

1-26-2020

## INVESTIGATION OF THE SPECTRUM OF A GENERALIZED FRIEDRICHS MODEL: NON-INTEGRAL LATTICE CASE

Tulkin Khusenovich Rasulov  
*associate professor of the department of mathematics, BSU*

Shokhida Bobozhonovna Nematova  
*student, BSU*

Follow this and additional works at: <https://uzjournals.edu.uz/buxdu>



Part of the [Life Sciences Commons](#)

---

### Recommended Citation

Rasulov, Tulkin Khusenovich and Nematova, Shokhida Bobozhonovna (2020) "INVESTIGATION OF THE SPECTRUM OF A GENERALIZED FRIEDRICHS MODEL: NON-INTEGRAL LATTICE CASE," *Scientific reports of Bukhara State University*. Vol. 3 : Iss. 1 , Article 1.

DOI: 10.52297/2181-1466/2019/3/1/1

Available at: <https://uzjournals.edu.uz/buxdu/vol3/iss1/1>

This Article is brought to you for free and open access by 2030 Uzbekistan Research Online. It has been accepted for inclusion in Scientific reports of Bukhara State University by an authorized editor of 2030 Uzbekistan Research Online. For more information, please contact [sh.erkinov@edu.uz](mailto:sh.erkinov@edu.uz).

к более однородному мелкозернистому распределению покрытия. Совершенно очевидно, что подобные незначительные морфологические трансформации металлизации не должны изменять характеристик протекания тока в барьерной структуре, что и подтверждают данные рис. 3.

Приведенные данные свидетельствуют о перспективности гетероструктуры  $ZrB_x$ -n-SiC 6H для создания на её основе термостойких приборов с барьером Шоттки, перспективных для использования в приборах высокотемпературной электроники. Полученные нами экспериментальные данные позволяют полагать, что, варьируя условиями изготовления покрытия  $ZrB_x$  (морфология, структура, состав), можно повысить температурный порог деградации параметров карбид-кремниевых диодов Шоттки.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. **Chelnokov P.A., Chelnokov V.E.** Poluprovodnikoviy karbid kremniya - texnologiya i pribori //FTP. - 1995. - №11. - S. 1921-1943.
2. **Lebedev A.A., Chelnokov V.E.** Shirokozonnii poluprovodniki dlya silovoy elektroniki //FTP. - 1993. - №9. - S.1096-1099.
3. **Pecz B.** Contact formation in SiC devices. //Appl. Surf. Sci., 2001. 153. – P. 1-8.
4. **Sankin V.I., Lebedev A.A., Kuznetsov A.N., Lepneva A.A., Savkina N.S.** Osobennosti vertikalnix karbid-kremnievix priborov //Trudi III Mejdunarodnogo seminarina «Kar-bid kremniya i rodstvennie materialii». - Velikiy Novgorod: NovGU, 2000. - S. 195-201.
5. **Afanasev A.V., Ilin V.A., Petrov A.A.** Bareri Shottki k karbidu kremniya. Teoreticheskie i eksperimentalnie issledovaniya v shirokom intervale temperatur //Trudi III Mejdunarodnogo seminarina «Karbid kremniya i rodstvennie materialii». - Velikiy Novgorod: Nov GU, 2000. - S. 202-205.
6. **Poter L.M., Davis R.F.** A critical review of ohmic and rectifying contacts for silicon carbide //Materials Science and Engineering, 1995. B 34. – P. 83-105.
7. **Lee S.K., Zetterling C.M., Ostling M.** Schottky diode formation and characterization of titanium tungsten to n-and p-type 4H silicon carbide //J.Appl. Phys., 2000. 87. – N11. – P. 8039-8044.
8. **Boltovets N.S. et al.** Microwave diodes with contact metallization systems based on silicides, nitrides, and borides of refractory metals //SPQEO, 2000. 3. - №3. – P. 359-370.
9. **Vassilevski K.V., Dmitriev V.A., Zorenko A.V.** Silicon carbide diode operating at avalanche breakdown current density of 60 kA/cm<sup>2</sup>. //J. Appl. Phys, 1993. 74. - N12. – P. 77612-7614.

УДК: 517.984

**УМУМЛАШГАН ФРИДРИХС МОДЕЛИ СПЕКТРИНИНГ ТАДҚИҚИ:  
БУТУН БЎЛМАГАН СОНЛИ ПАНЖАРА ҲОЛИ**

**ИССЛЕДОВАНИЕ СПЕКТРА ОБОБЩЕННОЙ МОДЕЛИ ФРИДРИХСА:  
СЛУЧАЙ НЕЦЕЛОЧИСЛЕННОЙ РЕШЕТКИ**

**INVESTIGATION OF THE SPECTRUM OF A GENERALIZED FRIEDRICHS MODEL:  
NON-INTEGRAL LATTICE CASE**

**Расулов Тулкин Хусенович**

*доцент кафедры математики БухГУ*

**Неъматова Шохида Бобожонова**

*студентка БухГУ*

**Rasulov Tulkin Khusenovich**

*associate professor of the department of mathematics, BSU*

**Nematova Shokhida Bobozhonovna**

*student, BSU*

**Таянч сўзлар:** умумлашган Фридрихс модели, Фок фазоси, муҳим ва дискрет спектрлар, хос вектор, қўзғалиш детерминанти.

**Ключевые слова:** обобщенная модель Фридрихса, пространство Фока, существенный и дискретный спектр, собственный вектор, определитель возмущения.

**Key words:** generalized Friedrichs model, Fock space, essential and discrete spectra, eigenvector, perturbation determinant.

Мақолада ўз-ўзига қўшма умумлашган Фридрихс моделининг спектри тадқиқ қилинади. Бу модель бутун бўлмаган сонли панжарада сони иккидан ошмайдиган системасига мос келади ва Фок фазосининг қирқилган қисм фазосида таъсир қилади. “Таъсирлашиш параметри”га боғлиқ равишда хос қийматлар сони ва жойлашув ўрни аниқланган. Хос векторларнинг аниқ кўриниши топилган.

В статье исследуются существенный и дискретный спектр самосопряженной обобщенной модели Фридрихса. Эта модель соответствует системе, состоящей из не более чем двух частиц на нецелочисленной решетке, и действует в обрезанном подпространстве пространства Фока. Определено число и место нахождения собственных значений в зависимости "параметра взаимодействия". Найдены вид собственных векторов.

The article investigates the essential and discrete spectrum of the self-adjoint generalized Friedrichs model. This model corresponds to a system consisting of no more than two particles on a non-integral lattice, and operates in a truncated subspace of Fock space. The number and location of eigenvalues is determined according to the "interaction parameter". An obvious form of the eigenvectors is found.

**Введение.** Многие научно-прикладные исследования, проводимые на мировом уровне, относятся к исследованию обобщенных моделей Фридрихса, соответствующих системе с несохраняющимся числом частиц на решетке. Модель Бозе-Хаббарда, в частности, двухчастичные операторы Шредингера на решетке, используемые для описания существования устойчивых сложных объектов в упорядоченных средах, являются теоретическим обоснованием экспериментального наблюдения и теоретической базой для применения. Поэтому развитие исследования операторов Шредингера, соответствующих системам частиц на решетке, и обобщенных моделей Фридрихса, которые встречаются в моделях физики твердого тела, а также квантовой теории поля и спектральной теории самосопряженных операторов, является одним из приоритетных направлений. Обобщенная модель Фридрихса [1, 210-223], упомянутая выше, действует в гильбертовом пространстве:

$$H := C \oplus L_2(M, d\mu),$$

где  $(M, d\mu)$  – некоторое многообразие с мерой, по правилу

$$(AF)_0 = af_0 + \alpha \int_M v(t)f_1(t) d\mu(t), (1)$$

$$(AF)_1(q) = \alpha v(q)f_0 + u(q)f_1(q) + \alpha \int_M D(q,t)f_1(t) d\mu(t). (2)$$

Здесь  $F = (f_0, f_1) \in H$ ;  $a$  – константа;  $u(\cdot)$  и  $v(\cdot)$  – некоторые функции на многообразии;  $D(\cdot, \cdot)$  – функция от двух переменных на  $M^2$ ;  $\alpha \in R_+$  – "параметр взаимодействия".

Следует отметить, что характер спектра, структура резольвенты, вид собственных векторов, дискретный и непрерывный спектр, проблема существования и полноты волновых операторов полностью или частично изучались [2, 3, 4] применительно к обычной модели Фридрихса, т.е. к самосопряженному оператору вида

$$(A_0 f)(q) = u(q)f(q) + \alpha \int_M D(q,t)f_1(t) d\mu(t), f \in L_2(M, dq), M \subset R^d.$$

В работе [2] для случая  $M = [-1, 1] \subset R$ ,  $u(q) = q$  и малого  $\alpha > 0$  было установлено, что с точностью до конечного числа собственных значений оператор  $A_0$  имеет абсолютно непрерывный спектр, и что в своем абсолютно непрерывном подпространстве этот оператор унитарно эквивалентен оператору  $B_0$  такому, что

$$(B_0 f)(q) = a(q)f(q), f \in L_2(M, dq).$$

Позже в работе [4] была предложена более общая модель (в которой  $M$  – любой промежуток в  $R$ , а функции  $f$  принимают значения в некотором гильбертовом пространстве  $H$ , ядро  $D$  при этом заменяется на ограниченный оператор в  $H$ ) и перенесены на нее результаты работы [2]. Это обобщение существенно расширило область применения теории. В статье [5], дополняющей [4], и уже со всей полнотой - в работе [6] было показано, что при определенных ограничениях на ядро  $D$  (а именно при его компактности и гёльдеровости с показателем  $\mu > 1/2$ ) можно исключить требование малости параметра  $\alpha$ . При этом спектр оператора  $A_0$  будет состоять из абсолютно непрерывной части, заполняющей промежуток  $M \subset R$ , и, быть может, конечного числа собственных значений конечной кратности. В [4], [6] было также доказано существование волновых операторов, связанных с  $A_0$ . Модели Фридрихса - в [7], [8].

Как таковая обобщенная модель Фридрихса (1)-(2) рассмотрена в [1], где были изучены ее собственные значения и "резонансы" (особенности аналитического продолжения резольвенты). Эта модель рассмотрена также в ряде других работ, из которых мы упомянем [9], [10], в которых результаты, полученные для обобщенной модели Фридрихса, применяются к проблемам случайного блуждания частицы в случайной среде, а также [11], в которой исследованы так называемые связанные состояния для определенного семейства обобщенных моделей Фридрихса. В [12] рассматривается самосопряженный случай с  $M = R^d$ , где  $d = 3$ , евклидовой мерой  $d\mu(q) = dq$  в  $R^d$ . Там показано, что при достаточно малых значениях параметра  $\alpha$  спектр оператора  $A$  состоит из абсолютно непрерывной части, совпадающей с множеством  $I$  значений функции  $a(\cdot)$ , и, быть может, одного собственного значения, лежащего левее точки  $\kappa = \min_q a(q)$ . Построена резольвента оператора  $A$ , доказано существование (и полнота) естественно связанных с  $A$ -волновых операторов и с их помощью найдены обобщенные собственные векторы непрерывного спектра (вторые компоненты которых являются элементами некоторого явно описанного пространства обобщенных функций).

В настоящее время одной из важнейших задач теории операторов является задача исследования спектров и резонансов самосопряженных операторов. Следует отметить, что эта задача имеет тесную связь с исследованием спектров и резонансов обобщенной модели Фридрихса. Исходя из этого, в данной работе рассматривается оператор вида (1)-(2) со следующими параметрами:

$$M = T_h^d := \left[ -\frac{\pi}{h}, \frac{\pi}{h} \right]^d \quad (h > 0), \quad d\mu(x) = dx,$$

$$a := -\varepsilon \quad (\varepsilon > 0), \quad u(x) := -\varepsilon + \omega(x), \quad D(x, y) \equiv 0.$$

Целью данной работы является решение следующих задач: установить связь между определителем Фредгольма и определителем возмущения; исследовать числа и местонахождение собственных значений оператора  $A$ ; найти явный вид собственных векторов оператора  $A$ .

На протяжении всей работы под обозначениями  $\sigma(\cdot)$ ,  $\sigma_{ess}(\cdot)$  и  $\sigma_{disc}(\cdot)$  понимаются соответственно спектр, существенный спектр и дискретный спектр ограниченного самосопряженного оператора.

2. Обобщенная модель Фридрихса и его существенный спектр. Пусть  $C, R$  и  $Z$  - множество всех комплексных, вещественных и целых чисел, соответственно. Для каждого фиксированного  $h > 0$  через  $T_h^d$  обозначим  $d$ -мерный куб  $(-\pi/h; \pi/h]^d$  с соответствующим отождествлением противоположных граней. Всюду в работе  $T_h^d$  рассматривается как абелева группа, в которой операции сложения и умножения на

вещественное число введены как операции сложения и умножения на вещественное число в  $R^d$  по модулю  $((2\pi/h)Z)^d$ . Например, если  $d=3$  и

$$a = \left( \frac{\pi}{2h}, -\frac{2\pi}{3h}, \frac{5\pi}{6h} \right), \quad b = \left( \frac{2\pi}{3h}, -\frac{\pi}{6h}, \frac{\pi}{2h} \right),$$

то

$$a + b = \left( -\frac{5\pi}{6h}, -\frac{5\pi}{6h}, -\frac{2\pi}{3h} \right), \quad ba = \left( \frac{\pi}{h}, 0, \frac{\pi}{h} \right) \in T_h^3.$$

По строению множества  $T_h^d$  видно, что для любого  $B \subset R^3$  существует  $h = h(B) > 0$  такое, что  $B \subset T_h^d$ , т.е.  $\lim_{h \rightarrow 0} T_h^d = R^3$ .

Пусть  $L_2(T_h^d)$  - гильбертово пространство квадратично-интегрируемых (комплексно-значных) функций, определенных на  $T_h^d$ . Обозначим через  $H$  прямую сумму пространств  $H_0 := C$  и  $H_1 := L_2(T_h^d)$ , т.е.  $H := H_0 \oplus H_1$ . Пространства  $H_0$  и  $H_1$  называются нульчастичным и одночастичным подпространствами фоковского пространства  $F(L_2(T_h^d))$  по  $L_2(T_h^d)$ , соответственно.

Рассмотрим обобщенную модель Фридрикса  $A$ , действующую в  $H$  по правилу

$$A := \begin{pmatrix} A_{00} & A_{01} \\ A_{01}^* & A_{11} \end{pmatrix},$$

с матричными элементами  $A_{ij} : H_j \rightarrow H_i, i \leq j, i, j = 0, 1$ :

$$A_{00} f_0 = -\varepsilon f_0, \quad A_{01} f_1 = \alpha \int \nu(t) f_1(t) dt, \\ (A_{11} f_1)(x) = (-\varepsilon + \omega(x)) f_1(x), \quad f = (f_0, f_1) \in H,$$

где  $\omega(\cdot)$  и  $\nu(\cdot)$  - вещественно значные непрерывные функции на  $T_h^d$ , причем

$$\min_{x \in T_h^d} \omega(x) = 0,$$

а  $\alpha > 0$  - "параметр взаимодействия". Здесь и в дальнейшем интеграл без указания пределов всюду означает интегрирование по всей области изменения переменных интегрирования. Очевидно, что при этих предположениях оператор  $A$  ограничен и самосопряжен в  $H$ .

Следует отметить, что рассматриваемая обобщенная модель Фридрикса соответствует системе, состоящей из не более чем двух частиц на нецелочисленной  $d$ -мерной решетке, определенной помощью операторов рождения и уничтожения.

Пусть оператор  $A_0$  действует в  $H$  как

$$A_0 := \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & A_{11} \end{pmatrix}.$$

Оператор возмущения  $A - A_0$  оператора  $A_0$  является самосопряженным оператором ранга 2. Следовательно, из известной теоремы Г. Вейля о сохранении существенного спектра при возмущениях конечного ранга вытекает, что существенный спектр оператора  $A$  совпадает с существенным спектром оператора  $A_0$ . Известно, что

$$\sigma_{ess}(A_0) = [-\varepsilon; -\varepsilon + M], \quad M := \max_{x \in T_h^d} \omega(x).$$

Из последних фактов следует, что

$$\sigma_{ess}(A) = [-\varepsilon; -\varepsilon + M]$$

3. Определитель Фредгольма и определитель возмущения. Определим регулярную в  $C \setminus [-\varepsilon; -\varepsilon + M]$  функцию

$$\Delta(z) := -\varepsilon - z - \alpha^2 \int \frac{v^2(t) dt}{-\varepsilon + \omega(t) - z}.$$

Обычно функция  $\Delta(\cdot)$  называется определителем Фредгольма, ассоциированным с оператором  $A$ . Следующая лемма установит связь между собственными значениями оператора  $A$  и нулями функции  $\Delta(\cdot)$ .

Лемма 1. Число  $z \in C \setminus \sigma_{ess}(A)$  является собственным значением оператора  $A$  тогда и только тогда, когда  $\Delta(z) = 0$ .

Доказательство. Пусть число  $z \in C \setminus \sigma_{ess}(A)$  - есть собственное значение оператора  $A$  и пусть  $f = (f_0, f_1) \in H$  - соответствующая собственная вектор-функция. Тогда эта вектор-функция удовлетворяет уравнению  $Af = zf$  или системе уравнений

$$\begin{cases} (-\varepsilon - z)f_0 + \alpha \int v(t) f_1(t) dt = 0 \\ \alpha v(x) f_0 + (-\varepsilon + \omega(x) - z)f_1(x) = 0. \end{cases} \quad (3)$$

Так как при всех  $x \in T_h^d$  и  $z \notin [-\varepsilon, M - \varepsilon]$  имеет место соотношение  $-\varepsilon + \omega(x) - z \neq 0$ , из второго уравнения системы (3) для  $f_1$  имеем

$$f_1(x) = -\frac{\alpha v(x) f_0}{-\varepsilon + \omega(x) - z}. \quad (4)$$

Подставляя выражение (4) для  $f_1$  в первое уравнение системы (3), заключаем, что система уравнений (3) имеет ненулевое решение тогда и только тогда, когда  $\Delta(z) = 0$ . Лемма 1 доказана.

Из леммы 1 вытекает, что

$$\sigma_{disc}(A) = \{z \in C \setminus \sigma_{ess}(A) : \Delta(z) = 0\}.$$

Теперь переходим к построению определителя возмущения.

Теорема 1. Определитель возмущения  $\Delta_{A/A_0}(z)$ , соответствующий паре операторов  $\{A, A_0\}$ , имеет вид  $\Delta_{A/A_0}(z) = -\frac{1}{z} \Delta(z)$ ,  $z \in C \setminus \sigma(A_0)$ .

Доказательство. Пусть  $I$  - единичный оператор в  $H$ . Так как оператор  $A - A_0$  является оператором ранга 2, определитель возмущения  $\Delta_{A/A_0}(z)$  имеет смысл и хорошо определен по формуле (см. например [13])  $\Delta_{A/A_0}(z) := \det(I + (A - A_0)(A_0 - z)^{-1})$ .

Не нарушая общности, предположим, что  $\|v\| = 1$ . Выбираем ортонормальный базис  $\{\varphi_n\}_n \subset H$  следующим образом:  $\varphi_1 := v$  и  $\varphi_j \perp v$  для любых  $j \geq 2$ . Введем ортонормальный базис

$$\psi_0 := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \psi_j := \begin{pmatrix} 0 \\ \varphi_j \end{pmatrix}, \quad j=1, 2, \dots$$

в  $H$ , и оно является полным.

Пусть  $a_{ij}(z) := ((A - A_0)(A_0 - z)^{-1} \psi_i, \psi_j)$ ,  $i, j \in N_0 := \{0, 1, 2, \dots\}$ .

С помощью простых вычислений получим

$$(A - A_0)(A_0 - z)^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{z} A_{00} & A_{01}(A_{11} - z)^{-1} \\ -\frac{1}{z} A_{01}^* & 0 \end{pmatrix}$$

и

$$a_{00}(z) := \frac{\varepsilon}{z}, \quad a_{0j}(z) := -\frac{1}{z} (\varphi_1, \varphi_j) = -\frac{1}{z} \delta_{1j}, \quad j \in N, \quad (5)$$

$$a_{i0}(z) = \int \frac{v(t)\varphi_i(t)}{-\varepsilon + \omega(t) - z} dt, \quad i \in N,$$

$$a_{ij}(z) = 0, \quad i, j \in N.$$

Здесь  $\delta_{ij}$  - символ Кроникера.

Положим  $A_n(z) := (a_{ij}(z))_{0 \leq i, j \leq n}$  и  $I_n := (\delta_{ij})_{0 \leq i, j \leq n}$ ,  $n \in N_0$ .

Заметим, что  $\det(I_n + A_n(z)) = \det \begin{pmatrix} 1 + a_{00}(z) & a_{01}(z) \\ a_{10}(z) & 1 \end{pmatrix}$ ,  $n \geq 1$ .

Используя равенство  $\Delta_{A/A_0}(z) = \lim_{n \rightarrow \infty} \det(I_n + A_n(z))$ , имеем

$$\Delta_{A/A_0}(z) = 1 + a_{00}(z) - a_{10}(z)a_{01}(z). \quad (6)$$

Подставляя (5) в (6), получаем доказательство теоремы 1.

4. Число и местонахождение собственных значений обобщенной модели Фридрихса.

С целью исследования собственных значений оператора  $A$  предположим, что

$$\int \frac{v^2(t)dt}{M - \omega(t)} < \infty, \quad \text{и положим } \alpha_0 := \sqrt{M} \left( \int \frac{v^2(t)dt}{M - \omega(t)} \right)^{-1/2}.$$

Основным результатом работы является следующая теорема.

**Теорема 2.** При всех значениях  $\alpha > 0$  и  $h > 0$  оператор  $A$  имеет не менее одного и не более двух собственных значений. Более того, если  $\alpha \in (0; \alpha_0]$ , то оператор  $A$  имеет единственное простое (изолированное) собственное значение, и оно лежит левее  $-\varepsilon$ , а при  $\alpha \in (\alpha_0; +\infty)$  оператор  $A$  имеет два собственных значения, лежащих левее  $-\varepsilon$  и правее  $M - \varepsilon$ , соответственно.

Доказательство. Очевидно, что функция  $\Delta(\cdot)$  строго убывает от  $+\infty$  до  $\Delta(z_0)$  на промежутке  $(-\infty; z_0)$ ,  $z_0 \leq -\varepsilon$  и от  $\Delta(z_1)$  до  $-\infty$  на промежутке  $(z_1; +\infty)$ ,  $z_1 \geq M - \varepsilon$ . Следовательно, оператор  $A$  имеет собственное значение  $e_0 < z_0$  тогда и только тогда, когда  $\Delta(z_0) < 0$ . Аналогично, оператор  $A$  имеет собственное значение  $e_1 > z_1$  тогда и только тогда, когда  $\Delta(z_1) > 0$ . Поэтому из соотношения  $\Delta(-\varepsilon) = -\alpha^2 \int \frac{v^2(t)dt}{\omega(t)} < 0$

следует, что при всех значениях  $\alpha > 0$  и  $h > 0$  оператор  $A$  имеет единственное собственное значение, ниже  $-\varepsilon$ . По определению числа  $\alpha_0$  имеем

$$\Delta(M - \varepsilon) = -M + \alpha^2 \int \frac{v^2(t)dt}{M - \omega(t)} \leq 0, \quad \alpha \in (0, \alpha_0]$$

В силу леммы 1, если  $\alpha \in (0, \alpha_0]$ , то оператор  $A$  не имеет собственных значений, лежащих правее  $M - \varepsilon$ .

Очевидно, что при  $\alpha \in (\alpha_0; \infty)$  имеет место соотношение  $\Delta(M - \varepsilon) = -M + \alpha^2 \int \frac{v^2(t)dt}{M - \omega(t)} > 0$ .

Так как  $\Delta(\cdot)$  — есть непрерывная монотонная функция в  $(M - \varepsilon, +\infty)$  и

$$\lim_{z \rightarrow +\infty} \Delta(z) = -\infty,$$

она имеет простой нуль  $z = E$  в  $(M - \varepsilon, \infty)$ . В силу леммы 1 число  $z = E$  является собственным значением оператора  $A$ . Теорема 2 доказана.

**Замечание 1.** В теореме 2 собственное значение  $E_0$  оператора  $A$ , которое существует при всех  $\alpha > 0$ , обычно называется основным состоянием в этом случае компоненты соответствующего собственного вектора-функции выглядят так:

$$f_0 = \text{const} \neq 0, \quad f_1(x) = -\frac{\alpha v(x)f_0}{-\varepsilon + \omega(x) - E_0}.$$

Замечание 2. Из доказательства теоремы 2 видно, что если интеграл  $\int \frac{v^2(t)ds}{M - \omega(t)}$

расходится, то при всех  $\alpha > 0$  оператор  $A$  имеет два собственных значения, лежащих левее  $-\varepsilon$  и правее  $M - \varepsilon$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. **Lakaev S.N.** Nekotore spektralnie svoystva modeli Fridrixsa //Trudi seminaraim. I.G. Petrovskogo. - 1986. - S. 210-223.
2. **Friedrichs K.O.** Uber die Spectralzerlegung einee Integral operators. Math. Ann., 115:1 (1938). - S. 249-272.
3. **Fridrixs K.O.** Vozmushenie spektra operatorov v gil bertovom prostranstve. - M.: Mir, 1969. - S. 232.
4. **Friedrichs K.O.** On the perturbation of continuous spectra. Comm. Pure Appl. Math., 1:4 (1948). - S. 361-406.
5. **Faddeev L.D.** K teorii vozmusheniy neprerivnogo spektra //Dokl. AN SSSR, 145:2. - 1962. - S. 301-304.
6. **Faddeev L.D.** O modeli Fridrixsa v teorii vozmusheniy neprerivnogo spektra //Trudi MIAN SSSR, 73. - M.: Nauka, 1964. - S. 292-313.
7. **Yafaev D.R.** Matematicheskaya teoriya rasseyaniya. Obshaya teoriya: Uchebnoe posobie. - SPb.: Izd-vo CPb universiteta, 1994. - 424 s.
8. **Merkurev S.P., Faddeev L.D.** Kvantovaya teoriya rasseyaniya dlya sistem neskolkix chastits. - M.: Nauka, 1985. - S. 400.
9. **Angelescu N., Minlos R.A., Zagrebnov V.A.** Lower spectral branches of a particle coupled to a Bose field. Rev. Math. Phys., 17:10 (2005). - R. 1111-1142.
10. **Boldrighini K., Minlos R.A., Pellegrinotti A.** Sluchaynie blujdaniya v sluchaynoy (fluktuiruyushey) srede //UMN, 62:4(376). - 2007. - S. 27-76.
11. **Lakshtanov Ye.L., Minlos R.A.** Spektr dvuxchastichnix svyazannix sostoyaniy transfermatrits gibbsovskix poley (polya na dvumernoy reshetke: prilegayushie urovni) //Funksionalniy analiz i yego prilozheniya, 38:3. - 2004. - S. 52-69.
12. **Akchurin E.R.** O spektralnix svoystvax obobshennoy modeli Fridrixsa. Teoreticheskaya i matematicheskaya fizika. - 2010. - T. 163. - № 1. - S. 17-33.
13. **Goxberg I.I., Kreyn M.G.** Vvedenie v teoriyu lineynix nesamosopryajennix operatorov. - M.: Nauka, 1965. - S. 378.

УДК: 519.63

**БЛОКЛИ - УЧДИАГОНАЛЛИ ЕТАКЧИ БЛОКЛИ - БУРЧАК МИНОРЛАРИ НОЛГА ТЕНГ МАТРИЦАЛАРГА ТЕСКАРИ БЎЛГАН МАТРИЦАЛАР ТУЗИЛИШИНING ЎЗИГА ХОСЛИГИ**

**СТРУКТУРНЫЕ ОСОБЕННОСТИ МАТРИЦ, ОБРАТНЫХ К БЛОЧНО - ТРЕХДИАГОНАЛЬНЫМ С НУЛЕВЫМИ ВЕДУЩИМИ БЛОЧНО-УГЛОВЫМИ МИНОРАМИ**

**THE STRUCTURAL FEATURES OF INVERSE MATRICES TO BLOCK-TRIDIAGONAL WITH ZERO LEADING BLOCK ANGULAR MINORS**

**Рахмонов Турдимухаммад Тухтаматович**

*доцент кафедры естественных дисциплин Военно-технического института Национальной гвардии РУз., канд. физ-мат наук*

**Rakhmonov Turdimukhammad Tukhtamatovich**

*associate professor of the department of natural disciplines of the Military Technical Institute of the National Guard of the Republic of Uzbekistan, candidate of physics and mathematics*

**Таянч сўзлар:** матрица, минор, тасаввур, системалар ечими, блоккли - учдиагоналли матрица, чизикли алгебра, ҳисоблаш математикаси, яхши шартланмаган система.

**Ключевые слова:** матрица, минор, представления, решения системы, блочно-трехдиагональная матрица, линейная алгебра, вычислительная математика, плохо обусловленная система.