

10-26-2020

## TOP EVALUATION FOR THE RATE OF FUNCTIONAL OF ERROR WEIGHT CUBATURE FORMULA IN SPACE

Ozodjon Isomidinovich Jalolov

*associate professor of the department of information technologies, BSU*

Khurshidzhon Usmanovich Khayatov

*senior lecturer of the department of information technologies, BSU*

Follow this and additional works at: <https://uzjournals.edu.uz/buxdu>



Part of the [Life Sciences Commons](#)

---

### Recommended Citation

Jalolov, Ozodjon Isomidinovich and Khayatov, Khurshidzhon Usmanovich (2020) "TOP EVALUATION FOR THE RATE OF FUNCTIONAL OF ERROR WEIGHT CUBATURE FORMULA IN SPACE," *Scientific reports of Bukhara State University*. Vol. 3 : Iss. 4 , Article 3.

DOI: 10.52297/2181-1466/2019/3/4/3

Available at: <https://uzjournals.edu.uz/buxdu/vol3/iss4/3>

This Article is brought to you for free and open access by 2030 Uzbekistan Research Online. It has been accepted for inclusion in Scientific reports of Bukhara State University by an authorized editor of 2030 Uzbekistan Research Online. For more information, please contact [sh.erkinov@edu.uz](mailto:sh.erkinov@edu.uz).

23. Elpiner I.E. Ultrazvuk. Fizicheskoe - ximicheskoe i biologicheskoe deystvie. - M.: IF - ML, 1963. - 420 s.

24. Boev V.F. Ispolzovanie akusticheskix kolebaniy dlya intensivatsii protsessov obrabotki vodi v sistemax vodopodgotovki // Tezisi dokl. nauch. texn. Konferentsii "Ultrazvukovie texnologicheskie protsessi - 98". - M.: MADI (TU). - 1998. - S. 73-76.

УДК: 517.4+518

$\bar{L}_p^{(m)}(K_n)$  ФАЗОДА ВАЗЛИ КУБАТУР ФОРМУЛА ХАТОЛИК ФУНКЦИОНАЛИ  
НОРМАСИ УЧУН ЮҚОРИДАН БАҲО

ВЕРХНЯЯ ОЦЕНКА ДЛЯ НОРМЫ ФУНКЦИОНАЛА ПОГРЕШНОСТИ ВЕСОВОЙ  
КУБАТУРНОЙ ФОРМУЛЫ В ПРОСТРАНСТВЕ  $\bar{L}_p^{(m)}(K_n)$

TOP EVALUATION FOR THE RATE OF FUNCTIONAL OF ERROR WEIGHT CUBATURE  
FORMULA IN SPACE  $\bar{L}_p^{(m)}(K_n)$

**Жалолов Озоджон Исомидинович**

*доцент кафедры информационных технологий БухГУ*

**Хаятов Хуршиджон Усманович**

*старший преподаватель кафедры информационных технологий БухГУ*

**Jalolov Ozodjon Isomidinovich**

*associate professor of the department of information technologies, BSU*

**Khayatov Khurshidzhon Usmanovich**

*senior lecturer of the department of information technologies, BSU*

**Таянч сўзлар:** хатолик, хатолик функционали, норма, Соболев фазоси, кубатур формула.

**Ключевые слова:** погрешность, функциональная погрешность, норма, пространство Соболева, кубатурная формула.

**Key words:** error, functional error, norm, Sobolev spaces, cubature formula.

Ушбу ишда  $\bar{L}_p^{(m)}(K_n)$  Соболев фазосида вазли кубатур формуланинг хатолик функционали нормаси учун юқоридан баҳо муаммоси таҳлилга тортилган. Тақрибий интеграллаш формулаларини оптималлаштириш масаласини замонавий шакллантириш танланган нормаланган фазолар бўйича формуланинг хато функционал меъёрини минималлаштиришдан иборат. Бу қоғозларда маълум бир маконга нисбатан оптималлик муаммосини ўрганамиз. Муаммоларнинг аксарияти Соболев маконида кўриб чиқилади.

В работе получена верхняя оценка для нормы функционала погрешности весовой кубатурной формулы в пространстве Соболева  $\bar{L}_p^{(m)}(K_n)$ . Современная постановка проблемы оптимизации формул приближенного интегрирования заключается в минимизации нормы функционала погрешности формулы на выбранных нормированных пространствах. В этих работах исследуется проблема оптимальности относительно некоторого определенного пространства. Большинство проблем рассмотрены в пространстве Соболева.

An upper bound is obtained for the norm of the error functional of the weight cubature formula in the Sobolev space  $\bar{L}_p^{(m)}(K_n)$ . The modern formulation of the problem of optimization of approximate integration formulas is to minimize the norm of the error functional of the formula on the selected normalized spaces. In these works, the problem of optimality with respect to some definite space is investigated. Most of the problems are considered in the Sobolev space.

### ANIQ VA TABIIY FANLAR

**Введение.** Современная постановка проблемы оптимизации формул приближённого интегрирования заключается в минимизации нормы функционала погрешности формулы на выбранных нормированных пространствах [1-5].

В этих работах исследуется проблема оптимальности относительно некоторого определённого пространства. Большинство проблем рассмотрены в пространстве Соболева [1]. Многомерные кубатурные формулы отличаются от одномерных двумя особенностями:

- 1) бесконечно разнообразны формы многомерных областей интегрирования;
- 2) быстро растёт число узлов интегрирования с увеличением размерности пространства.

В настоящей работе рассматриваются формулы именно с учётом этого требования. Как известно, Н.С. Бахваловым такие формулы названы “практичными формулами” [6].

Рассматриваем весовую кубатурную формулу

$$\int_{\Omega} p(x)f(x)dx \approx \sum_{\lambda=1}^N C_{\lambda} f(x^{(\lambda)}) \quad (1)$$

в пространстве  $\bar{L}_p^{(m)}(K_n)$ , где  $K_n$  -  $n$ -мерный единичный куб и  $p(x) \in L_p(K_n)$  - весовая функция.

Кубатурной формуле (1) сопоставим обобщённую функцию

$$\ell_N(x) = p(x)\varepsilon_{K_n}(x) - \sum_{\lambda=1}^N C_{\lambda} \delta(x - x^{(\lambda)}) \quad (2)$$

и назовём её функционалом погрешности.

**Определение.** Пространство  $\bar{L}_p^{(m)}(K_n)$  определяется как пространство функций, заданных на  $K_n$  и норма функций, которая определяется следующим равенством

$$\|f/\bar{L}_p^{(m)}(K_n)\| = \left\{ \int_{K_n} \left( \frac{\partial^m f(x)}{\partial x_1^{m_1} \partial x_2^{m_2} \dots \partial x_n^{m_n}} \right)^p dx \right\}^{\frac{1}{p}}, \quad (3)$$

где  $m_1 + m_2 + \dots + m_n = m$ ,  $m_i > 0$ ,  $i = \overline{1, n}$

где  $\partial x^m = \partial x_1^{m_1} \partial x_2^{m_2} \dots \partial x_n^{m_n}$ ,  $m = m_1 + m_2 + \dots + m_n$ ,  $dx = dx_1 dx_2 \dots dx_n$ .

Как известно [1], норма функции в пространстве  $L_p^{(m)}(K_n)$  определяется формулой

$$\|f/L_p^{(m)}(K_n)\| = \left\{ \int_{K_n} \left( \sum_{|\alpha|=m} \frac{m!}{\alpha!} (D^{\alpha} f(x))^2 \right)^{\frac{p}{2}} dx \right\}^{\frac{1}{p}}, \quad (4)$$

где  $|\alpha| = \alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n$ ,  $\alpha! = \alpha_1! \alpha_2! \dots \alpha_n!$  и  $D^{\alpha} f(x) = \frac{\partial^{|\alpha|} f(x_1, \dots, x_n)}{\partial x_1^{\alpha_1} \partial x_2^{\alpha_2} \dots \partial x_n^{\alpha_n}}$ .

Пусть в (4)  $n = 2$ ,  $m = 2$  и  $p = 2$  тогда получаем следующее

$$\begin{aligned} \int_{K_2} \sum_{|\alpha|=m} \frac{m!}{\alpha!} \left( \frac{\partial^m f(x)}{\partial x^m} \right)^2 dx &= \int_{K_2} \sum_{\alpha_1 + \alpha_2 = 2} \frac{2!}{\alpha_1! \alpha_2!} \left( \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_1^{\alpha_1} \partial x_2^{\alpha_2}} \right)^2 dx = \\ &= \int_{K_2} \left[ \left( \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_2^2} \right)^2 + \frac{2!}{1!1!} \left( \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_1 \partial x_2} \right)^2 + \left( \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_1^2} \right)^2 \right] dx. \end{aligned} \quad (5)$$

При  $n = 2$ ,  $m = 2$  и  $p = 2$  равенство (3) принимает следующий вид:

BUXORO DAVLAT UNIVERSITETI ILMIY AXBOROTI 2019/4 (76)

$$\|f/\bar{L}_2^{(2)}(K_2)\|^2 = \int_{K_2} \left( \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_1^{m_1} \partial x_2^{m_2}} \right)^2 dx. \quad (6)$$

Очевидно, что в правой части (6) меньше вычислений, чем в (5) и отсюда следует, что для нормы функции в пространстве  $\bar{L}_2^{(2)}(K_2)$  количество вычислительных операций будет гораздо меньше, чем в пространстве  $L_2^{(2)}(K_2)$ , так как в норме (6) участвуют только смешанные производные.

Теперь докажем следующую теорему, которая является основным результатом работы [8].

**Теорема.** Если для функционала погрешности (1) весовой кубатурной формулы (1) в пространстве  $\bar{L}_p^{(m)}(K_n)$  выполняется условие

$$\ell_N(x) = \ell_{N_1}(x_1) \cdot \ell_{N_2}(x_2) \cdot \dots \cdot \ell_{N_n}(x_n)$$

и

$$\|\ell_{N_i}/\bar{L}_p^{(m_i)*}(0,1)\| \leq d_i \frac{1}{N_i^{m_i}}, \quad d_i - \text{константы}, \quad (7)$$

т.е.

$$\|\ell_{N_i}/\bar{L}_p^{(m_i)*}(0,1)\| \leq d_i O(h_i^{m_i}), \quad d_i - \text{константы}, (i = \overline{1, n}), \quad h_i = \frac{1}{N_i} \quad (8)$$

то

$$\|\ell_N/\bar{L}_p^{(m)*}(K_n)\| \leq d \cdot \frac{1}{\prod_{i=1}^n N_i^{m_i}}, \quad d - \text{константы}, \quad (9)$$

или

$$\|\ell_N/\bar{L}_p^{(m)*}(K_n)\| \leq d \cdot O(h_1^{m_1}) \cdot O(h_2^{m_2}) \cdot \dots \cdot O(h_n^{m_n}), \quad (10)$$

где

$$\ell_{N_i}(x_i) = p_i(x_i) \varepsilon_{[0,1]}(x_i) - \sum_{\lambda_i=1}^{N_i} C_{\lambda_i} \delta(x_i - x_i^{(\lambda_i)}), \quad p(x) = \prod_{i=1}^n p_i(x_i),$$

$$d = \prod_{i=1}^n d_i, \quad m = m_1 + m_2 + \dots + m_n \text{ и } m_i - \text{произвольны } (i = \overline{1, n}), \text{ т.е. } m_i \geq 1.$$

Доказательство ведём методом математической индукции.

Пусть  $n = 2$ , тогда

$$x = (x_1, x_2), \quad |\alpha| = \alpha_1 + \alpha_2, \quad m = m_1 + m_2, \quad dx = dx_1 dx_2, \quad f(x) = f(x_1, x_2),$$

$$p(x) = p_1(x_1) \cdot p_2(x_2) \quad \text{и} \quad \ell_N(x) = \ell_{N_1}(x_1) \cdot \ell_{N_2}(x_2).$$

Если полагать в (3)  $n = 1$ , то

$$\|f_i/\bar{L}_p^{(m_i)}(0,1)\| = \left\{ \int_0^1 \left( \frac{\partial^{m_i} f(x_i)}{\partial x_i^{m_i}} \right)^p dx_i \right\}^{\frac{1}{p}}, \quad (i = \overline{1, n}).$$

Таким образом, имеем

$$|\langle \ell_N(x_1, x_2), f(x_1, x_2) \rangle| = |\langle \ell_{N_2}(x_2), \langle \ell_{N_1}(x_1), f(x_1, x_2) \rangle \rangle| \leq \quad (11)$$

$$\|\ell_{N_2}(x_2)/\bar{L}_p^{(m_2)*}(0,1)\| \cdot \|\langle \ell_{N_1}(x_1), f(x_1, x_2) \rangle/\bar{L}_p^{(m_1)*}(0,1)\|.$$

Вычислим следующую норму:

$$\|\langle \ell_{N_1}(x_1), f(x_1, x_2) \rangle/\bar{L}_p^{(m_1)*}(0,1)\| = \left\{ \int_0^1 \left| \frac{\partial^{m_2}}{\partial x_2^{m_2}} \langle \ell_{N_1}(x_1), f(x_1, x_2) \rangle \right|^p dx_2 \right\}^{\frac{1}{p}} =$$

$$\begin{aligned}
 &= \left\{ \int_0^1 \left| \langle \ell_{N_1}(x_1), \frac{\partial^{m_2}}{\partial x_2^{m_2}} f(x_1, x_2) \rangle \right|^p dx_2 \right\}^{\frac{1}{p}} \leq \\
 &\leq \left\{ \int_0^1 \left[ \left\| \ell_{N_1}(x_1) / \bar{L}_p^{(m_1)*}(0,1) \right\| \cdot \left\| \frac{\partial^{m_2}}{\partial x_2^{m_2}} f(x_1, x_2) / \bar{L}_p^{(m_1)}(0,1) \right\|^p dx_2 \right]^{\frac{1}{p}} = \\
 &= \left\| \ell_{N_1}(x_1) / \bar{L}_p^{(m_1)*}(0,1) \right\| \cdot \left\{ \int_0^1 \left[ \int_0^1 \left[ \frac{\partial^{m_1+m_2}}{\partial x_1^{m_1} \partial x_2^{m_2}} f(x_1, x_2) \right]^p dx_1 \right] dx_2 \right\}^{\frac{1}{p}} = \\
 &= \left\| \ell_{N_1}(x_1) / \bar{L}_p^{(m_1)*}(0,1) \right\| \cdot \left\| f(x) / \bar{L}_p^{(m)}(K_2) \right\|, \quad (12)
 \end{aligned}$$

где  $x = (x_1, x_2)$  и  $m = m_1 + m_2$ .

Таким образом, из (11) и (12) получаем

$$\begin{aligned}
 &|\langle \ell_N(x_1, x_2), f(x_1, x_2) \rangle| \leq \left\| \ell_{N_2}(x_2) / \bar{L}_p^{(m_2)*}(0,1) \right\| \cdot \\
 &\cdot \left\| \ell_{N_1}(x_1) / \bar{L}_p^{(m_1)*}(0,1) \right\| \cdot \left\| f(x) / \bar{L}_p^{(m)}(K_2) \right\|. \quad (13)
 \end{aligned}$$

С учетом (3), из (13) получаем

$$\left\| \ell_N / \bar{L}_p^{(m)*}(K_2) \right\| \leq \left\| \ell_{N_1}(x_1) / \bar{L}_p^{(m_1)*}(0,1) \right\| \cdot \left\| \ell_{N_2}(x_2) / \bar{L}_p^{(m_2)*}(0,1) \right\|. \quad (14)$$

Учитывая (7) из (4) имеем

$$\begin{aligned}
 &\left\| \ell_N / \bar{L}_p^{(m)*}(K_2) \right\| \leq d_1 \cdot d_2 \cdot \frac{1}{N_1^{m_1} \cdot N_2^{m_2}}, \\
 \text{т.е. } &\left\| \ell_N / \bar{L}_p^{(m)*}(K_2) \right\| \leq d_3 O(h_1^{m_1}) \cdot O(h_2^{m_2}), \quad (15)
 \end{aligned}$$

где  $d_3 = d_1 \cdot d_2$ .

При  $n = k$  имеем

$$\begin{aligned}
 &|\langle \ell_N(x), f(x) \rangle| = |\langle \ell_N(x_1, x_2, \dots, x_k), f(x_1, x_2, \dots, x_k) \rangle| = \\
 &|\langle \ell_{N_k}(x_k), \langle \ell_{N_{k-1}}(x_{k-1}), \dots, \langle \ell_{N_2}(x_2), \langle \ell_{N_1}(x_1), f(x_1, x_2, \dots, x_k) \rangle \rangle \dots \rangle \rangle| \leq \\
 &\leq \left\| \ell_{N_k}(x_k) / \bar{L}_p^{(m_k)*}(0,1) \right\| \cdot \left\| \ell_{N_{k-1}}(x_{k-1}) / \bar{L}_p^{(m_{k-1})*}(0,1) \right\| \dots \\
 &\cdot \left\| \langle \ell_{N_1}(x_1), f(x_1, x_2, \dots, x_k) \rangle / \bar{L}_p^{(m_1)}(0,1) \right\| \leq \\
 &\leq \left\| \ell_{N_k}(x_k) / \bar{L}_p^{(m_k)*}(0,1) \right\| \dots \left\| \ell_{N_1}(x_1) / \bar{L}_p^{(m_1)*}(0,1) \right\| \cdot \left\| f(x) / \bar{L}_p^{(m)}(K_k) \right\|. \quad (16)
 \end{aligned}$$

Из (16), учитывая (3), имеем

$$\left\| \ell_N / \bar{L}_p^{(m)*}(K_k) \right\| \leq \left\| \ell_{N_1}(x_1) / \bar{L}_p^{(m_1)*}(0,1) \right\| \dots \left\| \ell_{N_k}(x_k) / \bar{L}_p^{(m_k)*}(0,1) \right\|. \quad (17)$$

Тогда с учетом (7), из (17) получаем

$$\left\| \ell_N / \bar{L}_p^{(m)*}(K_k) \right\| \leq d \frac{1}{N_1^{m_1} \cdot N_2^{m_2} \dots N_k^{m_k}}, \quad (18)$$

или, учитывая (8), из (18) имеем

$$\left\| \ell_N / \bar{L}_p^{(m)*}(K_k) \right\| \leq e_k \cdot O(h_1^{m_1}) \dots O(h_k^{m_k}).$$

Используя справедливость утверждения теоремы при  $n = k$ , докажем, что утверждение выполняется при  $n = k + 1$ .

Таким образом, пусть  $n = k + 1$ , тогда учитывая (3), из (17) имеем

$$|\langle \ell_{k+1}(x_1, x_2, \dots, x_{k+1}), f(x_1, x_2, \dots, x_{k+1}) \rangle| =$$

$$= \left| \langle \ell_{N_1}(x_1), \langle \ell_{N_2}(x_2), \dots, \langle \ell_{N_k}(x_k), \ell_{N_{k+1}}(x_{k+1}), f(x_1, x_2, \dots, x_{k+1}) \rangle \dots \rangle \right| \leq \\ \leq \left\| \ell_{N_1}(x_1) / \bar{L}_p^{(m_1)*}(0,1) \right\| \dots \left\| \ell_{N_k}(x_k) / \bar{L}_p^{(m_k)*}(0,1) \right\| \cdot \\ \cdot \left\| \langle \ell_{N_{k+1}}(x_{k+1}), f(x_1, x_2, \dots, x_{k+1}) \rangle / \bar{L}_p^{(m_{k+1})}(0,1) \right\|. \quad (19)$$

С учетом (3) и (17) из (18) получаем

$$\left\| \ell_N / \bar{L}_p^{(m)*}(K_{k+1}) \right\| \leq \left\| \ell_{N_1}(x_1) / \bar{L}_p^{(m_1)*}(0,1) \right\| \dots \\ \cdot \left\| \ell_{N_k}(x_k) / \bar{L}_p^{(m_k)*}(0,1) \right\| \cdot \left\| \ell_{N_{k+1}}(x_{k+1}) / \bar{L}_p^{(m_{k+1})}(0,1) \right\|. \quad (20)$$

Используя (7) из (20) имеем

$$\left\| \ell_N / \bar{L}_p^{(m)*}(K_{k+1}) \right\| \leq e_{k+1} \frac{1}{N_1^{m_1} \cdot N_2^{m_2} \dots N_{k+1}^{m_{k+1}}}, \quad (21)$$

или, учитывая (15) и (21) получаем

$$\left\| \ell_N / \bar{L}_p^{(m)*}(K_{k+1}) \right\| \leq e_{k+1} \cdot O(h_1^{m_1}) \dots O(h_{k+1}^{m_{k+1}}).$$

Таким образом, получены неравенства (9) и (10):

$$\left\| \ell_N / \bar{L}_p^{(m)*}(K_n) \right\| \leq d \frac{1}{N_1^{m_1} \cdot N_2^{m_2} \dots N_n^{m_n}}, \quad d - \text{константа}, \quad (22)$$

или, учитывая (8) из (22) имеем

$$\left\| \ell_N / \bar{L}_p^{(m)*}(K_n) \right\| \leq d \cdot O(h_1^{m_1}) \dots O(h_n^{m_n}), \quad h_i = \frac{1}{N_i}, \quad (i = \overline{1, n}) \quad (23)$$

где  $d = \prod_{i=1}^n d_i$ .

Если в (22) или (23) полагать  $N = N_1 \cdot N_2 \cdot \dots \cdot N_n$ ,  $N = N_1 = N_2 = \dots = N_n$  и

$m_1 + m_2 + \dots + m_n = m$  то получим

$$\left\| \ell_N / \bar{L}_p^{(m)*}(K_n) \right\| \leq d \cdot N^{-\frac{m}{n}} \quad \text{или} \\ \left\| \ell_N / \bar{L}_p^{(m)*}(K_n) \right\| \leq d \cdot O(h^m), \quad d - \text{константа}, \quad (h = N^{-\frac{1}{n}}) \quad (24)$$

что и требовалось доказать.

Таким образом, нами получена оценка сверху для нормы функционала погрешности (2) кубатурной формулы (1) в пространстве  $\bar{L}_p^{(m)*}(K_n)$ .

**Заключение.** Такая же оценка ранее была получена для нормы функционала погрешности кубатурной формулы (1) над фактор-пространством С.Л.Соболева  $L_p^{(m)}(K_n)$  [10] и в результате нами получен одинаковый порядок сходимости к нулю при  $N \rightarrow \infty$ , хотя норма функции определена по разному, это подтверждается неравенством (24) и результатами работы [10].

Для иллюстрации приведём конкретный пример при  $n = 2$  и  $p=2$ .

Пусть

$$f(x_1, x_2) = e^{x_1} \left( \frac{1}{2} - x_2^2 \right)^{\frac{3}{2}}. \quad (25)$$

Очевидно, что производные

$$\frac{\partial^{m-1} f(x_1, x_2)}{\partial x_1^{m-1}} \quad \text{и} \quad \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_2}$$

непрерывны на  $K_2$ , но  $\frac{\partial^2 f(x_1, x_2)}{\partial x_2^2}$  имеет особенность на  $K_2$ .

Поэтому из условия  $m = m_1 + m_2$  видно, что

$$m_1 = m - 1 \quad \text{и} \quad m_2 = 1, \quad \text{так как} \quad m - 1 + 1 = m.$$

**ANIQ VA TABIIY FANLAR**

Отсюда следует, что  $f(x_1, x_2) \in \bar{L}_2^{(m)}(K_2)$  при  $m_1 = m - 1$ ,  $m_2 = 1$  и  $f(x_1, x_2) \in L_2^{(m)}(K_2)$ .

**ЛИТЕРАТУРА**

1. **Sobolev S.L.** Vvedenie v teoriyu kubaturnix formul. - M.: Nauka, 1974. - 808 s.
2. **Ramazanov M.D.** Lektsii po teorii približennogo integrirovaniya. - Ufa, 1973. - 173 s.
3. **Salixov G.N.** Kubaturnie formul dlya mnogomernix sfer. - T: Fan, 1985 - 104 s.
4. **Sharipov T.X.** Nekotore voprosi teorii približennogo integrirovaniya kandidatskaya dissertatsiya. - Tashkent: 1975. - 102 s.
5. **Shodimetov X.M.** Reshchatie kvadraturnie i kubaturnie formul v prostranstvax S.L.Soboleva. Doktorskaya dissertatsiya. - Tashkent: 2002. - 218 s.
6. **Baxvalov N.S.** Chislennye metodi. T.1. - M.: Nauka, 1973.
7. Teoriya kubaturnix formul i prilozheniya funktsionalnogo analiza k nekotirim zadacham matematicheskoy fiziki (Pod red. S.L.Soboleva). - Novosibirsk: Nauka, 1973. - 263 s.
8. **Noskov M.V.** O dekartovix proizvedeniyax kubaturnix formul i vichislitel'naya matematika. - Novosibirsk: Nauka, 1980. - S. 114 - 118.
9. **Sobolev S.L.** Nekotore primeneniya funktsionalnogo analiza v matematicheskoy fizike. - M.: Nauka, 1988. - 333 s.
10. **Jalolov O.I.** Ob odnoy asimptoticheskoy optimalnoy kubaturnoy formule //Dokl. AN RUZ. - Tashkent, 2011. - №1 . - S. 15-19.

УДК: 664.3(075.8)

**ЯКУНИЙ ДИСТИЛЛЯТОРЛАРДА МИСЦЕЛЛАНИ БИРИНЧИ ПАРЧАЛАШ  
БЎЙИЧА НАЗАРИЙ ТАДҚИҚОТЛАР**

**ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ ПЕРВИЧНОГО  
ДРОБЛЕНИЯ МЫСЦЕЛЛЫ В ОКОНЧАТЕЛЬНЫХ ДИСТИЛЛЯТОРАХ**

**THEORETICAL STUDIES OF THE PARAMETERS OF PRIMARY CRUSTING OF  
MICELLE IN FINAL DISTILLERS**

**Жумаев Жура**

*доцент кафедры информационных технологий БухГУ,*

**Хабибов Фахриддин Юсупович**

*старший преподаватель кафедры технологические машины и оборудование химической и пищевой промышленности БУХИТИ,*

**Мерожев Икром Завкидинович**

*преподаватель информатики шк.№ 15 г. Бухары*

**Zhumaev Zhura**

*associate professor of the department of information technologies, BSU,*

**Khabibov Fakhriddin Yusupovich**

*senior lecturer of the department of technological machines and equipment for the chemical and food industry, BETI,*

**Merozhev Ikrom Zavkidinovich**

*teacher of informatics school No. 15, Bukhara*

**Таянч сўзлар:** мисцелла, дистилляция, тадқиқот, техника, жараён, молекуляр даража, математик моделлаштириш, физик моделлаштириш, модел, якуний дистиллятор, Вебер сони, томчининг парчаланиши, зичлик, нисбий тезлик, томчи радиуси, сиртки таранглик, тажриба қурилмаси.

**Ключевые слова:** мисцелла, дистилляция, исследование, техника, процесс, математическое моделирование, физическое моделирование, модель, окончательный дистиллятор, число Вебера, дробление капли, плотность, относительная скорость, радиус капли, поверхностное натяжение, экспериментальная установка.

**Key words:** micelle(mixture of extra-benzene and oil), distillation, research, equipment, process, molecular level, mathematical modeling, physical modeling, model, final distiller, Weber number, droplet crushing, density, relative velocity, droplet radius, surface tension,