\mu\, A_1\sin(kt+\varphi). \tag{14}$$

Подставляя выражения (14) в систему (12), получаем:

$$\begin{cases} -a_{11}k^2 + b_{11} + b_{12}\mu = 0, \\ -a_{12}\mu k^2 + b_{21} + b_{22}\mu = 0. \end{cases} \tag{15}$$

Откуда получаем:

$$(b_{11} - a_{11}k^2)(b_{22} - a_{22}k^2)\text{-}{b_{12}}^2\text{=}0. \tag{16}$$

Решая уравнения частот (16), находим частоты свободных колебаний k_1 и k_2.Тогда коэффициенты распределения, соответствующие частотам k_1 и k_2, имеют вид:

$$\mu_1 = -\frac{b_{11}-a_{11}{k_1}^2}{b_{12}-a_{12}{k_1}^2}\ , \qquad \mu_2 = -\frac{b_{11}-a_{11}{k_2}^2}{b_{12}-a_{12}{k_2}^2} \tag{17}$$

Уравнения, определяющие первое главное колебание, принимают вид:

$$\widetilde{q_1}=A_1\sin(k_1t+\varphi_1), \qquad \widetilde{q_2}=\mu_1A_1\sin(k_1t+\varphi_1). \tag{18}$$

Уравнения, определяющие второе главное колебание:

$$\overline{q_1}=A_2\sin(k_2t+\varphi_2), \qquad \overline{q_2} = \mu_2A_2\sin(k_2t+\varphi_2). \tag{19}$$

Тогда уравнения движения механической системы принимают вид:

$$q_1=\widetilde{q_1}+\overline{q_1}=A_1\sin(k_1t+\varphi_1)+A_2\sin(k_2t+\varphi_2),$$
$$q_2=\widetilde{q_2}+\overline{q_2}=\mu_1A_1\sin(k_1t+\varphi_1)+\mu_2A_2\sin(k_2t+\varphi_2). \tag{20}$$

Значения постоянных A_1,A_2,φ_1,φ_2 определяются из начальных условий задачи: при t= 0 имеем следующее q_1=λ_{cm_3},q_2=λ_{cm_2}-λ_{cm_1}, $\frac{\partial q_1}{\partial t}$ = 0; $\frac{dq_2}{dt}$ = 0.

Выше было представлено получение уравнений движения для механической системы с двумя степенями свободы. Для решения сформулированной в начале статьи задачи использовался следующий алгоритм. Первоначально задавались значением жесткости c_3

третей пружины и строились по приведенным выше выражениям уравнения движения (20). Определялись, исходя из конструктивных особенностей реальной машины, амплитуды движения грузов m_1 и $m_{2,}$. Сравнивались полученные значения амплитуд с требуемыми. Если цель была достигнута, расчет заканчивался. В противном случае данный цикл повторяется до тех пор, пока не будет получен желаемый результат. Данный алгоритм несложен в программной реализации и может быть с успехом выполнен в одной из систем «MathCad», «Maple».

Литература

[1]. Бауман В.А. Механическое оборудование предприятий строительных материалов, изделий и конструкций: учебник для строительных вузов / В.А. Бауман, Б.В. Клушанцев, В.Д. Мартынов. – 2-е изд., перераб. – М.: Машиностроение, 1981. – 324 с.

[2]. Яблонский А.А. Курс теоретической механики. Статика. Кинематика. Динамика: учеб.пособие / А.А. Яблонский, В.М. Никифорова. – Изд. 7-е, стер. – СПб.: Лань, 1999. – 764 с.