Irrigation and Melioration

Volume 2015 | Issue 02 Article 6

6-1-2015

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ОПТИМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВОДЫ В КАНАЛАХ ИРРИГАЦИОННЫХ СИСТЕМ В УСЛОВИЯХ ДИСКРЕТНОСТИ ВОДОПОДАЧИ ПОТРЕБИТЕЛЯМ

Ш. Х. Рахимов
Научно-исследовательский институт ирригации и водных проблем при ТИИМ

И. Бегимов
Научно-исследовательский институт ирригации и водных проблем при ТИИМ

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ОПТИМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВОДЫ В КАНАЛАХ ИРРИГАЦИОННЫХ СИСТЕМ В УСЛОВИЯХ ДИСКРЕТНОСТИ ВОДОПОДАЧИ ПОТРЕБИТЕЛЯМ

Рахимов Ш.Х., д.т.н., профессор,
Бегимов И., с.н.с., Гаффоров Х.Ш., с.н.с,
заведуший лаборатория СИТВХ иУВР,
Научно-исследовательский институт
ирригации и водных проблем при ТИИМ

Аннотация

Истеъмолчиларга сувни дискрет етказиб бериш шароитида ирригация тизимларида оптимал сув тақсимлаш учун канал бўлинмаларида сув оқимининг конвектив-диффизион, тўғри ва кинематик ҳаракати тенгламаларидан иборат сув тақсимлашнинг математик моделлари ишлаб чиқилди. Шунингдек, канал бўлинмаларидаги барча гидравлик параметрларни ҳисобга олган ҳолда тўлиқ ностанцион ҳаракат тенгламасининг математик модели ишлаб чиқилди.

Abstract

Mathematical models of optimum water distribution in channels of irrigation systems under the conditions of discrete water supply to consumers have been developed. These include the models of direct wave, kinematical wave, convectional and diffusive model, as well as complete model of unsteady water flow in channel sections, and take into account all main hydraulic characteristics of the channel section.

Аннотация

В статье расскарчвается о разработаных математических моделях оптимального распределения воды в каналах ирригационных систем в условиях дискретности водоподачи потребителям, которыми является модели прямой волны, кинематической волны, конвекционно-диффузная модель, а также полная модель неустановивщегося движения потока воды на участке канала которая учитывает все основные гидравлические свойства участка канала.

Современная теория водораспределения (характеристики, качественные показатели, модели и методы водораспределения) в ирригационных системах, основана в основном на непрерывном обеспечении водой их потребителей и основывается на уравнениях неразрывности и количества движения потока воды в каналах и непрерывности процессов в пространстве и во времени. В большинстве ирригационных систем в условиях наличия или дефицита воды режим водоподачи потребителям осуществляется дискретно во времени (в определенное время к определенному потребителю), поэтому параметры потока воды в таких системах зависят от дискретности работы сооружений.

В настоящее время с развитием теории оптимального управления сложными системами с различными характеристиками (сосредоточенными, распределительными, дискретными и др.) появилась возможность создания специальной теории оптимального распределения воды в ирригационных системах в условиях дискретности водоподачи потребителям. Современные компьютерные технологии и численные методы (сплайны, обобщенные функции, численные алгоритмы, базы данных и графические представления данных) позволяют создать специальные системы математического моделирования и оптимального распределения воды в ирригационных системах на основе развития теории управления сложными системами.

Учет условия дискретности водоподачи потребителям влияет на отдельные составляющие уравнений движения потока, т.е. параметры уравнений терпят разрывы не только по пространственным параметрам, но и по времени.

При движении потока в каналах возникают волновые явления. В правых частях этих уравнений функции имеют дискретный характер по времени, а коэффициенты в дифференциальных уравнениях неразрывности и количества движения для систем с распределёнными параметрами уже не являются непрерывными функциями по времени.

Эти особенности функций и уравнений должны быть учтены при разработке математических моделей оптимального распределения воды, необходимых условий оптимальности по выбранным критериям распределения воды между водопотребителями и других составляющих теории оптимального распределения воды в ирригационных системах в условиях дискретности водоподачи потребителям.

Рассмотрим постановки задачи оптимального распределения воды в условиях дискретности водоподачи потребителям, на примере разработанных ранее математических моделей.

Модель прямой волны. Основная цель задачи является минимизация колебания расхода воды на участке канала при обеспечение дискретной подачи воды к боковым водозаборам управлением расходами воды в начале участка канала, т.е.

$$\min I = \min \int_0^T \int_0^l \left[Q(x,t) - Q^* \right]^2 dxdt, \qquad (1)$$

При условиях

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \omega(x,t)}{\partial t} + \dfrac{\partial Q(x,t)}{\partial x} = q(x,t), \\ q(x,t) = -\sum\limits_{i=1}^{5} q_i \delta(x - a_i) 1(t - T), \\ Q(x,0) = Q_0(x), \\ x \ge 0, \quad t \ge 0, \quad \nu > 0 \end{cases} \qquad (2)$$

Управляющие воздействия имеют вид

$$Q(0,t) = Q_1(t) \qquad (3)$$

Задача минимизация (1) при условии (2) с помощью управляющего воздействия (3) представляет собой задачу управления системами с распределенными параметрами [1].

Поставляя решение Q(x,t), определенной с помощью функции Грина [2], в (1) получим

$$\min I = \min \int_0^T \int_0^l \left[\int_{t_0}^{t} \int_0^{l} G(x,\xi,t-\tau) w(\xi,\iota) d\xi d\tau - Q^* \right]^2 dxdt, \qquad (4)$$

Далее поставляя стандартизирующую (8) из [2] в (4), получим

$$\min \int_0^T \int_0^l \left[\int_{t_0}^{t} \int_0^{l} G(x,\xi,t-\tau)(q(\xi,\tau) + Q_0(\xi)\delta(\tau) + \right.$$

$$\left. + vQ_1(\tau)\delta(\xi)\, d\xi d\tau) - Q^* \right]^2 dxdt, \qquad (5)$$

С учетом вида функции Грина, *q(x,t)* и при $Q_0(x) = 0$ и, рассматривая функцию $Q_1(t)$ в виде ступенчатой функции, минимум функционала (5) достигается при управлении

$$Q_1(t) = \sum_{i=1}^{5} q_{5-i} 1(t - \sum_{k=1}^{i} \tau_{5-k}) \qquad (6)$$

При этом решение уравнения (6) запишется в аналитическом виде

$$Q(x,t) = -\sum_{i=1}^{5} q_i\, 1(x - a_i) 1(v(t-T) - (x - a_i)) +$$

$$+ 1(t - vx) \sum_{i=1}^{5} q_{5-i} 1(t - \sum_{k=1}^{i} \tau_{5-k})$$

Физический смысл данного решения заключается в том, чтобы обеспечить изменения расходов воды в боковых водозаборах, в разных створах канала, необходимо заранее изменить расход воды в начале участка. На рис. 1, в нижнем графике показан графический вид уравнения (6).

Из рис. 1 видно, что сначала изменяется расход воды в начале участка последовательно равным к значениям изменяемого расхода воды через водозаборы, расположенные далее по участку канала. На рис. 2 приведены функции распределения расхода воды Q(x,t) в изометрии, а на рис. 3 приведен вариант оптимального распределения воды на участке канала, где по мере подхода воды к потребителью, изменяется ее расход на боковых водозаборах.

В рассмотренном примере, с помощью аналитического решения, уточнены основные свойства дискретной водоподачи на участке канала и принципы её изменения.

Модель кинематической волны. Основная цель задачи в этом случае является минимизация колебания расхода воды на участке канала и на боковых водозаборах при помощи управления расходами воды в начале участка канала.

$$\min I = \min \left(\int_0^T \int_0^l \left[z(x,t) - z^* \right]^2 dxdt + \right.$$

$$\left. + \sum_{j=1}^{N} \int_0^T \left(q_j(t) - q_j^* \right)^2 dt \right) \qquad (7)$$

При условиях

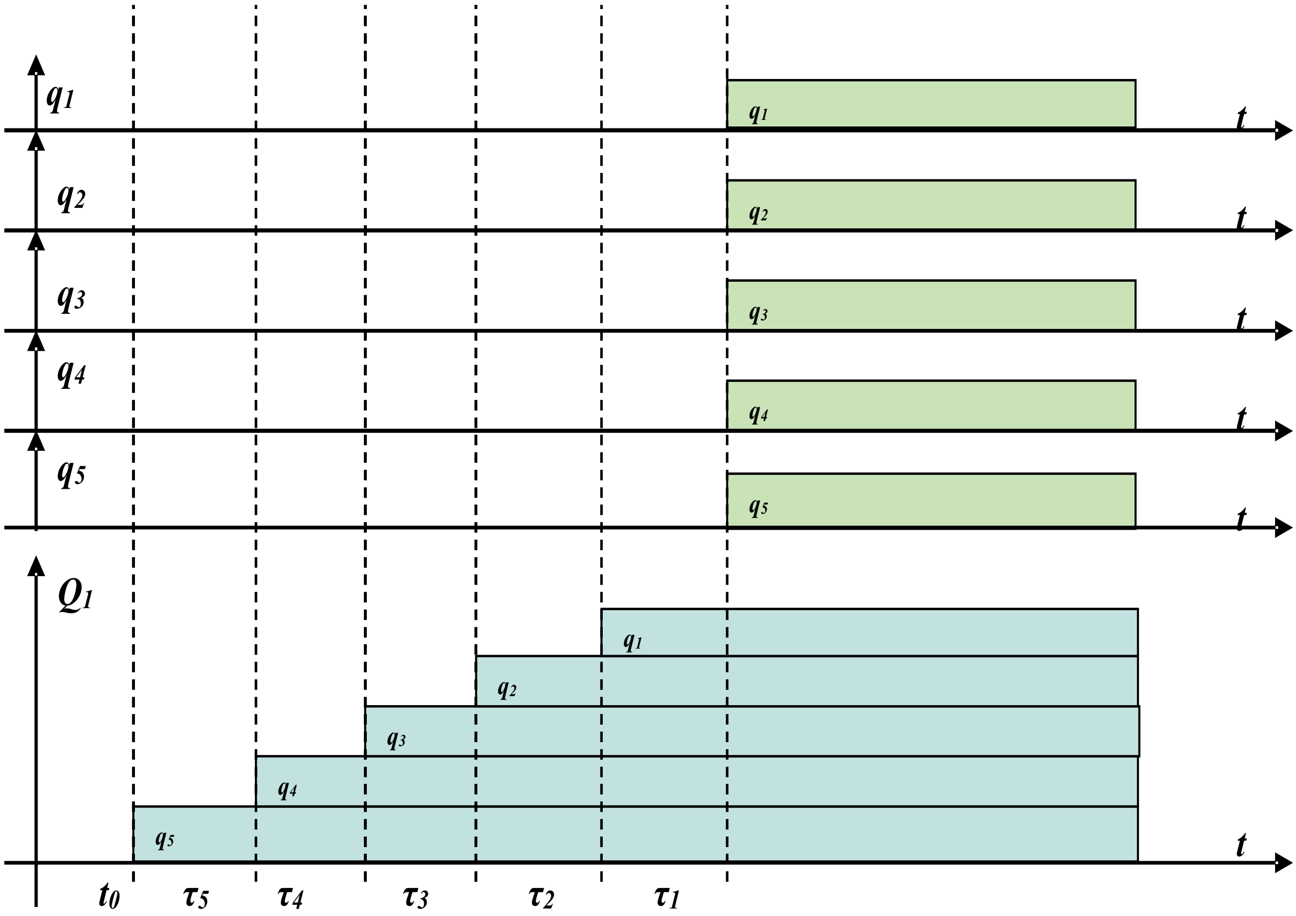

Рис. 1. Изменение расхода воды в начале канала, обеспечивающее оптимальное распределение воды на участке канала

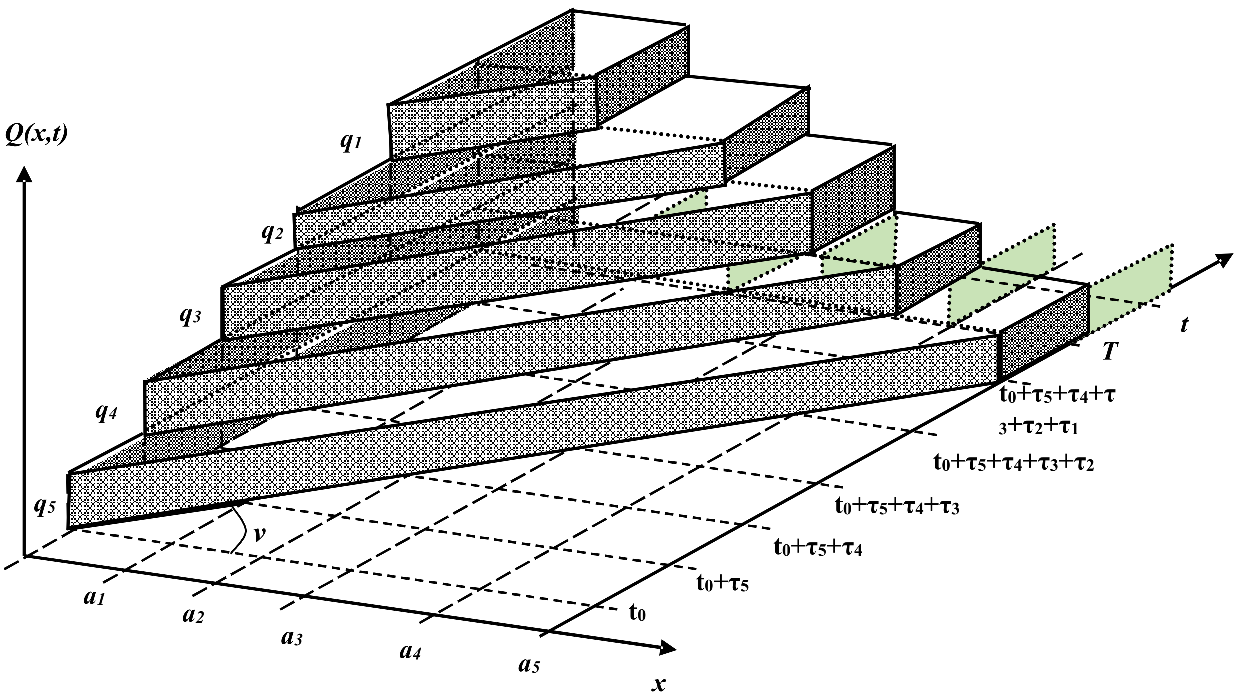

Рис. 2 Функции распределения расхода воды Q(x,t) в изометрии

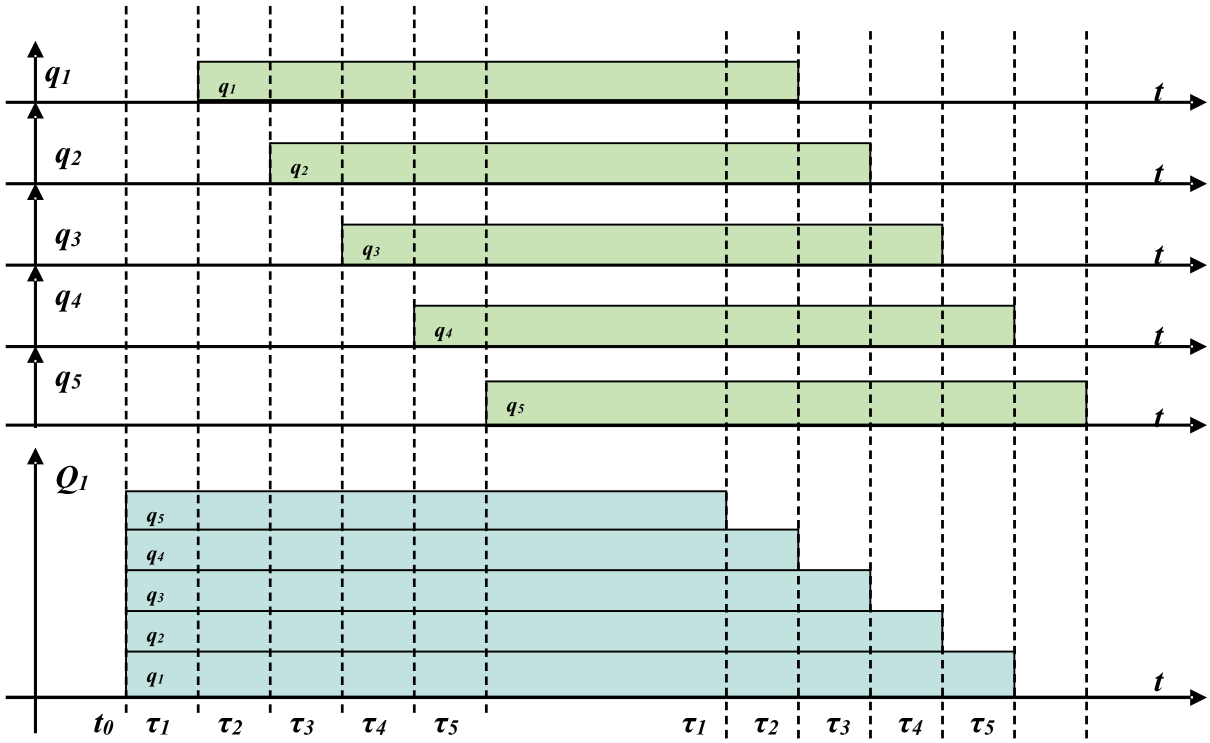

Рис. 3. Изменение расхода воды в начале канала, обеспечивающее оптимальное распределение воды на участке канала

$$
\begin{cases}
\dfrac{\partial\omega(x,t)}{\partial t}+\dfrac{\partial Q(x,t)}{\partial x}=q(x,t),\\
q(x,t)=-\sum\limits_{i=1}^{5} q_i\,\delta\,(x-a_i)1(t-T),\\
Q(x,t)=\omega(x,t)C(x,t)\sqrt{R(x,t)i}\\
C(x,t)=\dfrac{1}{n}R(x,t)^{y},
\end{cases}
$$

$$
\begin{cases}
y=2{,}5\sqrt{n}-0{,}13-0{,}75\sqrt{R}\left(\sqrt{n}-0{,}1\right)\\
Q(x,0)=Q_0(x),\\
x\geq 0,\quad t\geq 0,\\
\nu>0
\end{cases}
\qquad (8)
$$

Управляющие воздействия имеют вид

$$Q(0,t)=Q_1(t) \qquad (9)$$

Ограничения на режимы работы участков канала следующие

$$
\begin{aligned}
&z_i^{\min}\leq z_i(x_i,\ t)\leq z_i^{\max},\\
&Q_i^{\min}\leq Q_i(x_i,\ t)\leq Q_i^{\max}.
\end{aligned}
\qquad (10)
$$

Задача минимизации (7) при условии (8) с помощью управляющего воздействия (9) и при ограничениях (10) представляет собой задачу управления квазилинейными системами с распределенными параметрами с ограничениями на состояния.

Конвекционно-диффузная модель. Основная цель задачи в данном случае является минимизация колебания расхода воды на участке канала при обеспечении дискретной подачи воды к боковым водозаборам при помощи управления расходами воды в начале участка канала

$$
\min I=\min\left(\int_0^T\!\!\int_0^l\left[z(x,t)-z^*\right]^2dxdt+\right.
$$
$$
\left.+\sum_{j=1}^{N}\int_0^T\left(q_j(t)-q_j^*\right)^2dt\right) \qquad (11)
$$

$$
\begin{cases}
\dfrac{\partial Q}{\partial t}+\left(\dfrac{\partial Q}{\partial K}\dfrac{\partial K}{\partial h}\right)\dfrac{\partial Q}{\partial x}-\dfrac{K^2}{2b|Q|}\dfrac{\partial^2 Q}{\partial x^2}=q(x,t),\\
q(x,t)=-\sum\limits_{i=1}^{5} q_i\,\delta\,(x-a_i)1(t-T),\\
K(x,t)=\omega(x,t)C(x,t)\sqrt{R(x,t)i}\\
C(x,t)=\dfrac{1}{n}R(x,t)^{y},\ \ y=2{,}5\sqrt{n}-0{,}13-0{,}75\sqrt{R}\left(\sqrt{n}-0{,}1\right)\\
Q(x,0)=Q_0(x),\ \ \omega(x,0)=\omega_0(x),\\
x\geq 0,\quad t\geq 0,\quad \nu>0.
\end{cases}
\qquad (12)
$$

Управляющие воздействия имеют вид

$$Q(0,t) = Q_1(t), \qquad Q(l,t) = Q_2(t), \quad (13)$$

Ограничения на режимы работы участков канала следующие

$$\begin{aligned} &z_i^{\min} \le z_i(x_i,\ t) \le z_i^{\max}, \\ &Q_i^{\min} \le Q_i(x_i,\ t) \le Q_i^{\max}. \end{aligned} \quad (14)$$

Задача минимизация (11) при условии (12) с помощью управляющего воздействия (13) и при ограничениях (14) представляет собой задачу управления квазилинейными системами с распределенными параметрами с ограничениями на состояния. В данном случае управляющие воздействия приложены в двух границах: в начале и конце участка канала.

Полная модель неустановившегося движения потока воды на участке канала. Основная цель задачи в данном случае является минимизация колебания расхода боковых водозаборов и уровня воды на участке канала при обеспечения дискретной подачи воды к боковым водозаборам при помощи управления расходами воды в начале участка канала

$$\min I = \min\left(\int_0^T \int_0^l \left[z(x,t) - z^* \right]^2 dxdt + \right.$$

$$\left. + \sum_{j=1}^{N} \int_0^T \left(q_j(t) - q_j^* \right)^2 dt \right) \quad (15)$$

При условиях

$$\begin{cases} B(x,t)\dfrac{\partial z(x,t)}{\partial t} + \dfrac{\partial Q(x,t)}{\partial x} = q(x,t), \\ \dfrac{1}{g\omega(x,t)}\left(\dfrac{\partial Q(x,t)}{\partial t} + 2v(x,t)\dfrac{\partial Q(x,t)}{\partial x} \right) + \left[1 - \left(\dfrac{v(x,t)}{c(x,t)} \right)^2 \right] \dfrac{\partial z(x,t)}{\partial x} = \end{cases} \quad (16)$$

$$\begin{cases} = \left[i + \dfrac{1}{B(x,t)} \left(\dfrac{\partial \omega(x,t)}{\partial x} \right)_{h=const} \right] \left(\dfrac{v(x,t)}{c(x,t)} \right)^2 - \dfrac{Q(x,t)|Q(x,t)|}{K(x,t)^2}, \\ q(x,t) = -\sum\limits_{i=1}^{5} q_i \delta(x - a_i) 1(t - T), \\ v(x,t) = \dfrac{Q(x,t)}{\omega(x,t)}, \quad c = \sqrt{\dfrac{g\omega}{B}}, \ K(x,t) = \omega(x,t) C(x,t) \sqrt{R(x,t) i} \\ C(x,t) = \dfrac{1}{n} R(x,t)^y, \ y = 2{,}5\sqrt{n} - 0{,}13 - 0{,}75\sqrt{R}\left(\sqrt{n} - 0{,}1 \right) \\ Q(x,0) = Q_0(x), \ \ \omega(x,0) = \omega_0(x), \\ x \ge 0, \quad t \ge 0, \quad \nu > 0. \end{cases}$$

Управляющие воздействия имеют вид

$$Q(0,t) = Q_1(t), \qquad Q(l,t) = Q_2(t), \quad (17)$$

Ограничения на режимы работы участков канала следующие

$$\begin{aligned} &z_i^{\min} \le z_i(x_i,\ t) \le z_i^{\max}, \\ &Q_i^{\min} \le Q_i(x_i,\ t) \le Q_i^{\max}. \end{aligned} \quad (18)$$

Задача минимизация (15) при условии (16) с помощью управляющего воздействия (17) и при ограничениях (18) представляет собой задачу управления квазилинейными системами с распределенными параметрами с ограничениями на состояния. Полная модель неустановившегося движения потока воды на участке канала учитывает все его основные гидравлические свойства. Данную модель можно использовать для определения оптимального распределения воды в каналах ирригационных систем в условиях дискретности водоподачи потребителям.

ЛИТЕРАТУРА

1. Serазетдинов Т.К. Оптимизация систем с распределенными параметрами. М.: Наука 1977, 480 с..
2. Рахимов Ш.Х., Бегимов И., Гаффоров Х.Ш. Математические модели и критерии качества распределения воды в каналах ирригационных систем в условиях дискретности водоподачи.(в печати).