Scientific-technical journal

Volume 24 | Issue 1 Article 2

2-26-2020

DIRECT AND ANALYTICAL METHOD OF FINDING ALGEBRAIC CALCULATIONS

D. T. Muhamedieva
Scientific-innovative center of information and communication technologies at the Tashkent University of Information Technologies named after Muhammad al-Khorazmiy

D. M. Sotvoldiev
Scientific-innovative center of information and communication technologies at the Tashkent University of Information Technologies named after Muhammad al-Khorazmiy

U. Khasanov
Scientific-innovative center of information and communication technologies at the Tashkent University of Information Technologies named after Muhammad al-Khorazmiy

FUNDAMENTAL SCIENCES

УДК: 519.681.5

DIRECT AND ANALYTICAL METHOD OF FINDING ALGEBRAIC CALCULATIONS

Muhamedieva D.T., Sotvoldiev D.M., Khasanov U.

Scientific-innovative center of information and communication technologies at the Tashkent University of Information Technologies named after Muhammad al-Khorazmiy

ПРЯМОЙ И АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД НАХОЖДЕНИЯ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Мухамедиева Д.Т., Сотволдиев Д.М., Хасанов У.

Мухаммада ал-Хоразмий номидаги Тошкент Ахборот технологиялари Университети ҳузуридаги Ахборот-коммуникация технологиялари илмий-инновацион маркази

АЛГЕБРАИК АМАЛЛАРНИНГ НАТИЖАЛАРИНИ ТОПИШНИНГ ТЎҒРИДАН-ТЎҒРИ ВА АНАЛИТИК УСУЛИ

Мухамедиева Д.Т., Сотволдиев Д.М., Хасанов У.

Научно-инновационный центр информационно-коммуникационных техногологи́й при Ташкентском университете информационных технологий имени Мухаммада ал-Хоразмий

Abstract. *The article discusses two direct and analytical methods for finding algebraic calculations with different membership functions.*

Keywords. Theory of fuzzy sets, algebraic calculations, membership function, direct method, analytical method.

В статье рассматривается два-прямой и аналитический метод нахождения алгебраических вычислений при разных функциях принадлежности.

Ключевые слова. Теория нечетких множеств, алгебраические вычисления, функция принадлежности, прямой метод, аналитический метод.

Мақолада норавшан сонлар устида алгебраик амалларни бажаришнинг иккита тўғридан-тўғри ва аналитик усули ҳар хил тегишлилик функциялари ҳолатида кўрилган.

Таянч сўзлар. Норавшан тўпламлар назарияси, алгебраик амаллар, тегишлилик функцияси, тўғридан-тўғри усул, аналитик усул.

Ф-катталиклар устидаги алгебраик амалларнинг натижаларини топиш учун бир қанча аналитик ва сонли усуллардан фойдаланилади [10,112]. Жумладан, агар ечим (1.3.3) масаланинг умумий ҳоли учун қидирилса, берилган усул “тўғридан-тўғри” деб аталади. Агар усул жорий масаланинг α-даражадан фойдаланишга асосланган маълум бир ўзгарган кўринишида бўлса, уни “тескари” ёки α-даражали кесимлар усули деб аташади. Аввалгидагидек, асосий эътибор биринчи турдаги амалларга қаратилади.

Ф-катталикларни скалярга кўпайтириш. Агар $Б=\lambda=(1,\lambda)$ бўлса, $z=\lambda x$ нинг ўзаро бир қийматли аксслантирилиши ҳисобига қуйидагига эга бўламиз:

$$\mu_{\lambda A}(z)=\mu_A(z/\lambda), \lambda\neq 0. \tag{1}$$

Агар $\lambda=0$ бўлса

$$\lambda A=\left\langle \sup_x \mu_A(x), 0\right\rangle, \tag{2}$$

яъни агар A-нормал $Ф$-катталик бўлса, у ҳолда $0\cdot A=0$.

Ф-катталик билан скалярнинг йиғиндиси. Юқоридаги ҳол сингари, агар *Б*= λ =**(***1*, λ **)**, ва, демак *з=х+* λ бўлса, у ҳолда

$$\mu_{A+\lambda}(z) = \mu_A(z-\lambda), \lambda \in R, A \in F(R). \tag{3}$$

Шу асосда μ_A функция ҳақиқий ўқ бўйлаб $|\lambda|$ каталикка ўнгга ёки чапга сурилади.

(1)-(3) муносабатларнинг иккинчи турдаги алгебраик амалларга нисбатан ҳам ўринли эканлигини текшириш қийин эмас.

A=(1-(x-1)^2*, (0,1))* бўлсин. У ҳолда (1) ва (2) га кўра

$$\lambda A = \left\langle 1-(x-\lambda)^2/\lambda^2, (0,2\lambda)\right\rangle, \lambda > 0,$$
$$\lambda A = \left\langle 1-(x-\lambda)^2/\lambda^2, (2\lambda,0)\right\rangle, \lambda < 0,$$
$$\lambda A = 0, \lambda = 0$$

муносабатларга эга бўламиз.

(2) га кўра

$$\lambda + A = \left\langle 1-(x-(\lambda+1))^2, (\lambda, \lambda+2)\right\rangle$$

муносабатга эга бўламиз.

Ушбу бобда $A \circ B$ *Ф*-катталикни, яъни унинг *Ф*-функциясини топишни параметрик экстремал масалани ечишга келтирилиши қайд этилган эди. Жумладан, $x \circ y = z$ боғланиш тенгламасига ўзгартириш киритиш орқали берилган масала шартсиз экстремум топиш масаласига айланади, яъни биринчи турдаги амаллар учун

$$\mu_{A\circ B}(z) = \sup_x\{\mu_A(x) \wedge \mu_B(u(x,z))\}. \tag{4}$$

муносабатга эга бўламиз.

Экстремал масалалар назариясидан маълумки [1], *У* тўпламда берилган маълум бир функциянинг *Р* ичида глобал максимумини топиш ушбу функция унимодал, яъни *У* да ягона максимумга эга бўлса анча соддалашади.

Агар *А Ф*-катталик қатъий қаварик бўлса ва μ_A функция $\sigma(A)$ да ўзининг юқори чегарасига эришса, у ҳолда μ_A $\sigma(A)$ да унимодалдир. Агар *А*- қаварик бўлса, ундай бўлмайди. Шунга қарамай, ҳаттоки қаварик *Ф*-катталик учун унинг *Ф*-функцияси юқори чегарасини топиш ихтиёрий *Ф*-функцияли *Ф*-катталикка нисбатан анча осондир.

Демак, қаварик *Ф*-катталикларга нисбатан (4) масалани ечиш афзалроқдир, зеро $\mu_A(x) \wedge \mu_B(u(x,z))$ функция қаварик *Ф*-катталикни аниқлайди. $\sigma(A)$ ва $\sigma(B)$ тўпламлар ички нуқта сифатида нолга эга бўлган кўпайтириш амали бундан мустаснодир. Бундан ташқари қаварик *Ф*-катталиклар учун қуйидаги тасдиқ ўринлидир.

Агар *А* ва *Б* – қаварик бўлса, у ҳолда $C = A \circ B$ - қаварик *Ф*-катталикдир.

Қўшиш амалини кўздан кечирайлик. $z_1, z_2 \in \sigma(C)$, $z_1 = x_1 + y_1$, $z_2 = x_2 + y_2$ ва $\mu_C(z_1) = \mu_A(x_1) \wedge \mu_B(y_1)$, $\mu_C(z_2) = \mu_A(x_2) \wedge \mu_B(y_2)$ бўлсин. У ҳолда ихтиёрий $\gamma \in [0,1]$ га нисбатан

$$\mu_C(\gamma z_1 + (1-\gamma)z_2) = \mu_C(\gamma(x_1+y_1) + (1-\gamma)(x_2+y_2)) =$$
$$= \mu_C(\gamma x_1 + (1-\gamma)x_2 + \gamma y_1 + (1-\gamma)y_2) \geq$$
$$\geq \mu_A(\gamma x_1 + (1-\gamma)x_2) \wedge \mu_B(\gamma y_1 + (1-\gamma)y_2) \geq$$

$$\geq \mu_A(x_1)\wedge\mu_A(x_2)\wedge\mu_B(y_1)\wedge\mu_B(y_2)=$$
$$=(\mu_A(x_1)\wedge\mu_B(y_1))\wedge(\mu_A(x_2)\wedge\mu_B(y_2))=$$
$$=\mu_C(z_1)\wedge\mu_C(z_2).$$

Айнан шуни исботлаш керак эди.

C=A-B=A+(-B), (-B)- эса *Ф*-катталик бўлгани учун, *C=A-B* ҳам қавариқ *Ф*-катталикдир.

Кўпайтириш амали, яъни $C=A\cdot B$ ни кўздан кечирайлик. $z_1,z_2\in\sigma(C)$, $z_1=x_1\cdot y_1$, $z_2=x_2\cdot y_2$ ва $\mu_C(z_1)=\mu_A(x_1)\wedge\mu_B(y_1)$, $\mu_C(z_2)=\mu_A(x_2)\wedge\mu_B(y_2)$ бўлсин. Аниқлик мақсадида $x_1<x_2$, $y_1<y_2$, $z_1<z_2$ деб олайлик. У ҳолда ихтиёрий $z\in(z_1,z_2)$ га нисбатан $z=x\cdot y$ шартни қаноатлантирувчи $x\in(x_1,x_2)$ ва $y\in(y_1,y_2)$ лар топилади. $\gamma_0,\gamma_1,\gamma_2\in[0,1]$ бўлсин, уларга нисбатан

$$z=\gamma_0 z_1+(1-\gamma_0)z_2,$$
$$x=\gamma_1 x_1+(1-\gamma_1)x_2,$$
$$y=\gamma_2 y_1+(1-\gamma_2)y_1$$

шартлар бажарилади.

У ҳолда

$$\mu_{AB}(z)=\mu_{AB}(\gamma_0 z_1+(1-\gamma_0)z_2)\geq\mu_A(x)\wedge\mu_B(y)\geq$$
$$\geq\mu_A(x_1)\wedge\mu_A(x_2)\wedge\mu_B(y_1)\wedge\mu_B(y_2)=$$
$$=(\mu_A(x_1)\wedge\mu_B(y_1))\wedge(\mu_A(x_2)\wedge\mu_B(y_2))=$$
$$=\mu_{AB}(z_1)\wedge\mu_{AB}(z_2)$$

муносабатга эга бўламиз, айнан шуни исботлаш керак эди.

Бўлиш амали учун тасдиқ худди шундай усулда исботланади, жумладан, агар *C=A/Б* бўлса, у ҳолда $0\notin\sigma(B)$.

Ф-катталикларнинг қавариқлиги тўғрисидаги фараз кўпгина тегишлилик функциялари амалиётда қавариқ бўлиши билан изоҳланади. Айрим ҳолларда (1.3.3) масалани ечишнинг *декомпозиция тамойили* деб аталувчи ёндашуви ўринли бўлади. Агар *А* ва *Б*-қавариқ бўлмаган ҳолат вужудга келса, у ҳолда уларни қавариқ *Ф*-катталикларнинг умумлашмаси кўринишида тасвирлаш мумкин. *Ф*-катталиклар устидаги алгебраик амаллар таърифидан $A=\bigcup_{i=1}^{n}A_i$, $B=\bigcup_{j=1}^{n}B_j$ да

$$A\circ B=\bigcup_{i,j}(A_i\circ B_j),i=\overline{1,m},\ j=\overline{1,n} \qquad (5)$$

бўлишини кўриш қийин эмас.

Демак, агар *A* ва *B* – ноқавариқ бўлса, уларни қавариқ *Ф*-катталиклар умумлашмаси кўринишида тасвирлаш айрим ҳолларда масалани ечишда осонлик яратиши мумкин. Юқорида қайд этилган ҳолларни ҳисобга олган ҳолда, келгусида барча *Ф*-катталикларни қавариқ деб оламиз.

Бинар амалларнинг тўғри аналитик усули асосида *P* нинг маълум бир тўпламида функциянинг экстремум нуқталарини қидиришга оид классик ёндашуви ётади.

μ_A функция ҳар доим σ **(А)** нуқтада ўзининг юқори чегарасига эришади деб оламиз, юқори чегара - ∞ ва нуқтада бўлган ҳоллар бундан мустаснодир. Бундай ҳолларда [41] га кўра μ_A **(x)** функциянинг σ **(**А**)** даги экстремум нуқтаси қуйидаги шартлар бажариладиган нуқталар бўлади:

1. μ_A **(x)** узилишга учрайди;
2. μ_A **(x)** узлюксиз, лекин μ'_A ҳосила мавжуд эмас;
3. μ'_A ҳосила мавжуд бўлиб, нолга тенг;
4. σ **(**А)=[а, б] бўлса, *х=а* ёки *х=б.*

Агар σ **(***А*) тўплам чекланмаган бўлса**,** μ_A **(x)** функциянинг $x \to$ - ёки $+\infty$ даги ҳатти-ҳаракатини ўрганиш даркор.

Ф-катталиклар устидаги ҳар бир амални кўриб чиқамиз.

Ф-каталликларни қўшиш. Бундай ҳолда боғланиш тенгламаси *х+й=з* кўриниш қабул қилади, яъни ихтиёрий *з₀* га нисбатан *й= з₀-х* тенглама билан аниқланувчи $\mu_{A+B}(z_0)$ катталик *Р*^{2} тўғри чизиқда (1.3.1) $f_1(x,y) = \mu_A(x) \wedge \mu_B(y)$ функциянинг юқори чегарасига тенг. (4) муносабат

$$\mu_{A+B}(z) = \sup_x \{\mu_A(x) \wedge \mu_B(z-x)\} \tag{5}$$

кўринишда ёзиб олинади.

(5) дан кўриниб турибдики, μ_{A+B} функциянинг қийматлари $A \cap (-B - z)$ *Ф*-катталиклар оиласининг *з* га параметр сифатида боғлиқ бўлган юқори чегаралари бўладилар. Агар *з* га қараб $\mu_A(x) \wedge \mu_B(z-x)$ функциянинг экстремал нуқталарини

х=φ *₁(з), х=*φ *₂ (з), …, х=*φ *н(з)*

муносабат орқали ифодалаш мумкин бўлса, у ҳолда

$$C = A + B = \bigcup_{i=1}^{n} C_i$$

муносабатга эга бўламиз, яъни

$$\mu_{C_i}(z) = \mu_A(\varphi_i(z)) \wedge \mu_B(z - \varphi_i(z)).$$

$\mu_A(x) \wedge \mu_B(z-x)$ функциянинг глобал максимум нуқтаси айрим ҳолларда

$$\mu_A(x) = \mu_B(z-x)$$

тенгламани ечиш орқали ҳосил қилиниб олиниши мумкин. Юқорида баён этилган фикрларни бир қатор мисоллар кўринишида тасвирлайлик.

$\mu_A(x) = \exp\{-(x-a)^2/b\}$, $\mu_B(y) = \exp\{-(y-d)^2/c\}, b, c > 0$ бўлсин. У ҳолда $\mu_A(x) = \mu_B(z-x)$ тенгламадан $(x-a)/\sqrt{b} = \pm(z-x-d)/\sqrt{c}$ га эга бўламиз, бу ердан эса

$$x_1 = \varphi_1(z) = (z\sqrt{b} + a\sqrt{c} - d\sqrt{b})/(\sqrt{b} + \sqrt{c}),$$

$$x_2 = \varphi_2(z) = (-z\sqrt{b} + a\sqrt{c} + d\sqrt{b})/(\sqrt{c} - \sqrt{b}).$$

Демак , $\mu_{C_1}(z) = \mu_A(\varphi_1(z))$, $\mu_{C_2}(z) = \mu_A(\varphi_2(z))$.

Керакли ўринлаштиришлар киритиб, содда алмаштиришлардан сўнг

$$\mu_{C_1}(z) = \exp\{-z-(a+d))^2/(\sqrt{b}+\sqrt{c})^2\},$$

$$\mu_{c_2}(z) = \exp\{-(z-a+d))^2/(\sqrt{b}-\sqrt{c})^2\}$$

муносабатларга эга бўламиз. $(\sqrt{b}-\sqrt{c})^2 < (\sqrt{b}+\sqrt{c})^2$ бўлгани учун, $C = C_1 \cup C_2 = C_1$, яъни $\mu_{A+B}(z) = \mu_{C_1}(z)$.

Агар $A = \left\langle 1-(x-a)^2/b, (a-\sqrt{b}, a+\sqrt{b}) \right\rangle$ ва $B = \left\langle 1-(y-d)^2/c, (d-\sqrt{c}, d+\sqrt{c}) \right\rangle$ бўлса, у ҳолда олдинги мисол каби

$$1-(x-a)^2/b = 1-(z-x-d)^2/c$$

тенгламани таҳлил қилиш орқали

$$C = A+B = \left\langle 1-(z-a-d)^2/(\sqrt{b}+\sqrt{c})^2, (a+d-(\sqrt{b}+\sqrt{c}), a+d+(\sqrt{b}+\sqrt{c})) \right\rangle$$

муносабатга эга бўламиз.

$$A = A_1 \cup A_2 \cup A_3 \text{ ва } B = B_1 \cup B_2 \cup B_3$$

бўлсин, бу ерда

$$A_1 = \langle a_1x+b_1, [-b_1/a_1, (1-b_1)/a_1] \rangle, a_1 > 0,$$

$$A_2 = \langle 1, [(1-b_1)/a_1, (1-b_2)/a_3] \rangle,$$

$$A_3 = \langle a_2x+b_2, [(1-b_2)/a_2, -b_3/a_2] \rangle, a_2 < 0,$$

$$B_1 = \langle a_3y+b_3, [-b_3/a_3, (1-b_3)/a_3] \rangle, a_3 > 0,$$

$$B_2 = \langle 1, [1-b_3)/a_3, (1-b_4)/a_4] \rangle,$$

$$B_3 = \langle a_4y+b_4, [(1-b_4)/a_4, -b_4/a_4] \rangle, a_4 < 0.$$

Берилган ҳолда декомпозиция тамойилидан фойдаланиш мумкин, жумладан мос таҳлил

$$C = A+B = (A_1 \cup B_1) \cup (A_2 \cup B_2) \cup (A_3 \cup B_3)$$

эканлигини кўрсатади.

$$a_1x+b_1 = a_3(z-x)+b_3$$

тенгламадан

$$x = \varphi(z) = a_3x/(a_1+a_3) + (b_3-b_1)/(a_1+a_3)$$

бевосита

$$C_1 = A_1 + B_1 = \langle a_1a_3z + b_1a_3 + b_3a_1)/(a_1+a_3), [-(b_1a_3+b_3a_1)/(a_1+a_3), (1-b_1)/a_1 + (1-b_3)/a_3] \rangle$$

эканлигини аниқлаймиз.

Ҳудди шу усулда C_3 га нисбатан

$$C_3 = A_3 + B_3 = \langle a_2a_4z + b_2a_4 + b_4a_2)/(a_2+a_4), [(1-b_2)/a_2 + (1-b_4)/a_4, -(b_2a_4+b_4a_2)/(a_2+a_4)] \rangle$$

муносабатга эга бўламиз.

Ва ниҳоят

$$C_2 = A_2 + B_2 = \langle 1, [(1-b_1)/a_1 + (1-b_3)/a_3, (1-b_2)/a_2 + (1-b_4)/a_4] \rangle.$$

(1.3.2) бўйича аниқланувчи иккинчи тур йиғиндига битта мисол келтирайлик. $\mu_A(x) = \exp\{-(x-a)^2/b\}$ ва $\mu_B(y) = \exp\{-(y-d)^2/c\}, b, c > 0$ бўлсин. У ҳолда

$$\frac{d}{dx}\mu_A(x)\cdot\mu_B(z-x) = 0$$

тенгламадан

$$x = \varphi(z) = (bz - bd + ac)/(b + c)$$

ва бевосита

$$\mu_{A+B}(z) = \mu_A(\varphi(z)) \cdot \mu_B(z - \varphi(z)) = \exp\{-(z - (a + d))^2 /(b + c)\}$$

муносабатларга эга бўламиз.

Ф-катталикларни айириш. Бундай ҳолатда боғланиш тенгламаси

з = х - й

кўринишда бўлади, яъни ихтиёрий *з₀* қийматга нисбатан $\mu_{A-B}(z_0)$ катталик *й= з₀-х* тенгламали P^2 тўғри чизиқда $f_1(x, y) = \mu_A(x) \wedge \mu_B(y)$ функциянинг юқори чегарасига тенг. (4) муносабат

$$\mu_{A-B}(z) = \sup_x\{\mu_A(x) \wedge \mu_B(x - z)\}$$

кўринишда ёзиб олинади.

А-Б=А+(-Б) бўлгани учун айириш йиғиндига келтирилади.

$A = \left\langle 1 - (x - a)^2, (a - 1, a + 1)\right\rangle$ ва $B = \left\langle 1 - (y - b)^2, b - 1, b + 1)\right\rangle$ бўлсин. У ҳолда

$$1 - (x - a)^2 = 1 - (x - z - b)^2$$

тенгламадан

$$x^2 - 2ax + a^2 = x^2 - xz - bx - xz + z^2 + bz - bx + bz + b^2,$$

$$2x(z - a + b) = z^2 + 2bz + b^2 - a^2,$$

$$x = \frac{(z + b)^2 - a^2}{2(z - a + b)} = \frac{z + a + b}{2}$$

муносабатларни ҳосил қиламиз.

$\mu_C(z) = \mu_A(\varphi(z))$ алмаштириш киритиб,

$$\mu_C(x) = 1 - \left(\frac{z + a + b}{2} - a\right)^2 = 1 - \left(\frac{z - a + b}{2}\right)^2$$

эканлигини аниқлаймиз.

Шундай қилиб,

$$C = A - B = \left\langle 1 - (z - a + b)^2 / 4, (a - b - 2, a - b + 2)\right\rangle.$$

*Ф-катталикларни кўпайтириш***.** Бундай ҳолда боғланиш тенгламаси

з = х й

кўриниш қабул қилади, яъни ихтиёрий *з₀* да $\mu_{A \cdot B}(z_0)$ катталик *й=з₀ /х* тенглама билан берилган P^2 даги гиперболада жойлашган $f_1(x, y) = \mu_A(x) \wedge \mu_B(y)$ функциянинг юқори чегарасига тенгдир. (4) муносабат

$$\mu_{AB}(z) = \sup_x\{\mu_A(x) \wedge \mu_B(z / x)\}$$

кўринишда ёзиб олинади.

Чекланишларнинг ночизиқлилиги ҳисобига Φ-катталикларнинг кўпайтмасини топиш масаласи йиғинди ва айиришга нисбатан анча қийиндир.

$$A=\left\langle 1-\frac{1}{x^2},(1,+\infty)\right\rangle \text{ ва } B=\left\langle 1-\frac{1}{y^2},(2,+\infty)\right\rangle$$

бўлсин. У ҳолда

$$1-\frac{1}{x^2}=1-\frac{4}{(z/x)^2}$$

тенгламадан

$$4x^4=z^2,$$
$$x_{1,2}=\varphi(z)=\pm\sqrt{z/2}$$

муносабатларга эга бўламиз.

$\mu_A(z)=\mu_A(\varphi(z))$ деб олган ҳолда

$$C=A\cdot B=\left\langle 1-\frac{2}{z},(2,+\infty)\right\rangle$$

муносабатга эга бўламиз.

$\mu_A(x)=\exp\{-(x-a)^2/b\}$ ва $\mu_B(y)=\exp\{-(y-d)^2/c\},b,c>0$ бўлсин. $\mu_A(x)=\mu_B(z/x)$ тенгламадан $x\sqrt{c}(x-a)=-\sqrt{b}(z-xd)$, $x\sqrt{c}(x-a)=\sqrt{b}(z-xd)$ муносабатларни ҳосил қилиб оламиз.

Биринчи тенгламадан $x^2\sqrt{c}-x(a\sqrt{c}+d\sqrt{b})+z\sqrt{b}=0$ муносабатга, ундан эса $x_{1,2}=\left(a\sqrt{c}+d\sqrt{b}\pm\sqrt{(a\sqrt{c}+d\sqrt{b})^2-4z\sqrt{bc}}\right)/2\sqrt{c}$ муносабатга эга бўламиз.

Демак,

$$\mu_{C_1}(z)=\exp\{-(d\sqrt{b}-a\sqrt{c}+\sqrt{L(z)})^2/4bc\},$$
$$\mu_{C_2}(z)=\exp\{-(d\sqrt{b}-a\sqrt{c}-\sqrt{L(z)})^2/4bc\},$$

бу ерда

$$L(z)=(a\sqrt{c}+d\sqrt{b})^2-4z\sqrt{bc}.$$

Яна битта тенглама $x^2\sqrt{c}-x(a\sqrt{c}-d\sqrt{b})-z\sqrt{b}=0$ ни кўриб чиққан ҳолда, ундан

$$x_{3,4}=\left(a\sqrt{c}-d\sqrt{b}\pm\sqrt{(a\sqrt{c}-d\sqrt{b})^2+4z\sqrt{bc}}\right)/2\sqrt{c}$$

муносабатни келтириб чиқарамиз. $M(z)=(a\sqrt{c}-d\sqrt{b})^2+4z\sqrt{bc}$ деб олган ҳолда

$$\mu_{C_3}(z)=\exp\{-(a\sqrt{c}+d\sqrt{b}-\sqrt{M(z)})^2/4bc\},$$
$$\mu_{C_4}(z)=\exp\{-(a\sqrt{c}+d\sqrt{b}+\sqrt{M(z)})^2/4bc\}$$

муносабатларга эга бўламиз.

$\mu_{AB}(ad)=1$ эканлигини ҳисобга олган ва илдизларнинг арифметик қийматини кўздан кечирган ҳолда:

$$C=AB=C_1\cup C_3,|a+d|=|a|+|d|,$$
$$C=AB=C_2\cup C_4,|a+d|\neq|a|+|d|$$

муносабатга эга бўламиз.

Берилган мисолнинг хусусий ҳолини кўриб чиқайлик. $a = d, b = c$, яъни *А=Б* бўлсин. У ҳолда $a \geq 0$ га нисбатан

$$\mu_{C_1}(z) = \exp\{-(a^2 - z)/b\}, z \leq a^2,$$
$$\mu_{C_3}(z) = \exp\{-(a - \sqrt{z})^2 / b\}, z \geq 0$$

муносабатларга эга бўламиз. $0 < z < a^2$ да

$$(a^2 - z) - (a - \sqrt{z})^2 = a^2 - z - a^2 + 2a\sqrt{z} - z = 2\sqrt{z}(a - \sqrt{z}) > 0$$

бўлганлиги учун, охир оқибат

$$\mu_{AA}(z) = \begin{cases} \exp\{-a - \sqrt{z})^2 / b\}, z \geq 0 \\ \exp\{-a^2 - z)/b\}, z \leq 0 \end{cases}$$

муносабатни ҳосил қиламиз.

Агар $a \leq 0$ бўлса, у ҳолда

$$\mu_{C_2}(z) = \exp\{-(a^2 - z)/b\}, z \leq a^2,$$
$$\mu_{C_4}(z) = \exp\{-(a - \sqrt{z})^2 / b\}, z \geq 0.$$

Шундай қилиб, $C_1 = C_2, C_3 = C_4$, яъни натижа *a* нуқтанинг вазиятига боғлиқ эмас. *a=0* да

$$\mu_A(z) = \begin{cases} \exp\{-z/b\}, z \geq 0 \\ \exp\{z/b\}, z \leq 0 \end{cases}$$

муносабатга эга бўламиз.

Агар $z = x^2$ акслантиришни *А Ф*-катталикнинг квадратга таъсири сифатида талқин этадиган бўлсак, у ҳолда *a=0* да

$$\mu_{A^2}(z) = \exp\{-z/b\}, z \geq 0$$

муносабатга, яъни бу борада $A \cdot A \neq A^2$ муносабатга эга бўламиз. Бу мулоҳаза ташувчиси ички нуқта сифатида нолни сақлаган ихтиёрий *Ф*-каталикка нисбатан ўринлидир.

Ф-катталикларнинг бўлинмаси. Бундай ҳолда боғланиш тенгламаси

з = х / й, й ≠ 0

кўринишга эга бўлади, яъни ихтиёрий *з₀* га нисбатан $\mu_{A/B}(z_0)$ катталик *Р* ^{2} даги *х=з* $_0$*у* тенгламали тўғри чизиқда $f_1(x, y) = \mu_A(x) \wedge \mu_B(y)$ фунскиянинг юқори чегарасига тенгдир. Демак

$$\mu_{A/B}(z) = \sup_x \{\mu_A(zy) \wedge \mu_B(y)\}$$

деб ёзиб олиш мумкин.

Умуман олганда, *А* Ф-катталикнинг *Б* га бўлинма амалини *А* ни *1/Б* га кўпайтириш амалига келтирилади. Бошқа томондан, *х=зй* чекланишнинг чизиқлилиги ҳисобига бўлиш амали кўп ҳолларда кўпайтириш амалига нисбатан анча осондир.

Алгебраик амалларнинг натижаларини топишнинг тескари аналитик усули

X ва *Й* – ихтиёрий базали тўпламлар, $A\in \Phi(X)$ бўлсин ва ϕ*:* $X\to Й$ акслантириш берилган бўлсин. Агар $\forall й \in Й$ $\exists x \in X$ лар $\mu_{f(A)}(y)=\mu_A(x)$ шартни қаноатлантирсалар, у ҳолда

$$\sigma_\alpha(f(A))=f(\sigma_\alpha(A))$$

тенглик ўринли бўлади.

$y_0\in f(\sigma_\alpha(A))$ ва $V\subseteq\sigma_\alpha(A)$ лар $f(x)=y_0, x\in V$ шартни қаноатлантирсин. У ҳолда $\mu_{f(A)}(y_0)=\sup\limits_V \mu_A(x)>\alpha$, яъни $y_0\in\sigma_\alpha(f(A))$ ва демак, $f(\sigma_\alpha(A))\subseteq\sigma_\alpha(f(A))$.

Бошқа томондан $y_0\in\sigma_\alpha(f(A))$, яъни $\mu_{f(A)}(y_0)>\alpha$ эканлиги қайд этилган бўлсин . У ҳолда, шартга кўра шундай $x_0\in\sigma_\alpha(A)$ мавжудки, $y_0=f(x_0)$. $y_0=f(x_0)\in f(\sigma_\alpha(a))$ бўлгани учун $\sigma_\alpha(f(A))\in f(\sigma_\alpha(A))$.

Агар *А, Б*$\in\Phi(P)$ бўлса , у ҳолда

$$\sigma_\alpha(A\circ B)=\sigma_\alpha(A)\circ\sigma_\alpha(B).$$

Юқорида қайд этилганидек, алгебраик амаллар $\phi: P*P\to P$ акслантиришга, яъни *А* ва *Б* *Ф*-катталикларга нисбатан $\phi(A*Б)=A\circ Б$ муносабатга эгадирлар. Берилган ҳолда $\sigma_\alpha(A\times B)=\sigma_\alpha(A)\times\sigma_\alpha(B)$ тенглик ўринли бўлганлиги учун, $\sigma_\alpha(f(A))=f(\sigma_\alpha(A))$ ҳисобига

$$\sigma_\alpha(A\circ B)=\sigma_\alpha(f(A\times B))=f(\sigma_\alpha(A\times B))=f(\sigma_\alpha(A)\times\sigma_\alpha(B))=\sigma_\alpha(A)\circ\sigma_\alpha(B)$$

муносабатга эга бўламиз, айнан шуни исботлаш талаб этилганди.

Ф-катталик σ *(A)*-чекли тўплам бўлса, *А* чекланган дейилади. *Ф(Р)* дан ажратиб олинган чекланган ва қаварик *Ф*-катталиклар синфини $\overline{F}(R)$ орқали белгилаймиз.

Масалани ечишнинг тескари усули мазмуни

$$\mu_{A\circ B}(z)=\max_U\{\mu_A(x)\wedge\mu_B(y)\},$$

$$U=\{(x,y)\in\sigma(A\times B)\,|\,x\circ y=z\}$$

чекли ва қаварик *Ф*-катталикларга нисбатан қуйидагидан иборатдир. Агар $A,B\in\overline{F}(R)$ бўлса , у ҳолда ихтиёрий α учун *[0,1]* да қайд этилган таърифдан фойдаланган ҳолда $A\circ Б$ α-даражали тўпламни топиш мумкин. Шу асосда

$$f_{A\circ B}(\alpha)=(z_1(\alpha),z_2(\alpha))$$

муносабатга эга бўламиз.

α га боғлиқ $z_1=z_1(\alpha)$ ва $z_2=z_2(\alpha)$ тенгламаларни $f_{A\circ B}$ элементнинг $\overline{F}(R)$ синфдаги образини, $\mu_{A\circ B}$ *Ф*-функцияни ҳосил қилиб оламиз. Шундай қилиб, берилган усулнинг номи унинг асосида ётган ғоя билан мос тушади.

$\mu_A(x)=\exp\{-(x-a)^2/b\}$, $\mu_B(y)=\exp\{-(y-d)^2/c\}, b,c>0$ бўлсин. *А+Б* *Ф*-катталикни топамиз.

$$\mu_A(x)=\exp\{-(x-a)^2/b\}=t,\quad \mu_B(y)=\exp\{-(y-d)^2/c\}=t$$

муносабатга эга бўламиз.

Бу ердан эса

$$-b\cdot\ln t=(x-a)^2,\quad -c\cdot\ln t=(y-d)^2,$$

демак,

$$x_1(t)=a-\sqrt{-b\cdot\ln t},\quad x_2(t)=a+\sqrt{-b\cdot\ln t},$$

$$y_1(t) = d - \sqrt{-c \cdot \ln t}\,, \quad y_2(t) = d + \sqrt{-c \cdot \ln t}\,.$$

Эндиликда

$$z_1(t) = x_1(t) + y_1(t) = (a+d) - \sqrt{-\ln t}(\sqrt{b} + \sqrt{c})\,,$$
$$z_2(t) = x_2(t) + y_2(t) = (a+d) + \sqrt{-\ln t}(\sqrt{b} + \sqrt{c})\,.$$

Бу ердан

$$-\ln t = (z_1(t) - (a+d))^2 /(\sqrt{b} + \sqrt{c})^2, i = 1{,}2\,,$$

яъни барча *з* ларга нисбатан

$$t = \mu_{A+B}(z) = \exp\{-(z-(a+d))^2 /(\sqrt{b} + \sqrt{c})^2\}$$

муносабатга эга бўламиз.

Бу эса тўғри усулда олинган натижа билан мос тушади.

$A = \left\langle 1-(x-a)^2, (a-1, a+1) \right\rangle$ ва $B = \left\langle 1-(y-b)^2, (b-1, b+1) \right\rangle$ га нисбатан айириш амалини кўриб чиқайлик. Бунда

$\mu_A(x) = 1-(x-a)^2 = t\,, \quad \mu_B(y) = 1-(y-b)^2 = t$ тенгламалардан

$$x_1(t) = a - \sqrt{1-t}, \quad x_2(t) = a + \sqrt{1-t}\,,$$

$$y_1(t) = b - \sqrt{1-t}\,, \quad y_2(t) = b + \sqrt{1-t}$$

муносабатларга эга бўламиз.
Кейинчалик

$$z_1(t) = x_1(t) - y_2(t) = (a-b) - 2\sqrt{1-t}\,,$$
$$z_1(t) = x_1(t) - y_2(t) = (a-b) - 2\sqrt{1-t}$$

тенгламалардан барча *з* лар учун

$$t = \mu_{A-B}(z) = 1-(z-a+b)^2/4\,,$$

яъни.

$$C = A - B = \left\langle 1-(z-a+b)^2/4, (a-b-2, a-b+2) \right\rangle$$

эканлиги келиб чиқади, бу эса тўғри йўл билан олинган натижа билан устма-уст тушади.

$A = \left\langle 1-\frac{1}{x^2}, (1,+\infty) \right\rangle$ ва $B = \left\langle 1-\frac{4}{y^2}, (2,+\infty) \right\rangle$ га нисбатан кўпайтириш амалини кўриб чиқайлик. Бундай ҳолда

$$\mu_A(x) = 1-1/x^2 = t\,, \quad \mu_B(y) = 1-4/y^2 = t$$

муносабатларга эга бўламиз, бу ердан эса

$$x_{1,2}(t) = \pm 1/\sqrt{1-t}, \quad y_{1,2}(t) = \pm 2/\sqrt{1-t}.$$

Бизнинг ҳолимизда

$$z(t) = x_1(t) \cdot y_1(t) = \frac{2}{1-t}\,.$$

Шундай қилиб, барча *з>0* ларга нисбатан

$$t = \mu_{A \cdot B}(z) = 1 - 2/x\,,$$

яъни

$$C = A \cdot B = \left\langle 1-2/z, (2,+\infty) \right\rangle$$

муносабатга эга бўламиз, бу эса тўғри усулда олинган натижа билан устма-уст тушади.

$A=\left\langle 1-(x-a)^2,(a-1,a+1)\right\rangle$ ва $B=\left\langle 1-(y-b)^2,(b-1,b+1)\right\rangle$ га нисбатан бўлиш амалини кўриб чиқайлик.

$$\mu_A(x)=1-(x-a)^2=t,\quad \mu_B(y)=1-(y-b)^2=t$$

тенгламалардан

$$x_1(t)=a-\sqrt{1-t},\quad x_2(t)=a+\sqrt{1-t},$$

$$y_1(t)=b-\sqrt{1-t},\quad y_2(t)=b+\sqrt{1-t}$$

муносабатларга эга бўламиз. Бунда

$$z_1(t)=x_1(t)/y_2(t),\quad z_2(t)=x_2(t)/y_1(t).$$

Ечиш учун битта тенглама етарлидир. Демак,

$$z(t)=(a-\sqrt{1-t})/(b+\sqrt{1-t}).$$

Бу ердан

$$\sqrt{1-t}=(a-bz)/(z+1),$$

яъни

$$t=\mu_{A/B}(z)=1-(a-bz)^2/(z+1)^2.$$

а=4 ва *б=2* да

$$C=A/B=\left\langle 1-\frac{4\cdot(2-z)^2}{(z+1)^2},(1,5)\right\rangle.$$

$\mu_{A\circ B}$ тегишлилик функциясини қуришнинг кўрилган аналитик усуллари натижани аналитик кўринишда олиш имконини беради, бу эса амалий иловаларда жуда қўл келади. Лекин амалиётда жорий *Ф*-катталикларга боғлиқ янада мураккаброқ аналитик ифодалар учраши мумкин, уларнинг аналитик ечимини топишда айрим қийинчиликларга дуч келинади. Шу билан бир қаторда, айрим ҳолларда дискрет кўринишда берилган *Ф*-катталиклар устида ишлашнинг сонли усулларига зарурат туғилади. Бундай ҳолда $A\circ Б$ *Ф*-катталик ҳам дискрет бўлади. Амалий иловаларга бу одатда етарли бўлади. Заруратга қараб олинган ечимни маълум бир функсионал боғланиш ёрдамида аппроксимасиялаш мумкин.

References:

[1]. Aliev R.A., Aliev R.R. Teoriya intellektualnix sistem i yee primenenie. - Baku, Izd-vo CHashiogli, 2001. - 720 s.
[2]. Altunin A.E., Semuxin M.V. Modeli i algoritmi prinyatiya resheniy v nechetkix usloviyax. -Tyumen: Izd-vo Tyumenskogo gosudarstvennogo universiteta. 2000. -352 s.
[3]. Zade L.A. Osnovi novogo podxoda k analizu slojnix sistem i protsessov prinyatiya resheniy // -V kn.: Matematika segodnya. -M.: Znanie, 1974. -S. 5-49.
[4]. Zade .L.A. Ponyatie lingvisticheskoy peremennoy i yego primenenie k prinyatiyu priblijennix resheniy, per. s angl.-M.: Mir, 1976. -165s.
[5]. Rutkovskaya D., Pilinskiy M., Rutkovskiy L. Neyronnie seti, geneticheskie algoritmi i nechetkie sistemi: Per.s polisk. I.D. Rudinskogo. -M.: Goryachaya liniya-Telekom, 2004. -452 s.
[6]. SHokin I.Yu. Intervaliniy analiz. -Novosibirsk: Nauka. 1981. -112 s.
[7]. D.T.Muxamedieva. Sust shakllangan jarayonlarni noravshan modellarini qurishning nokorrekt masalalarini yechish usul va algoritmlari. ”Navruz” nashriyoti. Toshkent:, 2018 y. 216 bet.

Адабиётлар

[1]. Алиев Р.А., Алиев Р.Р. Теория интеллектуальных систем и ее применение. - Баку, Изд-во Чашыоглы, 2001. -720 с.
[2]. Алтунин А.Е., Семухин М.В. Модели и алгоритмы принятия решений в нечетких условиях. -Тюмень: Изд-во Тюменского государственного университета. 2000. -352 с.
[3]. Заде Л.А. Основы нового подхода к анализу сложных систем и процессов принятия решений // -В кн.: Математика сегодня. -М.: Знание, 1974. -С. 5-49.

[4]. Заде .Л.А. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений, пер. с англ.-М.: Мир, 1976. -165с.
[5]. Рутковская Д., Пилинский М., Рутковский Л. Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечеткие системы: Пер.с польск. И.Д. Рудинского. -М.: Горячая линия-Телеком, 2004. -452 с.
[6]. Шокин И.Ю. Интервальный анализ. -Новосибирск: Наука. 1981. -112 с.
[7]. Д.Т.Мухамедиева. Суст шаклланган жараёнларни норавшан моделларини қуришнинг нокоррект масалаларини ечиш усул ва алгоритмлари. ”Навруз” нашриёти. Тошкент:, 2018 й. 216 бет.

Web сайитлар

[1]. dilnoz134@rambler.ru, sotvoldiyev@umail.uz