ИССЛЕДОВАНИЕ ДЕПЛАНАЦИИ ПОПЕРЕЧНЫХ СЕЧЕНИЙ ПРИ КРУТИЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЯХ

М. Абдувахидов, М.М. Абдувахидов

Наманганский инженерно-технологический институт
mubashshirxon@mail.ru

Аннотация.
В статье исследован впервые описываемый авторами вид депланации при крутильных колебаниях, связанный с относительными размерами поперечных сечений и возникающий вследствие одинаковых перемещений точек одинакового радиуса одного сечения и предложен способ аналитического учета ее влияния на колебательный процесс.

Ключевые слова: Депланация; депланационный момент; форма поперечных сечений; размеры поперечных сечений; моменты инерции; продольные перемещения

INVESTIGATION OF DEPLANACION OF CROSS-SECTION UNDER TORSION FLUCTUATION

M. Abduvakhidov, Abduvakhidov M. M.

Namangan engineering-technological institute

Abstract.
In article the type of a deplanation described by the author is investigated for the first time at the tortional fluctuations, connected with relative sizes of cross sections and arising owing to identical movements of points of identical radius of one section and the way of the analytical accounting of her trend on oscillatory process is offered

Keywords: Deplanacion; the deplanacion moment; the form of the cross-sections; the size of the cross-sections; the moment to inertias; longitudal displacement

Конструктивной особенностью ряда вращающихся рабочих органов технологических машин является относительно малое отношение продольных и поперечных размеров.

Рассмотрим задачу о крутильных колебаниях таких рабочих органов при нарушении допущения о плоских сечениях при крутильных деформациях, связанном с особенностями деформации кручения тел относительно большого диаметра. При крутильной деформации, вызываемой колебаниями, первоначально прямолинейные образующие цилиндрических поверхностей рабочего органа превращаются в равновеликие по длине винтовые кривые. Это обуславливает продольные перемещения принадлежащих им точек и вследствие этого возникновение двух взаимосвязанных эффектов депланации его поперечных сечений.

Депланация заключается в преобразовании плоских поперечных сечений в криволинейные поверхности вследствие того, что точки, принадлежащие разным образующим и разным радиусам поперечных сечений, будут иметь различные продольные перемещения.

В литературе описана депланация, связанная с геометрической формой поперечного сечения. Этот вид депланации возникает благодаря тому, что когда форма сечения не круглая, точки поверхности, расположенные на разных расстояниях от оси, перемещаются по-разному. При этом виде депланаций величина продольных перемещений точек зависит не только от ее расстояния до оси, но и от расстояния до поверхности рабочего органа, т.к. благодаря неразрывности объема и поверхностей каждая точка испытывает влияние перемещений точек, также расположенных от нее в сторону наружной поверхности. Благодаря этому точки, расположенные на одной окружности, будут перемещаться тем больше, чем более длинному радиусу они принадлежат. Таким образом, этот вид депланации обуславливается неравными продольными перемещениями точек одного сечения одинакового радиуса и связан с формой поперечных сечений. При такой депланации сечения как бы гофрируются, причем гофры направлены по радиусам, их глубина и ширина увеличиваются от центра сечения к периферии.

Другой, впервые описываемый нами вид депланаций связан только с относительными размерами поперечных сечений и возникает вследствие одинаковых перемещений точек одинакового радиуса одного сечения. Этот вид депланации приводит к превращению поперечных сечений в поверхности вращения с осью, совпадающей с продольной осью рабочего органа и обращенными к торцам выпуклостями.

Проведенный нами анализ показывает, что общая картина депланации образуется наложением друг на друга этих двух видов депланации.

В количественном отношении депланацию можно характеризовать функцией кручения φ(x, y). Ее можно определить из условия пропорциональности продольных перемещений точек *w* относительному углу закручивания:

$$w = \frac{\partial \theta}{\partial z} \phi\left(x, y\right) \tag{1}$$

Учет динамического влияния депланаций осуществляются с помощью депланационного момента инерции площади поперечного сечения F, определяемого как

$$J_{\phi} = \int_{F} \phi^{2}\left(x, y\right) dF \tag{2}$$

и момента инерции при кручении

$$J_{k} = \int_{F} \left(y^{2} + x^{2} + y\frac{\partial \phi}{\partial x} - x\frac{\partial \phi}{\partial y} \right) dF \tag{3}$$

Из изложенного выше следует, что при депланации, связанной с формой поперечного сечения при круглой форме последнего, депланационный момент инерции должен равняться нулю, а момент инерции при кручении - полярному моменту инерции, т.е.

$$J_{\phi} = 0 \text{ и } J_{k} = J_{0} = \int_{0}^{L} \left(y^{2} + x^{2} \right) dF$$

Это вытекает также и из равенства нулю функции кручения для круглого сечения [1].

Определим функцию кручения депланации, связанной с размерами поперечного сечения исходя из соотношений [1].

Можно показать, что величина продольной деформации при кручении по геометрическим соображениям может быть определена следующим образом :

$$\varepsilon = \frac{R^{2}}{2L^{2}} \left(\frac{\partial \theta}{\partial z} \right)^{2} \tag{4}$$

где R и L – радиус поперечного сечения и длина рабочего органа.

Совместный анализ [1] и [4] при условии постоянства крутильной жесткости и относительного угла закручивания по длине приводит нас к решению, определяющему функцию кручения при депланации, связанной с размерами поперечного сечения в следующем виде:

$$\phi\left(x, y\right) = \frac{R^{2}\theta}{2L^{2}} \tag{5}$$

Теперь определим депланационный момент инерции поперечного сечения при депланации, связанной с размерами поперечного сечения следующим образом:

$$J_{\psi} = \int \phi^{2} dF = \frac{R^{4}\theta^{2}}{4L^{4}} F \tag{6}$$

Как видим, функция кручения и депланационный момент инерции при депланации, связанной с размерами поперечного сечения зависят только от геометрических размеров пакетного рабочего органа и относительного угла закручивания. Кроме того, депланационный момент инерции, связанный с размерами поперечного сечения всегда величина отличная от нуля, когда депланационный момент инерции, связанный с формой при круглом поперечном сечении равен нулю.

Проведенный анализ показал, что при решении задачи для его облегчения величину депланационного момента инерции при депланации, связанной с размерами пакетного рабочего органа можно принять постоянной величиной, равной половине максимального значения, определяемого из [6].

На основании изложенного можем получить дифференциальное уравнение крутильных колебаний рабочего органа в виде вала с учетом влияния депланации поперечных сечений обоих видов. Для этого составим выражения потенциальной и кинетической энергий вала при крутильных колебаниях, и применив к ним принцип Гамильтона и уравнения Лагранжа II рода имеем:

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2}\left(EJ_\phi \frac{\partial^2\theta}{\partial z^2}\right)+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\left(EJ_\varphi \frac{\partial^2\theta}{\partial z^2}\right)-\frac{\partial}{\partial z}\left(GJ_k \frac{\partial\theta}{\partial z}\right)-$$
$$-\frac{\partial^2}{\partial z\partial t}\left(\rho J_\phi \frac{\partial^2\theta}{\partial z\partial t}\right)-\frac{\partial^2}{\partial z\partial t}\left(\rho J_\varphi \frac{\partial^2\theta}{\partial z\partial t}\right)+\rho J_p \frac{\partial^2\theta}{\partial t^2}=0,$$

где: θ – угол поворота сечения вокруг продольной оси.

J_ϕ – депланационный момент инерции поперечных сечений рабочего органа при депланации, связанной с формой поперечных сечений;

J_φ – депланационный момент инерции поперечных сечений рабочего органа при депланации, связанной с размерами поперечных сечений;

J_k – функция момента инерции при кручении; при круглом поперечном сечении равная полярному моменту инерции;

J_p – полярный момент инерции поперечных сечений вала;

E – модуль продольной упругости материала вала;

G – модуль упругости при сдвиге материала вала;

ρ - плотность материала вала.

Крутильные колебания происходят по одной из собственных форм колебаний и величины поворота сечений вокруг продольной оси пильного цилиндра, совпадающего с осью *z* и будут определяться следующим образом:

$$\theta=\theta\left(A_i\cos\omega_i t+B_i\sin\omega_i t\right) \tag{7}$$

Здесь θ_i определяет закономерность изменений величин максимальных поворотов сечений по длине пильного цилиндра в соответствии i той формой колебаний и называется нормальной функцией задачи. Ее также называют главной, собственной или фундаментальной функцией задачи.

Нормальную функцию задачи часто записывают в форме:

$$\theta = A\sin kz+B\cos kz+C\ sh\ kz+D\ ch\ kz$$

Но более удобной для использования является его форма в виде:

$$\begin{aligned}\theta &= C_1\left(\cos kz+ch\ kz\right)+C_2\left(\cos kz-ch\ kz\right)+\\ &+C_3\left(\sin kz+sh\ kz\right)+C_4\left(\sin kz-sh\ kz\right)\end{aligned} \tag{8}$$

Для решения задачи нам необходимо воспользоваться начальными и граничными условиями. Эти условия совместно с выражением [13] при любом способе закрепления пильного цилиндра приводят к системе четырех линейных однородных алгебраических уравнений относительно постоянных C_1, C_2, C_3 и C_4. Частоты собственных колебаний определяются при условии равенства нулю определителя этих уравнений. Это уравнение, а также вытекающие из него равноценные ему формы называются характеристическими или частотными уравнениями.

Для решения уравнения необходимо определить начальные и граничные условия задачи.

Начальные условия: при t=0 должны выполняться условия:

$$\theta(z,0)=f(z) \quad и \quad \frac{\partial Q}{\partial z}(z,0)=g(z)$$

Граничные условия зависят от вида закрепления на концах при (z=0, z=L). Рассмотрим наиболее важные виды граничных условий.

а. Жесткое закрепление: при z=0 θ=0, то есть, угол закручивания равен нулю.

б. Свободный конец : при z=0 $GJ_k \dfrac{\partial\theta}{\partial z}=0$, то есть, равен нулю крутящий момент.

в. Упругое закрепление: при z=0 $GJ_k \dfrac{\partial\theta}{\partial z}-c\theta=0$, где c жесткость пружины;

при z=L $GJ_k \dfrac{\partial\theta}{\partial z}+c\theta=0$,то есть, на конце с упругим элементом создается крутящий момент, уравновешивающий момент, создаваемый на этом сечении колеблющимся телом.

г. На конец действует крутящий момент: при *z*=0, $GJ_k \dfrac{\partial\theta}{\partial z}=M$, то есть, колеблющимся телом на этом сечении создается упругий момент, уравновешивающий внешний момент.

д. На конце закреплен массивный диск – инерционный элемент:

при z=0 $GJ_k \dfrac{\partial\theta}{\partial z}=J\dfrac{\partial^2\theta}{\partial t^2}$, где J – момент инерции массы диска;

при z=L $GJ_k \dfrac{\partial\theta}{\partial z}=-J\dfrac{\partial^2\theta}{\partial t^2}$ т.е., на концах создается упругий момент, уравновешивающий момент, создаваемый инерционным элементом.

Сравнение результатов расчетных определений частоты свободных крутильных колебаний с учетом и без учета влияния депланации поперечных сечений обоих видов рабочих органов хлопкоочистительных машин с малым отношением продольных и поперечных размеров показало, что в этом случае величина поправки на учет депланации может составить величину до 0,05-0,5%. Это указывает на необходимость учета влияния депланации обоих видов при точных расчетах.

Литература

1. Бидерман В.Л. Теория колебаний. – Москва: Высшая школа, 1980г., 408с.

2. Филиппов А.П. Колебания деформируемых систем. – Москва: Машиностроение, 1970 г., 736с.

3. Прочность, устойчивость, колебания. Спр. в трех томах. Том 1. – Москва: Машиностроение, 1968г., 832с.

4. Расчеты на прочность. Спр. в трех томах. Том 1. – Москва: Машгиз, 1957г.

5. Вибрация в технике. Спр. в 6 томах. Том 1. – Москва: Машиностроение, 1978г., 352с.

6. Биргер И.А. Некоторые математические методы решения инженерных задач. – Москва: Оборонгиз, 1956г., 152с.

7. Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле. – Москва: Физматгиз, 1959г., 472с.

8. Диментберг Ф.М. Изгибные колебания вращающихся валов. – Москва: Изд. Ан СССР, 1959г.

9. Пановко Я.Г. Основы прикладной теории упругих колебаний. – Москва: Машгиз, 1957г.

10. Абдувахидов М. Исследование механики составных роторов. // Труды Второй Международной научно-технической конференции «Актуальные проблемы фундаментальных наук». Том 2, книга 2. – Москва: МГТУ им. Баумана, 1994г., с. 22...25.

11. Абдувахидов М. Исследование изгибных и крутильных колебаний пакетных роторов. // Проблемы машиностроения и надежности машин. 1994г., Т5, с. 141...146.

12. Абдувахидов М. Динамика пакетных роторов текстильных машин. Монография. -Ташкент: Фан, 2011г., 165 с.

13. Abduvaxidov M, Paxta tozalash mashinalari taxlamli ishchi organlari mexanikasi. Monografiya. Toshkent: TTY-SI, 2017y., 258 b.