Scientific-technical journal

Volume 3 | Issue 1 Article 7

3-7-2020

DIRECT AND ANALYTICAL METHOD OF FINDING ALGEBRAIC CALCULATIONS

D T. Muhamedieva
Scientific-innovative center of information and communication technologies at the Tashkent University of Information Technologies named after Muhammad al-Khorazmiy

D M. Sotvoldiev
Scientific-innovative center of information and communication technologies at the Tashkent University of Information Technologies named after Muhammad al-Khorazmiy

U Khasanov
Scientific-innovative center of information and communication technologies at the Tashkent University of Information Technologies named after Muhammad al-Khorazmiy

Follow this and additional works at: https://uzjournals.edu.uz/ferpi

Recommended Citation

Muhamedieva, D T.; Sotvoldiev, D M.; and Khasanov, U (2020) "DIRECT AND ANALYTICAL METHOD OF FINDING ALGEBRAIC CALCULATIONS," *Scientific-technical journal*: Vol. 3 : Iss. 1 , Article 7.
Available at: https://uzjournals.edu.uz/ferpi/vol3/iss1/7

This Article is brought to you for free and open access by 2030 Uzbekistan Research Online. It has been accepted for inclusion in Scientific-technical journal by an authorized editor of 2030 Uzbekistan Research Online. For more information, please contact sh.erkinov@edu.uz.

FUNDAMENTAL SCIENCES

УДК: 519.681.5

DIRECT AND ANALYTICAL METHOD OF FINDING ALGEBRAIC CALCULATIONS

Muhamedieva D.T., Sotvoldiev D.M., Khasanov U.

Scientific-innovative center of information and communication technologies at the Tashkent University of Information Technologies named after Muhammad al-Khorazmiy

ПРЯМОЙ И АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД НАХОЖДЕНИЯ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Мухамедиева Д.Т., Сотволдиев Д.М., Хасанов У.

Мухаммада ал-Хоразмий номидаги Тошкент Ахборот технологиялари Университети ҳузуридаги Ахборот-коммуникация технологиялари илмий-инновацион маркази

АЛГЕБРАИК АМАЛЛАРНИНГ НАТИЖАЛАРИНИ ТОПИШНИНГ ТЎҒРИДАН-ТЎҒРИ ВА АНАЛИТИК УСУЛИ

Мухамедиева Д.Т., Сотволдиев Д.М., Хасанов У.

Научно-инновационный центр информационно-коммуникационных техногологий при Ташкентском университете информационных технологий имени Мухаммада ал-Хоразмий

Abstract. *The article discusses two direct and analytical methods for finding algebraic calculations with different membership functions.*

Keywords. Theory of fuzzy sets, algebraic calculations, membership function, direct method, analytical method.

Аннотация. *В статье рассматривается два-прямой и аналитический метод нахождения алгебраических вычислений при разных функциях принадлежности.*

Ключевые слова. Теория нечетких множеств, алгебраические вычисления, функция принадлежности, прямой метод, аналитический метод.

Аннотация. *Мақолада норавшан сонлар устида алгебраик амалларни бажаришнинг иккита тўғридан-тўғри ва аналитик усули ҳар хил тегишлилик функциялари ҳолатида кўрилган.*

Таянч сўзлар. Норавшан тўпламлар назарияси, алгебраик амаллар, тегишлилик функцияси, тўғридан-тўғри усул, аналитик усул.

Ф-катталиклар устидаги алгебраик амалларнинг натижаларини топиш учун бир қанча аналитик ва сонли усуллардан фойдаланилади [10,112]. Жумладан, агар ечим (1.3.3) масаланинг умумий ҳоли учун қидирилса, берилган усул “тўғридан-тўғри” деб аталади. Агар усул жорий масаланинг α-даражадан фойдаланишга асосланган маълум бир ўзгарган кўринишида бўлса, уни “тескари” ёки α-даражали кесимлар усули деб аташади. Аввалгидагидек, асосий эътибор биринчи турдаги амалларга қаратилади.

Ф-катталикларни скалярга кўпайтириш. Агар $Б=\lambda=(1,\lambda)$ бўлса, $з=\lambda x$ нинг ўзаро бир қийматли акслантирилиши ҳисобига қуйидагига эга бўламиз:

$$\mu_{\lambda A}(z)=\mu_A(z/\lambda),\lambda\neq 0. \quad (1)$$

Агар $\lambda=0$ бўлса

$$\lambda A=\left\langle \sup_x \mu_A(x),0\right\rangle, \quad (2)$$

яъни агар *A*-нормал *Ф*-катталик бўлса, у ҳолда $0\cdot A=0$.

Ф-катталик билан скалярнинг йиғиндиси. Юқоридаги ҳол сингари, агар *Б*= λ =**(***1,* λ **)**, ва, демак *з=х+* λ бўлса, у ҳолда

$$\mu_{A+\lambda}(z) = \mu_A(z-\lambda), \lambda \in R, A \in F(R). \quad (3)$$

Шу асосда μ_A функция ҳақиқий ўқ бўйлаб $|\lambda|$ каталиккa ўнгга ёки чапга сурилади.

(1)-(3) муносабатларнинг иккинчи турдаги алгебраик амалларга нисбатан ҳам ўринли эканлигини текшириш қийин эмас.

А=(1-(х-1)^2, (0,1)) бўлсин. У ҳолда (1) ва (2) га кўра

$$\lambda A = \left\langle 1-(x-\lambda)^2/\lambda^2, (0,2\lambda)\right\rangle, \lambda > 0,$$

$$\lambda A = \left\langle 1-(x-\lambda)^2/\lambda^2, (2\lambda,0)\right\rangle, \lambda < 0,$$

$$\lambda A = 0, \lambda = 0$$

муносабатларга эга бўламиз.

(2) га кўра

$$\lambda + A = \left\langle 1-(x-(\lambda+1))^2, (\lambda, \lambda+2)\right\rangle$$

муносабатга эга бўламиз.

Ушбу бобда $A \circ B$ *Ф*-катталикни, яъни унинг *Ф*-функциясини топишни параметрик экстремал масалани ечишга келтирилиши қайд этилган эди. Жумладан, $x \circ y = z$ боғланиш тенгламасига ўзгартириш киритиш орқали берилган масала шартсиз экстремум топиш масаласига айланади, яъни биринчи турдаги амаллар учун

$$\mu_{A\circ B}(z) = \sup_x \{\mu_A(x) \wedge \mu_B(u(x,z))\}. \quad (4)$$

муносабатга эга бўламиз.

Экстремал масалалар назариясидан маълумки [1], *У* тўпламда берилган маълум бир функциянинг *Р* ичида глобал максимумини топиш ушбу функция унимодал, яъни *У* да ягона максимумга эга бўлса анча соддалашади.

Агар *А Ф*-катталик қатъий қаварик бўлса ва μ_A функция $\sigma(A)$ да ўзининг юқори чегарасига эришса, у ҳолда μ_A $\sigma(A)$ да унимодалдир. Агар *А*- қаварик бўлса, ундай бўлмайди. Шунга қарамай, ҳаттоки қаварик *Ф*-катталик учун унинг *Ф*-функцияси юқори чегарасини топиш ихтиёрий *Ф*-функцияли *Ф*-катталикка нисбатан анча осондир.

Демак, қаварик *Ф*-катталикларга нисбатан (4) масалани ечиш афзалроқдир, зеро $\mu_A(x) \wedge \mu_B(u(x,z))$ функция қаварик *Ф*-катталикни аниқлайди. $\sigma(A)$ ва $\sigma(B)$ тўпламлар ички нуқта сифатида нолга эга бўлган кўпайтириш амали бундан мустаснодир. Бундан ташқари қаварик *Ф*-катталиклар учун қуйидаги тасдиқ ўринлидир.

Агар *А* ва *Б* – қаварик бўлса, у ҳолда $C = A \circ B$- қаварик *Ф*-катталикдир.

Қўшиш амалини кўздан кечирайлик. $z_1, z_2 \in \sigma(C)$, $z_1 = x_1 + y_1$, $z_2 = x_2 + y_2$ ва $\mu_C(z_1) = \mu_A(x_1) \wedge \mu_B(y_1)$, $\mu_C(z_2) = \mu_A(x_2) \wedge \mu_B(y_2)$ бўлсин. У ҳолда ихтиёрий $\gamma \in [0,1]$ га нисбатан

$$\mu_C(\gamma z_1 + (1-\gamma)z_2) = \mu_C(\gamma(x_1+y_1) + (1-\gamma)(x_2+y_2)) =$$
$$= \mu_C(\gamma x_1 + (1-\gamma)x_2 + \gamma y_1 + (1-\gamma)y_2) \ge$$
$$\ge \mu_A(\gamma x_1 + (1-\gamma)x_2) \wedge \mu_B(\gamma y_1 + (1-\gamma)y_2) \ge$$

$$\begin{aligned}&\geq \mu_A(x_1)\wedge\mu_A(x_2)\wedge\mu_B(y_1)\wedge\mu_B(y_2)=\\&=(\mu_A(x_1)\wedge\mu_B(y_1))\wedge(\mu_A(x_2)\wedge\mu_B(y_2))=\\&=\mu_C(z_1)\wedge\mu_C(z_2).\end{aligned}$$

Айнан шуни исботлаш керак эди.

C=A-B=A+(-B), *(-B)*- эса *Ф*-катталик бўлгани учун, *C=A-B* ҳам қавариқ *Ф*-катталикдир.

Кўпайтириш амали, яъни $C = A\cdot B$ ни кўздан кечирайлик. $z_1, z_2 \in \sigma(C)$, $z_1 = x_1\cdot y_1$, $z_2 = x_2\cdot y_2$ ва $\mu_C(z_1)=\mu_A(x_1)\wedge\mu_B(y_1)$, $\mu_C(z_2)=\mu_A(x_2)\wedge\mu_B(y_2)$ бўлсин. Аниқлик мақсадида $x_1 < x_2$, $y_1 < y_2$, $z_1 < z_2$ деб олайлик. У ҳолда ихтиёрий $z\in(z_1,z_2)$ га нисбатан $z = x\cdot y$ шартни қаноатлантирувчи $x\in(x_1,x_2)$ ва $y\in(y_1,y_2)$ лар топилади. $\gamma_0,\gamma_1,\gamma_2\in[0,1]$ бўлсин, уларга нисбатан

$$\begin{aligned}z&=\gamma_0 z_1+(1-\gamma_0)z_2,\\x&=\gamma_1 x_1+(1-\gamma_1)x_2,\\y&=\gamma_2 y_1+(1-\gamma_2)y_1\end{aligned}$$

шартлар бажарилади.

У ҳолда

$$\begin{aligned}&\mu_{AB}(z)=\mu_{AB}(\gamma_0 z_1+(1-\gamma_0)z_2)\geq\mu_A(x)\wedge\mu_B(y)\geq\\&\geq\mu_A(x_1)\wedge\mu_A(x_2)\wedge\mu_B(y_1)\wedge\mu_B(y_2)=\\&=(\mu_A(x_1)\wedge\mu_B(y_1))\wedge(\mu_A(x_2)\wedge\mu_B(y_2))=\\&=\mu_{AB}(z_1)\wedge\mu_{AB}(z_2)\end{aligned}$$

муносабатга эга бўламиз, айнан шуни исботлаш керак эди.

Бўлиш амали учун тасдиқ худди шундай усулда исботланади, жумладан, агар *C=A/Б* бўлса, у ҳолда $0\notin\sigma(B)$.

Ф-катталикларнинг қавариқлиги тўғрисидаги фараз кўпгина тегишлилик функциялари амалиётда қавариқ бўлиши билан изоҳланади. Айрим ҳолларда (1.3.3) масалани ечишнинг *декомпозиция тамойили* деб аталувчи ёндашуви ўринли бўлади. Агар *A* ва *Б*-қавариқ бўлмаган ҳолат вужудга келса, у ҳолда уларни қавариқ *Ф*-катталикларнинг умумлашмаси кўринишида тасвирлаш мумкин. *Ф*-катталиклар устидаги алгебраик амаллар таърифидан $A=\bigcup_{i=1}^{n} A_i$, $B=\bigcup_{j=1}^{n} B_j$ да

$$A\circ B=\bigcup_{i,j}(A_i\circ B_j),\, i=\overline{1,m},\, j=\overline{1,n} \qquad (5)$$

бўлишини кўриш қийин эмас.

Демак, агар *A* ва *B* – ноқавариқ бўлса, уларни қавариқ *Ф*-катталиклар умумлашмаси кўринишида тасвирлаш айрим ҳолларда масалани ечишда осонлик яратиши мумкин. Юқорида
қайд этилган ҳолларни ҳисобга олган ҳолда, келгусида барча *Ф*-катталикларни қавариқ деб оламиз.

Бинар амалларнинг тўғри аналитик усули асосида *P* нинг маълум бир тўпламида функциянинг экстремум нуқталарини қидиришга оид классик ёндашуви ётади.

μ_A функция ҳар доим σ**(A)** нуқтада ўзининг юқори чегарасига эришади деб оламиз, юқори чегара - ∞ ва нуқтада бўлган ҳоллар бундан мустаснодир. Бундай ҳолларда [41] га кўра μ_A**(x)** функциянинг σ**(**A**)** даги экстремум нуқтаси қуйидаги шартлар бажариладиган нуқталар бўлади:

1. μ_A**(x)** узилишга учрайди;
2. μ_A**(x)** узлюксиз, лекин μ'_A ҳосила мавжуд эмас;
3. μ'_A ҳосила мавжуд бўлиб, нолга тенг;
4. σ**(**A)=[а, б] бўлса, *х=а* ёки *х=б.*

Агар $\sigma(A)$ тўплам чекланмаган бўлса**,** μ_A**(x)** функциянинг $x \to$ - ёки $+\infty$ даги ҳатти-ҳаракатини ўрганиш даркор.

Ф-катталиклар устидаги ҳар бир амални кўриб чиқамиз.

Ф-каталликларни қўшиш. Бундай ҳолда боғланиш тенгламаси *х+й=з* кўриниш қабул қилади, яъни ихтиёрий *з₀* га нисбатан *й= з₀-х* тенглама билан аниқланувчи $\mu_{A+B}(z_0)$ катталик P^2 тўғри чизиқда (1.3.1) $f_1(x,y)=\mu_A(x)\wedge\mu_B(y)$ функциянинг юқори чегарасига тенг. (4) муносабат

$$\mu_{A+B}(z)=\sup_x\{\mu_A(x)\wedge\mu_B(z-x)\} \qquad (5)$$

кўринишда ёзиб олинади.

(5) дан кўриниб турибдики, μ_{A+B} функциянинг қийматлари $A\cap(-B-z)$ *Ф*-катталиклар оиласининг *з* га параметр сифатида боғлиқ бўлган юқори чегаралари бўладилар. Агар *з* га қараб $\mu_A(x)\wedge\mu_B(z-x)$ функциянинг экстремал нуқталарини

х=φ *₁(з), х=*φ *₂ (з), …, х=*φ *н(з)*

муносабат орқали ифодалаш мумкин бўлса, у ҳолда

$$C=A+B=\bigcup_{i=1}^{n}C_i$$

муносабатга эга бўламиз, яъни

$$\mu_{C_i}(z)=\mu_A(\varphi_i(z))\wedge\mu_B(z-\varphi_i(z)).$$

$\mu_A(x)\wedge\mu_B(z-x)$ функциянинг глобал максимум нуқтаси айрим ҳолларда

$$\mu_A(x)=\mu_B(z-x)$$

тенгламани ечиш орқали ҳосил қилиниб олиниши мумкин. Юқорида баён этилган фикрларни бир қатор мисоллар кўринишида тасвирлайлик.

$\mu_A(x)=\exp\{-(x-a)^2/b\}$, $\mu_B(y)=\exp\{-(y-d)^2/c\}, b,c>0$ бўлсин. У ҳолда $\mu_A(x)=\mu_B(z-x)$ тенгламадан $(x-a)/\sqrt{b}=\pm(z-x-d)/\sqrt{c}$ га эга бўламиз, бу ердан эса

$$x_1=\varphi_1(z)=(z\sqrt{b}+a\sqrt{c}-d\sqrt{b})/(\sqrt{b}+\sqrt{c}),$$

$$x_2=\varphi_2(z)=(-z\sqrt{b}+a\sqrt{c}+d\sqrt{b})/(\sqrt{c}-\sqrt{b}).$$

Демак , $\mu_{C_1}(z)=\mu_A(\varphi_1(z))$, $\mu_{C_2}(z)=\mu_A(\varphi_2(z))$.

Керакли ўринлаштиришлар киритиб, содда алмаштиришлардан сўнг

$$\mu_{C_1}(z)=\exp\{-z-(a+d))^2/(\sqrt{b}+\sqrt{c})^2\},$$

$$\mu_{c_2}(z)=\exp\{-(z-a+d))^2/(\sqrt{b}-\sqrt{c})^2\}$$

муносабатларга эга бўламиз. $(\sqrt{b}-\sqrt{c})^2<(\sqrt{b}+\sqrt{c})^2$ бўлгани учун, $C=C_1\cup C_2=C_1$, яъни $\mu_{A+B}(z)=\mu_{C_1}(z)$.

Агар $A=\left\langle 1-(x-a)^2/b,(a-\sqrt{b},a+\sqrt{b})\right\rangle$ ва $B=\left\langle 1-(y-d)^2/c,(d-\sqrt{c},d+\sqrt{c})\right\rangle$ бўлса, у ҳолда олдинги мисол каби

$$1-(x-a)^2/b=1-(z-x-d)^2/c$$

тенгламани таҳлил қилиш орқали

$$C=A+B=\left\langle 1-(z-a-d)^2/(\sqrt{b}+\sqrt{c})^2,(a+d-(\sqrt{b}+\sqrt{c}),a+d+(\sqrt{b}+\sqrt{c}))\right\rangle$$

муносабатга эга бўламиз.

$$A=A_1\cup A_2\cup A_3 \text{ ва } B=B_1\cup B_2\cup B_3$$

бўлсин, бу ерда

$$A_1=\left\langle a_1x+b_1,[-b_1/a_1,(1-b_1)/a_1]\right\rangle, a_1>0,$$
$$A_2=\left\langle 1,[(1-b_1)/a_1,(1-b_2)/a_3]\right\rangle,$$
$$A_3=\left\langle a_2x+b_2,[(1-b_2)/a_2,-b_3/a_2]\right\rangle, a_2<0,$$
$$B_1=\left\langle a_3y+b_3,[-b_3/a_3,(1-b_3)/a_3]\right\rangle, a_3>0,$$
$$B_2=\left\langle 1,[1-b_3)/a_3,(1-b_4)/a_4]\right\rangle,$$
$$B_3=\left\langle a_4y+b_4,[(1-b_4)/a_4,-b_4/a_4]\right\rangle, a_4<0.$$

Берилган ҳолда декомпозиция тамойилидан фойдаланиш мумкин, жумладан мос таҳлил

$$C=A+B=(A_1\cup B_1)\cup(A_2\cup B_2)\cup(A_3\cup B_3)$$

эканлигини кўрсатади.

$$a_1x+b_1=a_3(z-x)+b_3$$

тенгламадан

$$x=\varphi(z)=a_3x/(a_1+a_3)+(b_3-b_1)/(a_1+a_3)$$

бевосита

$$C_1=A_1+B_1=\left\langle a_1a_3z+b_1a_3+b_3a_1)/(a_1+a_3),[-(b_1a_3+b_3a_1)/(a_1+a_3),(1-b_1)/a_1+(1-b_3)/a_3]\right\rangle$$

эканлигини аниқлаймиз.

Ҳудди шу усулда C_3 га нисбатан

$$C_3=A_3+B_3=\left\langle a_2a_4z+b_2a_4+b_4a_2)/(a_2+a_4),[(1-b_2)/a_2+(1-b_4)/a_4,-(b_2a_4+b_4a_2)/(a_2+a_4)]\right\rangle$$

муносабатга эга бўламиз.

Ва ниҳоят

$$C_2=A_2+B_2=\left\langle 1,[(1-b_1)/a_1+(1-b_3)/a_3,(1-b_2)/a_2+(1-b_4)/a_4]\right\rangle.$$

(1.3.2) бўйича аниқланувчи иккинчи тур йиғиндига битта мисол келтирайлик. $\mu_A(x)=\exp\{-(x-a)^2/b\}$ ва $\mu_B(y)=\exp\{-(y-d)^2/c\}, b,c>0$ бўлсин. У ҳолда

$$\frac{d}{dx}\mu_A(x)\cdot\mu_B(z-x)=0$$

тенгламадан

$$x = \varphi(z) = (bz - bd + ac)/(b + c)$$

ва бевосита

$$\mu_{A+B}(z) = \mu_A(\varphi(z)) \cdot \mu_B(z - \varphi(z)) = \exp\{-(z - (a + d))^2 /(b + c)\}$$

муносабатларга эга бўламиз.

Ф-катталикларни айириш. Бундай ҳолатда боғланиш тенгламаси

з = х - й

кўринишда бўлади, яъни ихтиёрий *з0* қийматга нисбатан $\mu_{A-B}(z_0)$ катталик *й= з0-х* тенгламали P^2 тўғри чизиқда $f_1(x, y) = \mu_A(x) \wedge \mu_B(y)$ функциянинг юқори чегарасига тенг. (4) муносабат

$$\mu_{A-B}(z) = \sup_x\{\mu_A(x) \wedge \mu_B(x - z)\}$$

кўринишда ёзиб олинади.

А-Б=А+(-Б) бўлгани учун айириш йиғиндига келтирилади.

$A = \left\langle 1 - (x - a)^2, (a - 1, a + 1)\right\rangle$ ва $B = \left\langle 1 - (y - b)^2, b - 1, b + 1)\right\rangle$ бўлсин. У ҳолда

$$1 - (x - a)^2 = 1 - (x - z - b)^2$$

тенгламадан

$$x^2 - 2ax + a^2 = x^2 - xz - bx - xz + z^2 + bz - bx + bz + b^2,$$

$$2x(z - a + b) = z^2 + 2bz + b^2 - a^2,$$

$$x = \frac{(z + b)^2 - a^2}{2(z - a + b)} = \frac{z + a + b}{2}$$

муносабатларни ҳосил қиламиз.

$\mu_C(z) = \mu_A(\varphi(z))$ алмаштириш киритиб,

$$\mu_C(x) = 1 - \left(\frac{z + a + b}{2} - a\right)^2 = 1 - \left(\frac{z - a + b}{2}\right)^2$$

эканлигини аниқлаймиз.

Шундай қилиб,

$$C = A - B = \left\langle 1 - (z - a + b)^2 / 4, (a - b - 2, a - b + 2)\right\rangle.$$

*Ф-катталикларни кўпайтириш***.** Бундай ҳолда боғланиш тенгламаси

з = х й

кўриниш қабул қилади, яъни ихтиёрий *з0* да $\mu_{A\cdot B}(z_0)$ катталик *й=з0 /х* тенглама билан берилган P^2 даги гиперболада жойлашган $f_1(x, y) = \mu_A(x) \wedge \mu_B(y)$ функциянинг юқори чегарасига тенгдир. (4) муносабат

$$\mu_{AB}(z) = \sup_x\{\mu_A(x) \wedge \mu_B(z / x)\}$$

кўринишда ёзиб олинади.

Чекланишларнинг ночизиқлилиги ҳисобига Φ-катталикларнинг кўпайтмасини топиш масаласи йиғинди ва айиришга нисбатан анча қийиндир.

$$A = \left\langle 1 - \frac{1}{x^2}, (1, +\infty) \right\rangle \text{ ва } B = \left\langle 1 - \frac{1}{y^2}, (2, +\infty) \right\rangle$$

бўлсин. У ҳолда

$$1 - \frac{1}{x^2} = 1 - \frac{4}{(z/x)^2}$$

тенгламадан

$$4x^4 = z^2,$$

$$x_{1,2} = \varphi(z) = \pm\sqrt{z/2}$$

муносабатларга эга бўламиз.

$\mu_A(z) = \mu_A(\varphi(z))$ деб олган ҳолда

$$C = A \cdot B = \left\langle 1 - \frac{2}{z}, (2, +\infty) \right\rangle$$

муносабатга эга бўламиз.

$\mu_A(x) = \exp\{-(x-a)^2 / b\}$ ва $\mu_B(y) = \exp\{-(y-d)^2 / c\}, b, c > 0$ бўлсин. $\mu_A(x) = \mu_B(z/x)$ тенгламадан $x\sqrt{c}(x-a) = -\sqrt{b}(z - xd)$, $x\sqrt{c}(x-a) = \sqrt{b}(z - xd)$ муносабатларни ҳосил қилиб оламиз.

Биринчи тенгламадан $x^2\sqrt{c} - x(a\sqrt{c} + d\sqrt{b}) + z\sqrt{b} = 0$ муносабатга, ундан эса $x_{1,2} = \left(a\sqrt{c} + d\sqrt{b} \pm \sqrt{(a\sqrt{c} + d\sqrt{b})^2 - 4z\sqrt{bc}} \right) / 2\sqrt{c}$ муносабатга эга бўламиз.

Демак,

$$\mu_{C_1}(z) = \exp\{-(d\sqrt{b} - a\sqrt{c} + \sqrt{L(z)})^2 / 4bc\},$$

$$\mu_{C_2}(z) = \exp\{-(d\sqrt{b} - a\sqrt{c} - \sqrt{L(z)})^2 / 4bc\},$$

бу ерда

$$L(z) = (a\sqrt{c} + d\sqrt{b})^2 - 4z\sqrt{bc}.$$

Яна битта тенглама $x^2\sqrt{c} - x(a\sqrt{c} - d\sqrt{b}) - z\sqrt{b} = 0$ ни кўриб чиққан ҳолда, ундан

$$x_{3,4} = \left(a\sqrt{c} - d\sqrt{b} \pm \sqrt{(a\sqrt{c} - d\sqrt{b})^2 + 4z\sqrt{bc}} \right) / 2\sqrt{c}$$

муносабатни келтириб чиқарамиз. $M(z) = (a\sqrt{c} - d\sqrt{b})^2 + 4z\sqrt{bc}$ деб олган ҳолда

$$\mu_{C_3}(z) = \exp\{-(a\sqrt{c} + d\sqrt{b} - \sqrt{M(z)})^2 / 4bc\},$$

$$\mu_{C_4}(z) = \exp\{-(a\sqrt{c} + d\sqrt{b} + \sqrt{M(z)})^2 / 4bc\}$$

муносабатларга эга бўламиз.

$\mu_{AB}(ad) = 1$ эканлигини ҳисобга олган ва илдизларнинг арифметик қийматини кўздан кечирган ҳолда:

$$C = AB = C_1 \cup C_3, |a + d| = |a| + |d|,$$

$$C = AB = C_2 \cup C_4, |a+d| \neq |a| + |d|$$

муносабатга эга бўламиз.

Берилган мисолнинг хусусий ҳолини кўриб чиқайлик. $a = d, b = c$, яъни *А=Б* бўлсин. У ҳолда $a \geq 0$ га нисбатан

$$\mu_{C_1}(z) = \exp\{-(a^2 - z)/b\}, z \leq a^2,$$

$$\mu_{C_3}(z) = \exp\{-(a - \sqrt{z})^2 / b\}, z \geq 0$$

муносабатларга эга бўламиз. $0 < z < a^2$ да

$$(a^2 - z) - (a - \sqrt{z})^2 = a^2 - z - a^2 + 2a\sqrt{z} - z = 2\sqrt{z}(a - \sqrt{z}) > 0$$

бўлганлиги учун, охир оқибат

$$\mu_{AA}(z) = \begin{cases} \exp\{-a - \sqrt{z})^2 / b\}, z \geq 0 \\ \exp\{-a^2 - z)/b\}, z \leq 0 \end{cases}$$

муносабатни ҳосил қиламиз.

Агар $a \leq 0$ бўлса, у ҳолда

$$\mu_{C_2}(z) = \exp\{-(a^2 - z)/b\}, z \leq a^2,$$

$$\mu_{C_4}(z) = \exp\{-(a - \sqrt{z})^2 / b\}, z \geq 0 .$$

Шундай қилиб, $C_1 = C_2, C_3 = C_4$, яъни натижа *a* нуқтанинг вазиятига боғлиқ эмас. *a=0* да

$$\mu_A(z) = \begin{cases} \exp\{-z/b\}, z \geq 0 \\ \exp\{z/b\}, z \leq 0 \end{cases}$$

муносабатга эга бўламиз.

Агар $z = x^2$ акслантиришни *А Ф*-катталикнинг квадратга таъсири сифатида талқин этадиган бўлсак, у ҳолда *a=0* да

$$\mu_{A^2}(z) = \exp\{-z/b\}, z \geq 0$$

муносабатга, яъни бу борада $A \cdot A \neq A^2$ муносабатга эга бўламиз. Бу мулоҳаза ташувчиси ички нуқта сифатида нолни сақлаган ихтиёрий *Ф*-каталикка нисбатан ўринлидир.

Ф-катталикларнинг бўлинмаси. Бундай ҳолда боғланиш тенгламаси

$$з = x / й, й \neq 0$$

кўринишга эга бўлади, яъни ихтиёрий $з_0$ га нисбатан $\mu_{A/B}(z_0)$ катталик P^2 даги $x=з_0y$ тенгламали тўғри чизиқда $f_1(x, y) = \mu_A(x) \wedge \mu_B(y)$ фунскиянинг юқори чегарасига тенгдир. Демак

$$\mu_{A/B}(z) = \sup_x \{\mu_A(zy) \wedge \mu_B(y)\}$$

деб ёзиб олиш мумкин.

Умуман олганда, *А* Ф-катталикнинг *Б* га бўлинма амалини *А* ни *1/Б* га кўпайтириш амалига келтирилади. Бошқа томондан, *x=зй* чекланишнинг чизиқлилиги ҳисобига бўлиш амали кўп ҳолларда кўпайтириш амалига нисбатан анча осондир.

Алгебраик амалларнинг натижаларини топишнинг тескари аналитик усули

X ва *Й* – ихтиёрий базали тўпламлар, $A \in Ф(X)$ бўлсин ва $ф: X \to Й$ акслантириш берилган бўлсин. Агар $\forall й \in Й \; \exists x \in X$ лар $\mu_{f(A)}(y) = \mu_A(x)$ шартни қаноатлантирсалар, у ҳолда

$$\sigma_\alpha(f(A)) = f(\sigma_\alpha(A))$$

тенглик ўринли бўлади.

$y_0 \in f(\sigma_\alpha(A))$ ва $V \subseteq \sigma_\alpha(A)$ лар $f(x) = y_0, x \in V$ шартни қаноатлантирсин. У ҳолда $\mu_{f(A)}(y_0) = \sup\limits_V \mu_A(x) > \alpha$, яъни $y_0 \in \sigma_\alpha(f(A))$ ва демак, $f(\sigma_\alpha(A)) \subseteq \sigma_\alpha(f(A))$.

Бошқа томондан $y_0 \in \sigma_\alpha(f(A))$, яъни $\mu_{f(A)}(y_0) > \alpha$ эканлиги қайд этилган бўлсин . У ҳолда, шартга кўра шундай $x_0 \in \sigma_\alpha(A)$ мавжудки, $y_0 = f(x_0)$. $y_0 = f(x_0) \in f(\sigma_\alpha(a))$ бўлгани учун $\sigma_\alpha(f(A)) \in f(\sigma_\alpha(A))$.

Агар *А, Б*$\in$*Ф(Р)* бўлса , у ҳолда

$$\sigma_\alpha(A \circ B) = \sigma_\alpha(A) \circ \sigma_\alpha(B).$$

Юқорида қайд этилганидек, алгебраик амаллар $ф:P*P \to P$ акслантиришга, яъни *А* ва *Б* *Ф*-катталикларга нисбатан $ф(А*Б)=А \circ Б$ муносабатга эгадирлар. Берилган ҳолда $\sigma_\alpha(A \times B) = \sigma_\alpha(A) \times \sigma_\alpha(B)$ тенглик ўринли бўлганлиги учун, $\sigma_\alpha(f(A)) = f(\sigma_\alpha(A))$ ҳисобига

$$\sigma_\alpha(A \circ B) = \sigma_\alpha(f(A \times B)) = f(\sigma_\alpha(A \times B)) = f(\sigma_\alpha(A) \times \sigma_\alpha(B)) = \sigma_\alpha(A) \circ \sigma_\alpha(B)$$

муносабатга эга бўламиз, айнан шуни исботлаш талаб этилганди.

Ф-катталик σ *(A)*-чекли тўплам бўлса, *А* чекланган дейилади. *Ф(Р)* дан ажратиб олинган чекланган ва қавариқ *Ф*-катталиклар синфини $\overline{F}(R)$ орқали белгилаймиз.

Масалани ечишнинг тескари усули мазмуни

$$\mu_{A \circ B}(z) = \max_U \{\mu_A(x) \wedge \mu_B(y)\},$$

$$U = \{(x, y) \in \sigma(A \times B) | x \circ y = z\}$$

чекли ва қавариқ *Ф*-катталикларга нисбатан қуйидагидан иборатдир. Агар $A, B \in \overline{F}(R)$ бўлса, у ҳолда ихтиёрий α учун *[0,1]* да қайд этилган таърифдан фойдаланган ҳолда $А \circ Б$ α-даражали тўпламни топиш мумкин. Шу асосда

$$f_{A \circ B}(\alpha) = (z_1(\alpha), z_2(\alpha))$$

муносабатга эга бўламиз.

α га боғлиқ $z_1 = z_1(\alpha)$ ва $z_2 = z_2(\alpha)$ тенгламаларни $f_{A \circ B}$ элементнинг $\overline{F}(R)$ синфдаги образини, $\mu_{A \circ B}$ *Ф*-функцияни ҳосил қилиб оламиз. Шундай қилиб, берилган усулнинг номи унинг асосида ётган ғоя билан мос тушади.

$\mu_A(x) = \exp\{-(x-a)^2 / b\}$, $\mu_B(y) = \exp\{-(y-d)^2 / c\}, b, c > 0$ бўлсин. *А+Б* *Ф*-катталикни топамиз.

$$\mu_A(x) = \exp\{-(x-a)^2 / b\} = t, \quad \mu_B(y) = \exp\{-(y-d)^2 / c\} = t$$

муносабатга эга бўламиз.

Бу ердан эса

$$-b \cdot \ln t = (x-a)^2, \quad -c \cdot \ln t = (y-d)^2,$$

демак,

$$x_1(t) = a - \sqrt{-b \cdot \ln t}\,, \quad x_2(t) = a + \sqrt{-b \cdot \ln t}\,,$$
$$y_1(t) = d - \sqrt{-c \cdot \ln t}\,, \quad y_2(t) = d + \sqrt{-c \cdot \ln t}\,.$$

Эндиликда

$$z_1(t) = x_1(t) + y_1(t) = (a+d) - \sqrt{-\ln t}(\sqrt{b} + \sqrt{c})\,,$$
$$z_2(t) = x_2(t) + y_2(t) = (a+d) + \sqrt{-\ln t}(\sqrt{b} + \sqrt{c})\,.$$

Бу ердан

$$-\ln t = (z_1(t) - (a+d))^2 /(\sqrt{b} + \sqrt{c})^2, i = 1{,}2\,,$$

яъни барча *з* ларга нисбатан

$$t = \mu_{A+B}(z) = \exp\{-(z - (a+d))^2 /(\sqrt{b} + \sqrt{c})^2\}$$

муносабатга эга бўламиз.

Бу эса тўғри усулда олинган натижа билан мос тушади.

$A = \left\langle 1 - (x-a)^2, (a-1, a+1) \right\rangle$ ва $B = \left\langle 1 - (y-b)^2, (b-1, b+1) \right\rangle$ га нисбатан айириш амалини кўриб чиқайлик. Бунда

$\mu_A(x) = 1 - (x-a)^2 = t\,, \quad \mu_B(y) = 1 - (y-b)^2 = t$ тенгламалардан

$$x_1(t) = a - \sqrt{1-t}\,, \quad x_2(t) = a + \sqrt{1-t}\,,$$

$$y_1(t) = b - \sqrt{1-t}\,, \quad y_2(t) = b + \sqrt{1-t}$$

муносабатларга эга бўламиз.

Кейинчалик

$$z_1(t) = x_1(t) - y_2(t) = (a-b) - 2\sqrt{1-t}\,,$$
$$z_1(t) = x_1(t) - y_2(t) = (a-b) - 2\sqrt{1-t}$$

тенгламалардан барча *з* лар учун

$$t = \mu_{A-B}(z) = 1 - (z - a + b)^2 / 4\,,$$

яъни.

$$C = A - B = \left\langle 1 - (z - a + b)^2 / 4, (a - b - 2, a - b + 2) \right\rangle$$

эканлиги келиб чиқади, бу эса тўғри йўл билан олинган натижа билан устма-уст тушади.

$A = \left\langle 1 - \dfrac{1}{x^2}, (1, +\infty) \right\rangle$ ва $B = \left\langle 1 - \dfrac{4}{y^2}, (2, +\infty) \right\rangle$ га нисбатан кўпайтириш амалини кўриб чиқайлик. Бундай ҳолда

$$\mu_A(x) = 1 - 1/x^2 = t\,, \quad \mu_B(y) = 1 - 4/y^2 = t$$

муносабатларга эга бўламиз, бу ердан эса

$$x_{1,2}(t) = \pm 1/\sqrt{1-t}\,, \quad y_{1,2}(t) = \pm 2/\sqrt{1-t}\,.$$

Бизнинг ҳолимизда

$$z(t) = x_1(t) \cdot y_1(t) = \frac{2}{1-t}\,.$$

Шундай қилиб, барча *з>0* ларга нисбатан

$$t = \mu_{A \cdot B}(z) = 1 - 2/x\,,$$

яъни

$$C = A \cdot B = \left\langle 1 - 2/z, (2, +\infty) \right\rangle$$

муносабатга эга бўламиз, бу эса тўғри усулда олинган натижа билан устма-уст тушади.

$A = \left\langle 1-(x-a)^2, (a-1, a+1) \right\rangle$ ва $B = \left\langle 1-(y-b)^2, (b-1, b+1) \right\rangle$ га нисбатан бўлиш амалини кўриб чиқайлик.

$$\mu_A(x) = 1-(x-a)^2 = t, \quad \mu_B(y) = 1-(y-b)^2 = t$$

тенгламалардан

$$x_1(t) = a - \sqrt{1-t}, \quad x_2(t) = a + \sqrt{1-t},$$
$$y_1(t) = b - \sqrt{1-t}, \quad y_2(t) = b + \sqrt{1-t}$$

муносабатларга эга бўламиз. Бунда

$$z_1(t) = x_1(t)/y_2(t), \quad z_2(t) = x_2(t)/y_1(t).$$

Ечиш учун битта тенглама етарлидир. Демак,

$$z(t) = (a - \sqrt{1-t})/(b + \sqrt{1-t}).$$

Бу ердан

$$\sqrt{1-t} = (a - bz)/(z+1),$$

яъни

$$t = \mu_{A/B}(z) = 1-(a-bz)^2/(z+1)^2.$$

a=4 ва *б=2* да

$$C = A/B = \left\langle 1 - \frac{4\cdot(2-z)^2}{(z+1)^2}, (1{,}5) \right\rangle.$$

$\mu_{A\circ B}$ тегишлилик функциясини қуришнинг кўрилган аналитик усуллари натижани аналитик кўринишда олиш имконини беради, бу эса амалий иловаларда жуда қўл келади. Лекин амалиётда жорий *Ф*-катталикларга боғлиқ янада мураккаброқ аналитик ифодалар учраши мумкин, уларнинг аналитик ечимини топишда айрим қийинчиликларга дуч келинади. Шу билан бир қаторда, айрим ҳолларда дискрет кўринишда берилган *Ф*-катталиклар устида ишлашнинг сонли усулларига зарурат туғилади. Бундай ҳолда $A \circ Б$ *Ф*-катталик ҳам дискрет бўлади. Амалий иловаларга бу одатда етарли бўлади. Заруратга қараб олинган ечимни маълум бир функсионал боғланиш ёрдамида аппроксимасиялаш мумкин.

References:

[1]. Aliev R.A., Aliev R.R. Teoriya intellektualnix sistem i yee primenenie. - Baku, Izd-vo CHashiogli, 2001. - 720 s.
[2]. Altunin A.E., Semuxin M.V. Modeli i algoritmi prinyatiya resheniy v nechetkix usloviyax. -Tyumen: Izd-vo Tyumenskogo gosudarstvennogo universiteta. 2000. -352 s.
[3]. Zade L.A. Osnovi novogo podxoda k analizu slojnix sistem i protsessov prinyatiya resheniy // -V kn.: Matematika segodnya. -M.: Znanie, 1974. -S. 5-49.
[4]. Zade .L.A. Ponyatie lingvisticheskoy peremennoy i yego primenenie k prinyatiyu priblijennix resheniy, per. s angl.-M.: Mir, 1976. -165s.
[5]. Rutkovskaya D., Pilinskiy M., Rutkovskiy L. Neyronnie seti, geneticheskie algoritmi i nechetkie sistemi: Per.s polisk. I.D. Rudinskogo. -M.: Goryachaya liniya-Telekom, 2004. -452 s.
[6]. SHokin I.Yu. Intervaliniy analiz. -Novosibirsk: Nauka. 1981. -112 s.
[7]. D.T.Muxamedieva. Sust shakllangan jarayonlarni noravshan modellarini qurishning nokorrekt masalalarini yechish usul va algoritmlari. ”Navruz” nashriyoti. Toshkent:, 2018 y. 216 bet.

Web сайтлар

[1]. dilnoz134@rambler.ru, sotvoldiyev@umail.uz