

8-26-2020

## BENDING AND FREE OSCILLATIONS OF THE VISCOELASTIC TOROIDAL SHELL, TAKING INTO ACCOUNT THE RHEOLOGICAL PROPERTIES OF THE MATERIAL

Ismoil Ibrokhimovich Safarov  
*professor of the department of higher mathematics, TCTI*

Bakhtiyor Zafarovich Nuriddinov  
*doctoral student of TCTI*

Follow this and additional works at: <https://uzjournals.edu.uz/buxdu>



Part of the [Life Sciences Commons](#)

---

### Recommended Citation

Safarov, Ismoil Ibrokhimovich and Nuriddinov, Bakhtiyor Zafarovich (2020) "BENDING AND FREE OSCILLATIONS OF THE VISCOELASTIC TOROIDAL SHELL, TAKING INTO ACCOUNT THE RHEOLOGICAL PROPERTIES OF THE MATERIAL," *Scientific reports of Bukhara State University*. Vol. 4 : Iss. 4 , Article 3. DOI: 10.52297/2181-1466/2020/4/4/3  
Available at: <https://uzjournals.edu.uz/buxdu/vol4/iss4/3>

This Article is brought to you for free and open access by 2030 Uzbekistan Research Online. It has been accepted for inclusion in Scientific reports of Bukhara State University by an authorized editor of 2030 Uzbekistan Research Online. For more information, please contact [sh.erkinov@edu.uz](mailto:sh.erkinov@edu.uz).

АДАБИЁТЛАР

1. Ablazimov N.A., Veynger A.S. it. Pitanov V.S. Vliyanie silnogo SVCh polya na fotoelektricheskie xarakteristiki kremnievix p-n perexodov. / Fizika i texnika poluprovodnikov, 1992, tom 26, vip. 6.
2. Bonch-Bruevich V.L., Kalashnikov S.G. Fizika poluprovodnikov. - M.: Nauka, 1977.
3. Gulyamov G., Erkaboev U.I., Sharibaev N.Yu., Gulyamov A.G. EDS, vznikayushaya v p-n perexode pri vozdeystvii silnogo SVCh polya i sveta. / Fizika i texnika poluprovodnikov, 2019, tom 53, vip. 3.
4. Zi S. Fizika poluprovodnikovvix priborov, tom 1. Str. 91-100.
5. Shamirzaev S.X., Gulyamov G., Dadamirzaev M.G., Gulyamov A.G. Vixrevie toki, vznikayushie na p-n perexode v sverxvisokochastotnom elektromagnitnom pole. / Fizika i texnika poluprovodnikov, 2009, tom 43, vip. 9.
6. Shamirzaev S.X., Gulyamov G., Dadamirzaev M.G., Gulyamov A.G. Sverxvisokochastotniy kvazipotentsial i vixrevie toki v p-n perexode. / Fizika i texnika poluprovodnikov, 2011, tom 45, vip. 8.
7. Helmut Spieler. Introduction to radiation detectors and Electronics, 30 – map – 99. IX.2.a. A semiconductor device primer – doping and diodes.

УДК: 539.3

**РЕОЛОГИК ХУСУСИЯТЛАРИ ҲИСОБГА ОЛИНГАНДАГИ ТОРОИДАЛ  
ЎПИШҚОҚ ҚОБИҚНИНГ ЭГИЛИШИ ВА ХОС ТЕБРАНИШИ  
ИЗГИБ И СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ВЯЗКОУПРУГОЙ ТОРОИДАЛЬНОЙ  
ОБОЛОЧКИ С УЧЕТОМ РЕОЛОГИЧЕСКИХ СВОЙСТВ МАТЕРИАЛА  
BENDING AND FREE OSCILLATIONS OF THE VISCOELASTIC  
TOROIDAL SHELL, TAKING INTO ACCOUNT THE RHEOLOGICAL  
PROPERTIES OF THE MATERIAL**

**Сафаров Исмоил Иброхимович**  
профессор кафедры высшей математики ТХТИ,  
**Нуриддинов Бахтиёр Зафарович**  
доктарант ТХТИ  
**Safarov Ismoil Ibrokhimovich**  
professor of the department of higher mathematics, TCTI,  
**Nuriddinov Bakhtiyor Zafarovich**  
doctoral student of TCTI

**Аннотация.** Кўрилаётган масалада тороидал ўпишқоқ қобиқнинг букилишини ҳар хил чегаравий шартларда кўрилган кучланиш билан деформация орасидаги боғланиш Вольтер тенгламаси билан берилган. Вариацион ҳисоби принципларига асосланиб, тороидал қобиқнинг динамик тенгламаси тузилган тахминларга асосан қобиқ айлана кесими ўрта сиртидаги нормал ва уринма силжишларга ҳеч қандай чегара қўйилмаган. Ҳисоблашлар натижасига асосан аниқланган қобиқнинг тебраниши, стержен тебранишига қараганда юқори частоталарда ҳосил бўлар экан (чегара эффеқтининг ҳосил бўлиши).

**Таянч сўзлар:** тебраниш, эгилиш, Тороидал қобиқ, чегаравий шартлар, стержен, Ламе коэффициентлари.

**Аннотация.** В работе рассматривается изгиб вязкоупругой тороидальной оболочки с различными краевыми условиями. Связь между напряжением и деформации описывается уравнениями Вольеры. На основе принципа вариационного исчисления получены уравнения динамики тороидальной оболочки. Предполагается, что на перемещение по нормали к срединной поверхности, по касательным к круговым сечениям и вдоль оболочки не наложено предварительно никаких ограничений. В результате вычисления обнаружено, что колебания оболочки происходят на более высоких частотах, чем колебания стержня (проявление краевого эффеқта).

**Ключевые слова:** колебания, изгиб, тороидальная оболочка, краевые условия, стержень, коэффициенты Ламе.

**Abstract.** The bending of a viscoelastic toroidal shell with diffuse boundary conditions is considered in this work. The relationship between stress and strain is described by the Aviry equations. Based on the principle of calculus of variations, equations of the dynamics of the toroidal shell are obtained. It is assumed that the movement along the normal to the median surface, along the tangents to circular sections and along the shell is not previously imposed any restrictions. As result of the calculation, It was found that shell vibrations occur at higher frequencies than rod vibrations (m)

**Key words:** oscillations, bending, toroidal shell, boundary conditions, Rod, Lamé coefficients.

**Введение.** Оптимальное конструирование тонкостенных элементов конструкций и проведение их расчета на прочность приводит к необходимости более полному учету особенностей материалов и всей конструкций [1,2]. Следует отметить, что согласно приведенных в монографиях [1, 6], в основном рассмотрены задачи динамического деформирования оболочек канонической формы (цилиндрические, конические и сферические оболочки) [3,5]. Значительно меньше работ посвящено динамическому деформированию оболочек более сложной геометрии с учетом вязкоупругих свойств материала [7,9].

В настоящей работе решаются некоторые задачи квазистатики криволинейных труб на основе общей линейной теории оболочек Новожилова [10]. Задача о напряженно-деформированном состоянии криволинейной трубы привлекает особое внимание инженеров и исследователей (см. по этому поводу, напр., [11-13]). Под тороидальной понимается оболочка, срединная поверхность которой образована вращением некоторой замкнутой плоской кривой относительно оси, лежащей в ее плоскости и ее не пересекающей [14,15]. В дальнейшем рассматриваются тороидальные оболочки с круговым поперечным сечением [16-18]. При разборе частных примеров не только указывается способ определения коэффициента снижения жесткости, но и оцениваются возможности стержневой модели. Ставится задача разработка методики и алгоритма для расчета квазистатического состояния тороидальной оболочки при различных краевых условиях, а также определения границы применения стержневая и оболочечная теорий.

**Основные соотношения деформации тонкой оболочки.** Рассматривается вязкоупругая тороидальная оболочка постоянной осевой кривизны и постоянного поперечного сечения. Напряженно-деформированное состояние исследуется в ортогональной криволинейной системе координат  $(\alpha_1, \alpha_2, z)$  отсчитываемых соответственно вдоль параллели ( $\alpha_1$  - угол в осевом сечении), меридиана ( $\alpha_2$  - угол в поперечном сечении) и нормали к срединной поверхности. Предполагается, что края оболочки образованы плоскостями  $\alpha_1 = 0, \alpha_2 = L$ , а по координате  $\alpha_2$  оболочка замкнута и симметрична относительно плоскости, проходящей через осевую линию. В силу принятых ограничений  $A_1, A_2$  параметры поверхности Ламе и нормальную кривизне координатных линий обозначены соответственно радиусы кривизны этих линий равны  $R_1 = 1/K_1, R_2 = 1/K_2$  (рисунок 1).

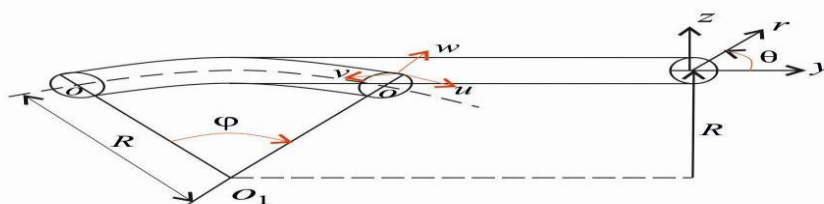


Рисунок 1. Расчетная схема

Первая квадратичная форма [7] срединной поверхности запишется в виде:

$$ds^2 = A_1^2 d\alpha_1^2 + A_2^2 d\alpha_2^2, A_1 = R + r \sin \alpha_2.$$

Где: R – радиус осевой окружности, r – радиус окружности в поперечном сечении.

Пусть  $u, \vartheta, w$  – координаты вектор-функции перемещений точек срединной поверхности. Тогда, согласно [19], компоненты тангенциальной и изгибной деформаций последней имеют вид

$$\varepsilon_1 = \frac{\partial u}{A_1 \partial \alpha_1} - K_1 w + \frac{A'_1 \vartheta}{A_1 A_2}, \quad (1)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\partial \vartheta}{A_2 \partial \alpha_2} - K_2 w + \frac{1}{A_1 A_2} \frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1} u, \quad (2)$$

$$\gamma = \frac{\partial u}{A_2 \partial \alpha_2} + \frac{\partial \vartheta}{A_1 \partial \alpha_1} - \frac{1}{A_1 A_2} \left( u \frac{\partial A_1}{\partial \alpha_2} + \vartheta \frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1} \right),$$

$$k_1 = \frac{\partial \theta_1}{A_1 \partial \alpha_1} + \frac{A'_1}{A_1 A_2} \theta_2, k_2 = \frac{\partial \theta_2}{A_2 \partial \alpha_2} + \frac{1}{A_1 A_2} \frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1} \theta_1, \quad (3)$$

$$\tau = \frac{\partial \theta_2}{A_1 \partial \alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} \frac{\partial \theta_1}{\partial \alpha_2} - \frac{1}{A_1 A_2} \left( \theta_1 \frac{\partial A_1}{\partial \alpha_2} + \theta_2 \frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1} \right) \quad (4)$$

Здесь параметры  $k_1, k_2$  представляют собой изменение нормальной кривизны координатных линий, а  $\tau$  характеризует кручение срединной поверхности [10]. Также

$A'_1 = \frac{\partial A_1}{\partial \alpha_2}$ ,  $\theta_1$  и  $\theta_2$  - углы поворота нормали:

$$\theta_1 = \frac{\partial w}{A_1 \partial \alpha_1} + K_1 u, \quad \theta_2 = \frac{\partial w}{A_2 \partial \alpha_2} + K_2 \vartheta \quad (5)$$

Шесть величин  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \gamma, k_1, k_2, \tau$  полностью определяют деформированное состояние срединной поверхности оболочки. При использовании гипотезы Крихгофа-Лява деформации оболочки в любой точке зависит только от перемещений ее срединной поверхности.

Таким образом, если известны перемещения срединной поверхности  $u, \vartheta, w$  и углы поворота прямолинейных элементов  $\theta_1, \theta_2$ , то формулам (1)-(5) можно определить деформации в любой точке оболочки.

**Вывод уравнений движения оболочек.** Уравнение движения любой деформируемой механической системы можно получить с помощью вариационного принципа Гамильтона-Остроградского [23]. Согласно этому принципу переход системы из одного состояния в другой за промежуток времени  $[t_0, t_1]$  происходит таким образом, что функционал

$I = \int_{t_0}^{t_1} (K - \Pi + A) dt$  принимает стационарное значение ( $K$ -кинетическая энергия системы;

$\Pi$ - потенциальная энергия деформации;  $A$ -работа внешних сил). Поэтому первая вариация функционала должна быть равна нулю

$$\delta \int_{t_0}^{t_1} (K - \Pi + A) dt = \int_{t_0}^{t_1} (\delta K - \delta \Pi + \delta A) dt = 0 \quad (6)$$

При использовании гипотезы Крихгофа-Лява вариация кинетическая энергия оболочки равна  $\delta K = \rho h \iint_F [\dot{u} \delta \dot{u} + \dot{\vartheta} \delta \dot{\vartheta} + \dot{w} \delta \dot{w}] A_1 A_2 d\alpha_1 d\alpha_2$ , где  $\rho$ - плотность материала;

$F$  – область интегрирования на срединной поверхности оболочки; точка над функций означает частную производную по времени.

Вариация потенциальной энергии оболочки определяется выражением

$$\delta \Pi = \int (T_1 \delta \varepsilon_1 + T_2 \delta \varepsilon_2 + S \delta \gamma + M_1 \delta k_1 + M_2 \delta k_2 + 2H \delta \tau) A_1 A_2 d\alpha_1 d\alpha_2.$$

Здесь усилия  $T_1, T_2, S$  и моменты  $M_1, M_2$  в случае вязкоупругого изотропного материала связаны с компонентами деформации соотношениями

$$S = G(1 - R_G)hw, \quad H = G(1 - R_G)h^2 / 6. \quad (7)$$

Основные соотношения имеют вид

$$\begin{aligned} T_1 &= C(1 - R_E)(\varepsilon_1 + \nu\varepsilon_2), \quad M_1 = D(1 - R_E)(k_1 + \nu k_2), \\ T_2 &= C(1 - R_E)(\varepsilon_2 + \nu\varepsilon_1), \quad M_2 = D(1 - R_E)(k_2 + \nu k_1) \end{aligned} \quad (8)$$

где:  $h$  – толщина оболочки,  $G$  – мгновенный модуль сдвига,  $C$  и  $D$  выражаются через коэффициент Пуассона  $\nu$  формулами

$$C = \frac{h}{1 - \nu^2}, \quad D = \frac{h^3}{12(1 - \nu^2)},$$

$$R_E \varepsilon = \frac{1}{E(t)} \int_0^t R_E(t, \tau) \varepsilon(\tau) d\tau, \quad R_G \varepsilon = \frac{1}{E(t)} \int_0^t R_G(t, \tau) \varepsilon(\tau) d\tau$$

где:  $R(t, \tau)$  – ядро релаксации  $R(t) = Ae^{-\beta t} / t^{1-\alpha}$ ,  $E(t)$  – мгновенный модуль упругости.

Виртуальная работа внешних сил, действующих на оболочку, может быть представлена в виде

$$\delta A = \iint_F (f_1 \delta u + f_2 \delta \vartheta + f_z \delta w) A_1 A_2 d\alpha_1 d\alpha_2 + \int_\Gamma (g_1 \delta u + g_2 \delta \vartheta + g_z \delta w) A_1 A_2 d\alpha_1 d\alpha_2. \quad (9)$$

где  $(f_1, f_2, f_z)$  и  $(g_1, g_2, g_z)$  – вектор – функции внешних распределенных сил и погонных усилий на границе  $F$  соответственно ( $\Gamma$ ).

В соответствии с принципом виртуальных перемещений справедливо вариационное уравнение (6). Подставляя в (6) выражения (7) - (9), а также соотношения (1) - (5), после стандартной процедуры интегрирования по частям и выделения членов при независимых вариациях, нетрудно вывести уравнения законов сохранения импульса и момента импульса относительно производных первого порядка:

$$\begin{aligned} \rho h \ddot{u} - \frac{1}{A_1 A_2} \left( \frac{\partial(A_2 T_1)}{\partial \alpha_1} + \frac{\partial(A_1 S)}{\partial \alpha_2} + \frac{\partial A_1}{\partial \alpha_2} S - \frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1} T_2 \right) + K_1 Q_1 &= f_1, \\ \rho h \ddot{\vartheta} - \frac{1}{A_1 A_2} \left( \frac{\partial(A_1 T_2)}{\partial \alpha_2} + \frac{\partial(A_2 S)}{\partial \alpha_1} + \frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1} S - \frac{\partial A_1}{\partial \alpha_2} T_1 \right) + K_2 Q_2 &= f_2, \\ \rho h \ddot{w} - \frac{1}{A_1 A_2} \left( \frac{\partial(A_2 Q_1)}{\partial \alpha_1} + \frac{\partial(A_1 Q_2)}{\partial \alpha_2} \right) - K_1 T_1 - K_2 T_2 &= f_z, \end{aligned} \quad (10)$$

$$Q_1 = \frac{\partial M_1}{A_1 \partial \alpha_1} + \frac{2A_1'}{A_1 A_2} H,$$

$$Q_2 = \frac{\partial M_2}{A_2 \partial \alpha_2} + \frac{2A_1'}{A_1 A_2} (M_1 - M_2) + 2 \frac{\partial H}{A_1 \partial \alpha_1}.$$

Система уравнений (10) является достаточно общей. При определенных упрощениях, которые будут рассмотрены ниже, из нее можно получить все основные варианты уравнений статики и динамики оболочек.

Одновременно получают естественные краевые условия на границе оболочки:

$$T_1 = g_1, S = g_2, \theta_1 = g_z, M_1 = H = 0. \quad (11)$$

Последние два равенства в (10) справедливы, если на повороты  $\theta_1$  и  $\theta_2$  не наложено никаких ограничений.

Альтернативные главные краевые условия имеют вид

$$\frac{\partial U}{\partial \alpha_2} = \frac{A_1'}{A_1} U \quad (12)$$

Соотношения (1) - (6), (7), (10), (11), (12) образуют замкнутую систему 19 дифференциальных и алгебраических уравнений относительно неизвестных

$$u, \vartheta, w, \theta_1, \theta_2, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \omega, k_1, k_2, \tau, T_1, T_2, S, M_1, M_2, H, Q_1, Q_2.$$

**Численные результаты изгиба тороидальной оболочки.** Краевая задача (10), (11) численно исследовалась методом ортогональной прогонки, Мюллера и Гаусса. Результат считался удовлетворительным по точности, если учет двух последних членов оборванного ряда приводил к поправке, не превышающей 1 %. В процессе вычислений выяснилось, что сходимость метода сильно зависит от степени эллиптичности сечения и ухудшается с ростом величины  $a/b$ .

Так, уже для слабо эллиптического сечения с отношением  $a/b=2/3$  при решении задачи о воздействии равномерным внутренним давлением на цилиндрическую оболочку понадобились все 9 возможных гармоник. В задаче изгиба той же оболочки моментом  $M$  на краю, согласно условиям

$$\alpha_1 = L : q_1 = \frac{M \cos \alpha_2}{TbA_2}, q_2 = q_z = 0, \quad (13)$$

требуемая точность достигается только для коротких оболочек, длина которых соизмерима с размерами поперечного сечения.

**Таблица 1**

**Расчет перемещений круговой тороидальной оболочки**

$\alpha_1$	0	10	20	40	80
$W_1$	0	15.02	57.00	180.5	230.4
$W_0$	0	16.56	62.21	191.6	223.8

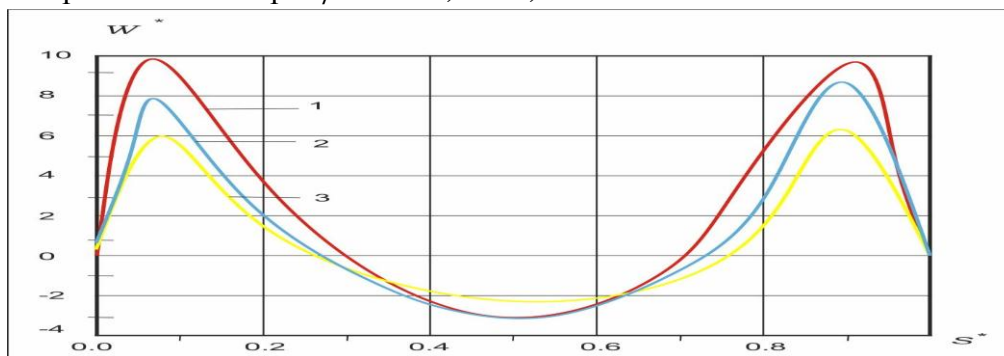
При расчете длинных криволинейных оболочек достоверные результаты в смысле численной сходимости были получены лишь для кругового сечения. В этом случае оказалось достаточным положить  $N$  равным 2.

В таблице 1 иллюстрируется пример расчета перемещений круговой тороидальной оболочки с параметрами  $h = 0.2, a = b = 2, K = 0.05, \nu = 0.001$  при изгибе моментом  $M = E$  на краю  $\alpha_1 = L = 80$ , согласно (10).

В качестве основной характеристики поля перемещений выбрана функция  $W_1$  в зависимости от  $\alpha_1$  приводятся вместе с результатами расчета прогиба  $W_0$  упругого криволинейного стержня, найденными согласно элементарной теории, по формуле:

$$W_0 = -\frac{2k}{K^2} \sin^2 \frac{K\alpha_1}{2}. \quad (14)$$

В соответствии с таблицей 1 расчеты по элементарной теории дают несколько завышенные результаты вблизи защемленного конца оболочки и заниженные – вблизи свободного конца. Различие объясняется влиянием краевого эффекта. В целом, следует признать, что изгиб достаточно длинной тороидальной оболочки удовлетворительно описывается в рамках стержневой теории. Теперь исследуем влияние величины угла осевого сечения тороидальной оболочки на нормальное перемещение оболочки. Результаты решения задачи приведены на рисунок 2 в виде графиков распределения прогиба  $w$ , для трех вариантов искривления оси при  $\varphi = \pi / 3, \pi / 2, 2\pi / 3$



**Рисунок 2. Распределения прогиба  $w$  вдоль оси оболочки для трех вариантов искривления оси при  $(\theta = 0)$ ,**

$$A = 0,048; \quad \beta = 0,05; \quad \alpha = 0,1.$$

1.  $\varphi = \pi/3$ , 2.  $\varphi = \pi/2$ , 3.  $\varphi = 2\pi/3$ .

Из рисунка 1 видно, как при изгибании оболочки с увеличением угла раствора в осевом сечении оболочка становится более жесткой. При этом видно, что значение прогибов для тороидальной оболочки кривизны  $\varphi = \pi/3$  почти в два раза больше, чем для оболочки кривизны  $\varphi = \pi/2$ , и практически в полтора раза больше, чем для  $\varphi = 2\pi/3$ .

Таким образом проведен анализ напряженно-деформированного состояния замкнутых в поперечном сечении усеченных тороидальных вязкоупругих оболочек под действием внутреннего нормального давления при жестком закреплении торцов. Варьируя величиной раствора угла осевого сечения тора можно влиять на выбор рациональных параметров оболочки, относящихся к оценке ее деформации и прочности.

**Заключения.** Таким образом проведен анализ напряженно-деформированного состояния замкнутых в поперечном сечении усеченных тороидальных вязкоупругих оболочек под действием внутреннего нормального давления при жестком закреплении торцов. Варьируя величиной раствора угла осевого сечения тора можно влиять на выбор рациональных параметров оболочки, относящихся к оценке ее деформации и прочности

Разработана методика расчета собственных частот и соответствующие собственные формы колебаний тороидальных оболочек с жестко закрепленными торцами в уточненной постановке. На основе численных результатов установлено, что колебания оболочки происходят на более высоких частотах, чем колебания стержня (проявление краевого эффекта). При этом различии уменьшается собственная частота, не имеющая аналога в стержневой модели. Это обусловлено тем, что в данном случае становятся существенными поперечные колебания самого сечения, не учитываемые в элементарной теории.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Bozorov M.B., Safarov I.I., Shokin Yu.I. *Chislennoe modelirovanie kolebaniy dissipativno odnorodnix i neodnorodnix mexanicheskix sistem.* Novosibirsk: Izd. SO RAN. 1996.189 s.
2. Volmir A.S. (1972) *Nelineynaya dinamika plastin i obolochek.* - Moskva: Nauka.
3. Grigorenko Ya.M. (1973) *Izotropnie i anizotropnie obolochki vrasheniya peremennoy jestkosti.* Kiev, Naukova dumka.
4. Grigorenko Ya.M. (1996) *Nekotorye podxodi k resheniyu lineynix i nelineynix zadach teorii obolochek v klassicheskoy i utochnennoy postanovkax.* *Prikladnaya mexanika.* 32, 6, 3 - 39.
5. Grigorenko Ya. M., Vasilenko A. T., Bepalov Ye. I. i dr. (1975) *Chislennoe reshenie kraevix zadach statiki ortotropnix obolochek s peremennimi parametrami.* Kiev, Naukova dumka.
6. Grigorenko Ya. M., Vlaykov G. G., Grigorenko A. Ya. (2006) *Chislenno-analiticheskoe reshenie zadach mexaniki obolochek na osnove razlichnix modeley.* Kiev, Akademperiodika.
7. Guz A.N., Kubenko V.D. (1982) *Metodi rascheta obolochek.* - v 5-ti tomax. *Teoriya nestatsionarnoy aerouprugosti obolochek.* - Kiev: Naukova dumka.
8. *Svobodnie kolebaniya elementov obolocheknix konstruksiy / Grigorenko Ya.M., Bepalova Ye.I., Kitaygorodskiy A.B., Shinkar A.I.* (1986) Kiev: Naukova dumka.
9. Korotkov A.V., Kulikov Yu.A. (2009) *Svobodnie kolebaniya mnogoslownix krivolineynix trub iz armirovannix plastikov.* *Mexanika kompozitsionnix materialov i konstruksiy.* 15, 2. 203-220.
10. Koltunov M.A., Mayboroda V.P., Zubchaninov V.G. *Prochnostnie rascheti izdeliy iz polimernix materialov.* - M.: Mashinostroeniya, 1983. -239 s.
11. Kantorovich L.V., Krilov L.N. (1962) *Priblijennye metodi visshego analiza.* Leningrad, Fizmatgiz.
12. Klark E., Reyssner E. (1955) *Izhib trub s krivolineynoy osyu.* *Problemi mexaniki.* Moskva: Izdatelstvoinostrannie literaturi.
13. Lixnitskiy S. G. (1977) *Teoriya uprugosti anizotropnix tel.* - Moskva: Nauka.
14. Novojilov V.V. (1962) *Teoriya tonkix obolochek.* - Leningrad: Sudpromgiz.
15. Pertsev A.K., Platonov E.G. (1987) *Dinamika obolochek i plastin (Nestatsionarniezadachi).* Leningrad: Sudostoenie, 316s.
16. Samarskiy A.A. (1977) *Teoriya raznostnix sxem.* - Moskva: Nauka.
17. Filipov A.P., Koxmanyuk S.S., Yanyutin Ya.G. (1978) *Deformirovanie elementov konstruksiy pri deystvii udarnix i impulsnix nagruzok.* - Kiev: Naukova dumka.
18. Mirsaidov M.M., Toshmatov E.S. (2019) *Spatial stress state and dynamic characteristics of earth dams.* *Magazine of Civil Engineering* 89(5), pp. 3-15
19. Mirsaidov M.M., Sultanov T.Z., Abdikarimov R.A., Toshmatov E.S., Jurayev D.P. (2018) *Strength parameters of earth dams under various dynamic effects.* *Magazine of Civil Engineering,* 77(1), pp. 101-111.