Scientific Journal of Samarkand University

Volume 2020 Article 43

3-23-2020

About one mathematical model of swelling of the clay shay around cylindrical well

B. X. Imomnazarov
Novosibirsk National Research State University, Novosibirsk, Russia

X. X. Imomnazarov
Institution of the Russian Academy of Sciences Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics SB RAS, Novosibirsk, Russia

Ilkhom Khaydarov
Chirchik State Pedagogical Institute of Tashkent Region, khaydarov_iq@rambler.ru

УДК 519.95.

ОБ ОДНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ РАЗБУХАНИЯ ГЛИНИСТОГО СЛАНЦА ВОКРУГ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ СКВАЖИНЫ

Б.Х. Имомназаров[1], Х.Х.Имомназаров[2], И.К. Хайдаров[3]

[1]*Новосибирский национальный исследовательский государственный Университет, Новосибирск, Россия.*

[2]*Учреждение Российской академии наук Институт Вычислительной Математики и Математической Геофизики СО РАН, Новосибирск, Россия.*

imom@omzg.sscc.ru

[3]*Чирчикский государственный педагогический институт Ташкентский области, Узбекистан.*

khaydarov_iq@rambler.ru

Аннотация. Предложена термодинамически согласованная математически модель линейной теории пороупругости для описания сланцевого разбухания с водным электролитом. При этом, предполагается, что сланец ведет себя как изотропная, идеальная ионная мембрана, и в этом случае разбухание зависит только от полного тензора напряжения и от химического потенциала воды в порах породы. Получено уравнение диффузии для давления из уравнения пороупругости, при наличии химических эффектов. Показано, что коэффициент диффузии обратно пропорционален пористости.

Ключевые слова: пористая среда, насыщающая жидкость, упругие параметры, тензор напряжений, парциальная плотность, закон Дарси, химический потенциал, коэффициент диффузии.

Цилиндрик қудуқ атрофидаги қум сланеци шишишининг математик модели ҳақида

Аннотация. Сувли электролит билан сланецли шишишни изоҳлаш учун чизиқли ғовак-эластиклик назариясининг термодинамик математик модели таклиф этилган. Бунда сланец ўзини изотроп сифатида тутади, идеал ион мембрана деб фараз қилинади, ва бу ҳолда шишиш фақат тўлиқ кучланиш тензорига ва жинсларнинг ғовакларидаги сувнинг кимёвий потенциалига боғлиқ бўлади. Ғовак-эластиклик тенгламасидан кимёвий таъсирлардаги босим учун диффузия тенгламаси олинган. Диффузия коэффициенти ғоваликка тескари пропорционал эканлиги кўрсатилган.

Таянч сўзлар: ғовакли муҳит, тўлдирувчи суюқлик, эластиклик параметрлари, кучланиш тензори, қисмий зичлик, Дарси қонуни, кимёвий потенциал, диффузия коэффициенти.

About one mathematical model of swelling of the clay shay around cylindrical well

Abstract. A thermodynamically mathematically matched model of the linear theory of poroelasticity is proposed for describing shale swelling with an aqueous electrolyte. In this case, it is assumed that shale behaves as an isotropic, ideal ionic membrane, and in this case, the swelling depends only on the full stress tensor and on the chemical potential of water in the pores of the rock. The diffusion equation for pressure was obtained from the equation of poroelasticity, in the presence of chemical effects. It is shown that the diffusion coefficient is inversely proportional to the porosity.

Keywords: porous medium, saturating fluid, elasticity parameters, stress tensor, partial density, Darcy’s law, chemical potential, diffusion coefficient.

Введение

В настоящее время в почвоведении и агрофизике активно развивается структурно-функциональное направление изучения почв и ее компонентов на ионно-молекулярном уровне. Для прогноза сорбционного поведения почв (сорбция влаги, загрязняющих веществ, тяжелых металлов в том числе) наиболее продуктивным подходом, как показали работы А.Д. Воронина, А.М. Глобуса, Б.В. Дерягина, Н.В. Чураева, А.А. Роде, Г.В. Добровольского, Е.Д. Никитина, В.В. Добровольского, Т.А. Соколовой, J.H. Fink, R.D. Jackson, J.R. Philip, G. Sposito, A. Manceau, R. Dähn, M.L. Schlegel, S.I. Tsipursky, V.A. Drits и др., является системное изучение сорбционных центров поверхности твердой фазы почв, ее отдельных наиболее активных компонентов, а именно глинистых минералов, которые входят в состав илистой фракции. Межфазные взаимодействия, происходящие на границе раздела твердой фазы почв и почвенной влаги, а также почвенного воздуха, определяют большинство почвенных процессов и формируют на молекулярном уровне функции почв в биосфере.

В [1] показано, что изменение гидрофизических свойств глинистых минералов при действии растворимых солей связано не только с гидрофильностью соли, но с изменением структурной организации частиц глинистых минералов в результате воздействия растворимых солей. Впервые для глинистых минералов установлено образование глинисто-солевых микроагрегатов в результате воздействия растворимых солей и их частичная устойчивость к диализу. Образование глинисто-солевых микроагрегатов происходит за счет внешне- и внутрисферных комплексов катионов металла и минеральной матрицы.

В данной работе получено уравнение диффузии для давления из уравненияпороупругости, при наличии химических эффектов. Анализ предсказывает, что деформация зависит от изменений в химических потенциалах, как воды, так и ионов, присутствующих в жидкости пор. При этом коэффициент диффузии является функцией пористости, в отличие ранее предложенных моделей [2, 3]. Хорошо известно, что реальный глинистый сланец находится где-то между границей между соответствующей химически инертной породы и породы с полным исключением ионов. Предложенная математическая модель применена для предсказания разбухания сланца вокруг ствола скважины.

Разбухание глинистого сланца вокруг цилиндрической скважины

В цилиндрических координатах (r,φ,z) в момент времени $t=0$ вокруг сланца оси z имеется скважина радиусом b. Предположим, что напряжение в сланце до бурения равномерно, с компонентами $\sigma_{zz}=\sigma_{zz}^{\infty}$ и $\sigma_{rr}=\sigma_{\theta\theta}=\sigma_{rr}^{\infty}$, и исходный химический потенциал воды в сланце повсюду $\mu_w=\mu_w^{\infty}$. После бурения граничные условия в стволе скважины будут

$$\sigma_{rr}=-p_{mud}, \qquad \mu_w=\mu_w^{mud}, \qquad r=b,$$

где p_{mud} - давление бурового раствора, и

$$\mu_w^{mud}=V_w p_{mud}+RT\ln a_w^{mud}+M_w gz$$

является химическим потенциалом воды в буровом растворе. Граничные условия на бесконечности

$\sigma_{rr}\to\sigma_{rr}^{\infty}, \quad \sigma_{\theta\theta}\to\sigma_{rr}^{\infty}, \quad \sigma_{zz}\to\sigma_{zz}^{\infty}, \quad \mu_w\to\mu_w^{\infty}, \quad$ при $r\to\infty$.

Берем в качестве нашего начального состояния состояние горной породы до бурения скважины. Таким образом, все напряжения будут относиться к напряжению на бесконечности, а химический потенциал μ_w будет измерен относительно μ_w^{∞}.

Напряжения и химический потенциал на стенке ствола скважиныпри $r=b$ принимает вид

$$\sigma_{rr}^{w}=-p_{mud}-\sigma_{rr}^{\infty},$$
$$\mu_{wb}=\mu_w^{mud}-\mu_w^{\infty}.$$

Изменения μ_{wb} с глубиной z считаются пренебрежимо малыми, а деформация породы вокруг ствола скважины считается плоской деформацией и $e_{zz}=0$. Непосредственное изменение напряжения, вызванное созданием ствола скважины, является

$$\sigma_{rr}=-\sigma_{\theta\theta}=\frac{b^2}{r^2}\sigma_{rr}^{w}.$$

Последующая деформация контролируется диффузией воды в сланцы. Положим

$$\Phi=\sigma_{rr}+\sigma_{\theta\theta}+\sigma_{zz}+\frac{3\mu_w}{BV_w}.$$

Как показано в [4] функция Φ удовлетворяет уравнению диффузии

$$\frac{\partial\Phi}{\partial t}=D\Delta\Phi. \tag{1}$$

Далее предположим также как в [4] функция Φ удовлетворяет нулевому начальному условию.

После преобразование Лапласа по времени

$$\bar{v} = \int_0^\infty e^{-st} v dt \ ,$$

к обеим частям уравнения (1) получим

$$D\nabla^2 \bar{\Phi} = s\bar{\Phi} \ , \tag{2}$$

Уравнение (2) имеет решение

$$\bar{\Phi} = A(s) I_0(qr) + B(s) K_0(qr) \, , \tag{3}$$

где $q = \sqrt{\dfrac{s}{D}}$,

$$D = \frac{1}{\varpi \left(\rho_{l,0}^f\right)^2 d_0} \left[\frac{2G(1-\nu)}{1-2\nu}\right] \left[\frac{B^2 (1+\nu_u)^2 (1-2\nu)}{9(1-\nu_u)(\nu_u - \nu)}\right],$$

$\rho_0 = \rho_{0,l} + \rho_{0,s}$, $\rho_{0,s}$ - парциальная плотность пористого тела, $\rho_{0,l}$ - парциальная плотность насыщающей жидкости, $\rho_{0,s} = \rho_{0,s}^f (1-d_0)$, $\rho_{0,l} = \rho_{0,l}^f d_0$, $\rho_{0,s}^f$ и $\rho_{0,l}^f$ - физические плотности упругого пористого тела и жидкости соответственно, d_0 - пористость, G - модуль сдвига, B - параметр Скемптона, ν - коэффициент Пуассона упругого материала, ν_u- коэффициент Пуассона пористого материала насыщенного флюидом, $\varpi = \chi\rho$,χ - коэффициент трения и $I_0(r)$, $K_0(r)$ - модифицированные функции Бесселя нулевого порядка.

Из ограниченности решения,при $r \to \infty$ следует, что $A(s) = 0$.

Из уравнения равновесия напряжений [4, 5] следует, что

$$\frac{\partial}{\partial r}\left[\sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta} + \sigma_{zz} + \frac{6(\nu_u - \nu)\mu_w}{BV_w(1-\nu)(1+\nu_u)}\right] = \frac{C_1}{r} \ . \tag{4}$$

Так как радиальное смещение $u_r = u(r,t)$ удовлетворяет соотношениям

$$e_{rr} = \frac{\partial u}{\partial r} \ , \qquad e_{\theta\theta} = \frac{u}{r} \ ,$$

и используя соотношения

$$\frac{\partial e_{zz}}{\partial r} = 0 \, , \qquad \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r} = 0$$

получим из (4), что постоянная $C_1 = 0$.

Далее используя уравнения (3) и (4), получим

$$\frac{3(1-\nu_u)(1+\nu)\bar{\mu}_w}{BV_w(1-\nu)(1+\nu_u)} = B(s) K_0(qr) \, ,$$

и из граничного условия $\mu_w = \mu_{wb}$ при $r = b$ вытекает [4]

$$B(s) = \frac{3(1-\nu_u)(1+\nu)\mu_{wb}}{BV_w(1-\nu)(1+\nu_u)K_0(qb)s} \, .$$

Далее используем формулы, полученные в [4] для определения тензора напряжений

$$\bar{\sigma}_{rr} = \frac{b^2}{sr^2}\sigma_{rr}^w + \frac{2\eta\mu_{wb}}{V_w sq}\left[\frac{K_1(qr)}{rK_0(qb)} - \frac{bK_1(qb)}{r^2 K_0(qb)}\right],$$

$$\bar{\sigma}_{\theta\theta} = -\frac{b^2}{sr^2}\sigma_{rr}^w + \frac{2\eta\mu_{wb}}{V_w s}\left[\frac{K_1(qb)}{r^2 q K_0(qb)} - \frac{bK_1(qr)}{rqK_0(qb)} - \frac{K_0(qr)}{K_0(qb)}\right].$$

Из этих формул получим

$$\bar{\sigma}_{rr} - \bar{\sigma}_{\theta\theta} = \frac{2b^2}{sr^2}\sigma_{rr}^w + \frac{2\eta\mu_{wb}}{V_w s}\left[\frac{2K_1(qr)}{rqK_0(qb)} - \frac{2bK_1(qb)}{r^2 qK_0(qb)} + \frac{K_0(qr)}{K_0(qb)}\right].$$

а осевое напряжение определяется формулой

$$\sigma_{zz} = \frac{\nu}{1+\nu}\Phi + \frac{3\nu_u \mu_w}{BV_w(1+\nu_u)},$$

$$\bar{\sigma}_{zz} = -\frac{2\eta\mu_{wb}K_0(qr)}{V_w s K_0(qb)}.$$

В случае, когда $\sigma_{rr}^{w} = 0$, используя асимптотические результаты [6], получим выражения для радиального смещения и напряжений $\sigma_{rr}, \sigma_{\theta\theta}$ следующие выражения:

$$\lim_{t\to\infty} u = \frac{\eta\mu_{wb}}{2GV_w}\left(r - \frac{b^2}{r}\right),$$

$$\lim_{t\to\infty} \sigma_{rr} = -\frac{\eta\mu_{wb}}{V_w}\left(1 - \frac{b^2}{r^2}\right),$$

$$\lim_{t\to\infty} \sigma_{\theta\theta} = -\frac{\eta\mu_{wb}}{V_w}\left(1 + \frac{b^2}{r^2}\right).$$

На рис. 1 представлен график коэффициента диффузии как функции пористости при следующих значениях параметра среды: $\nu = 0$, $\nu_u = 0.5$, $B = 1$, $G = 0.6$ ГПа, $\rho_s^f = 2.6$ г/см^3, $\rho_l^f = 0.9$ г/см^3, $\varpi = 1$ Гц.

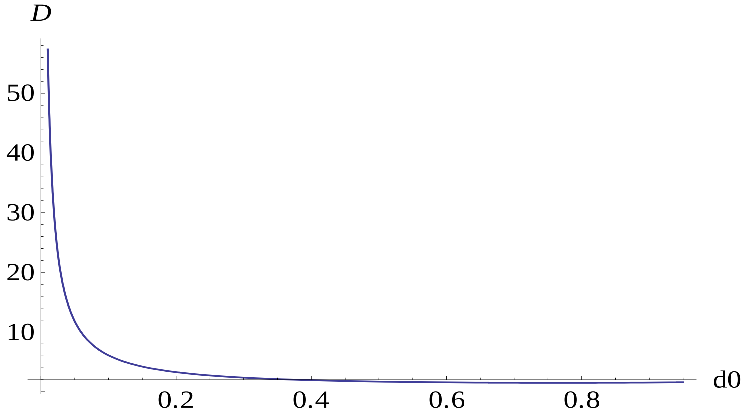

Рис 1. Зависимость коэффициента диффузии D от пористости.

Заключение

Таким образом, построена термодинамически согласованная математическая модель линейной теории пороупругости для описания сланцевого разбухания с водным электролитом. Получено уравнение диффузии для давления из уравнения пороупругости, при наличии химических эффектов. Показано, что коэффициент диффузии обратно пропорционален пористости.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 18-31-00120).

Литература

1. Харитонова Г.В., Манучаров А.С., Черноморченко Н.И., Землянухин В.Н. Влияние обменных катионов Na и Mg на поверхностные свойства глинистых // Почвоведение. 2002. № 1. С. 87-92.
2. Rice J.R., Cleary M.P. Some basic stress diffusion solutions for fluid-saturated elastic porous media with compressible constituents // Rev. Geophys. Space Phys., 1976, v. 14, pp. 227-241.
3. Sherwood J.D. Biotporoelasticity of a chemically active shale // Proc. R. Soc. bond., 1993, A 440, pp. 365-377.
4. Sherwood J.D., Bailey L. Swelling of a shale around a cylindrical wellbore // Proc Royal SocLond A., 1994, v. 444, pp. 161–184.
5. Imomnazarov B., Imomnazarov Kh. Poroelasticity theory of chemically active clay shales // Bull. Nov. Comp. Center, Math.Model. inGeoph., 2017, No. 20., pp. 11-17.
6. Detournay E., Cheng A.H.-D. Poroelastic response of a borehole in a non-hydrostatic stress field // Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Geomech. Abstr., 1988, Vol. 25, No. 3, pp. 171-182.