Scientific journal of the Fergana State University

Volume 1 *Scientific journal of the Fergana State University 4/2018*

Article 17

10-30-2018

About the estimate of the sum of the random number of random numbers

I. NEMATOV
Fergana state university, Ferghana, str,Murabbiylar 19, fdujournal@fdu.uz

S. KUKIEVA
fdujournal@mail.ru

УДК: 519.24/.27

БОҒЛИҚМАС ТАСОДИФИЙ СОНДАГИ ТАСОДИФИЙ МИҚДОРЛАР ЙИҒИНДИСИНИНГ МАКСИМУМИНИ БАҲОЛАШ ҲАҚИДА

И.Неъматов, С.Кукиева

Аннотация

Мазкур мақола боғлиқмас тасодифий сондаги миқдорлар йиғиндисининг максимумини баҳолаш ҳақидадир.

Аннотация

В статье рассматривается оценка максимума сумм случайных величин независимого случайного числа.

Annotation

In this paper we consider the estimate of the maximum of the sums of a random number of independent random variables

Таянч сўз ва иборалар: *тасодифий миқдор, тўла эҳтимоллик формуласи, боғлиқмас тасодифий сондаги миқдорлар, тасодифий сондаги тасодифий индекслар.*

Ключевые слова и выражения: *случайная величина, формула полной вероятности, случайное число независимых случайных величин, случайное число случайных индексов.*

Keywords and exspressions*: a random variable, formula of total probability, random number of independent random variables, a random number of random indices.*

Эҳтимоллар назариясининг лимит теоремалари шу соҳанинг асосий йўналиши бўлиб, тасодифий сондаги тасодифий қўшилувчилар учун лимит теоремалар унинг бир бўлимидир. Ушбу илмий мақола боғлиқмас тасодифий сондаги миқдорлар йиғиндисининг максимумини баҳолаш ҳақидадир.

Қуйида олинган, юқоридан чегараланган баҳолардан [1.323-332] ва [2.37-40] илмий ишлардаги баҳолар хусусий ҳол сифатида келиб чиқади.

Айтайлик,

$$\xi_1, \quad \xi_2, \ \ldots, \quad \xi_n, \ldots \tag{1}$$

бир хил тақсимланган боғлиқмас тасодифий миқдорлар кетма-кетлиги бўлсин ва

$$M\xi_1 = 0, \quad D\xi_i = \sigma^2, \quad i = 1,2,\ldots,n$$

бўлсин.

(1) дан

$$\eta_\nu = \xi_1 + \xi_2 + \ldots + \xi_\nu \tag{2}$$

йиғиндини тузамиз, бундаги $\nu = \nu(\lambda), \quad \lambda > 0$ - параметрга боғлиқ бўлган, саноқли қийматларни қабул қилувчи тасодифий миқдордир ҳамда $\nu(\lambda), \ \xi_1, \ \xi_2, \ldots, \xi_n, \ldots$ лар ҳам ўзаро боғлиқмас. Шунингдек, унинг характеристикалари қуйидагича:

$$M\nu(\lambda) = \sum_{k=1}^{\infty} k p_k = \alpha, \qquad p_k = P(\nu = k),$$

$$D\nu(\lambda) = \sum_{k=1}^{\infty} (k-\alpha)^2 p_k = \gamma^2 \cdot$$

Айтайлик,

$$P(\eta_{\nu(\lambda)} < x) = F_{\nu(\lambda)}(x)$$

$$\overline{\eta}_{\nu(\lambda)} = \max_{1<k<n} \eta_k, \qquad P\left(\overline{\eta}_{\nu(\lambda)} < x\right) = \overline{F}_{\nu(\lambda)}(x)$$

T_n – ҳақиқий сонлар ўқидаги интервал ва унинг узунлиги $\mu(T_n) = L(n)$ бўлсин.

***И.Неъматов** – ФарДУ, доцент.*
***С.Кукиева** – ФарДУ, ўқитувчи.*

$C, C_1, C_2, ...$ - доимий сонлар.

Теорема. Агар

1. $\lambda \to \infty,\ \sigma^2 \to \infty,\ \ \gamma^2 = 0(\alpha)$ ва $L(\alpha) \le \alpha^p$ $\left(0 < p < \frac{1}{2}\right)$ бўлса, у ҳолда

$$P\left(\overline{\eta}_{\nu(\lambda)} \in T_{\alpha/2}\right) = O\left(\frac{1}{\alpha^{\frac{1}{2}-p}} + \frac{\gamma^2}{\alpha^2}\right)$$

бўлади.

2. Агар $L(\alpha) = C$ - доимий сон бўлса, у ҳолда

$$P\left(\overline{\eta}_{\nu(\lambda)} \in T_{\alpha/2}\right) = O\left(\frac{1}{\sqrt{\alpha}} + \frac{\gamma^2}{\alpha^2}\right)$$

бўлади.

1-нинг исботи. Тўла эҳтимоллик формуласига асосан:

$$P\left(\overline{\eta}_{\nu(\lambda)} \in T_{\alpha/2}\right) = \sum_{k=1}^{\infty} P\left(\overline{\eta}_{\hat{e}} \in T_{\alpha/2}\right) P_k =$$

$$= \sum_{|k-\alpha| > \frac{\alpha}{2}} P\left(\overline{\eta}_k \in T_{\alpha/2}\right) p_k + \sum_{|k-\alpha| \ge \frac{\alpha}{2}} P\left(\overline{\eta}_k \in T_{\alpha/2}\right) p_k = J_1 + J_2$$

J_1 нинг баҳоси қуйидагича:

$$J_1 = \sum_{|k-\alpha| > \frac{\alpha}{2}} P\left(\overline{\eta}_k \in T_{\alpha/2}\right) p_k \le P\left\{ |k-\alpha| > \frac{\alpha}{2} \right\} \le \frac{\gamma^2}{\alpha^2} \qquad (3)$$

J_2 ни баҳолаш учун [2] даги баҳодан фойдаланамиз.

$$J_2 = \sum_{|k-\alpha| \le \frac{\alpha}{2}} P\left(\overline{\eta}_k \in T_{\alpha/2}\right) p_k \le \frac{c}{\alpha^{\frac{1}{2}-p}} \qquad (4)$$

(2) ва (4) га асосан:

$$P\left(\overline{\eta}_{\nu(\lambda)} \in T_{\alpha/2}\right) = O\left(\frac{1}{\alpha^{\frac{1}{2}-p}} + \frac{\gamma^2}{\alpha^2}\right)$$

Бундан кўринадики, $L(\alpha) = c$ - доимий сон бўлса ва *p=0* бўлса,

$$P\left(\overline{\eta}_{\nu(\lambda)} \in T_{\alpha/2}\right) = O\left(\frac{1}{\sqrt{\alpha}} + \frac{\gamma^2}{2}\right) \qquad (5)$$

бўлади.

“Тасодифий сондаги тасодифий индекслар” деган шарт қўйилмаса, (5) дан хусусий ҳолда, Б.Эссеннинг $O\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)$ каби баҳоси келиб чиқади.

Адабиётлар:

1. Rosen B. On the acymptotic distribution of sums independent identicaply distributed random variables. Arkiv for matematik. IV.4. 1962.

2. Сирожиддинов С.Х., Оразов Г. Об одной теореме Б.Розена. Сб. Вероятностные модели и статистический контроль. -1968.

(Тақризчи: А.Ўринов, физика-математика фанлари доктори, профессор).