Problems of Architecture and Construction

Volume 2
Issue 4 *Problems of Architecture and Construction 2019_4*

Article 5

1-21-2020

MATHEMATICAL CALCULATION ON DURABILITY OF SOME CONSTRUCTIONS IN BUILDING

Khusanov B.
Samarkand State Architecture and Civil Engineering Institute, Uzbekistan

Fatkhullayev F.
Samarkand State Architecture and Civil Engineering Institute, Uzbekistan

ME′MORCHILIK va QURILISH MUAMMOLARI

ПРОБЛЕМЫ АРХИТЕКТУРЫ ИСТРОИТЕЛЬСТВА
PROBLEMS OF ARCHITECTURE AND CONSTRUCTION

(Ilmiy-texnik jurnal)
(Научно-технический журнал)
(Scientific and technical Journal)

2019, No.4
2000 yildan har 3 oyda bir marta chop etilmoqda

Журнал ОАК Ҳайъатининг қарорига биноан техника (қурилиш, механика ва машинасозлик соҳалари) фанлари ҳамда меъморчилик бўйича илмий мақолалар чоп этилиши лозим бўлган илмий журналлар рўйхатига киритилган (гувоҳнома № 00757.2000.31.01)

Журнал 2007 йил 18 январда Самарқанд вилоят матбуот ва ахборот бошқармасида қайта рўйхатга олиниб 09-34 рақамли гувоҳнома берилган

Таҳририят манзили:140147, Самарқанд шаҳри, Лолазор кўчаси, 70.
Телефон: (366)237-18-47,237-14-77, факс (366)237-19-53.ilmiy-jurnal@mail.ru

Муассис (Thefounder): Самарқанд давлат архитектура-қурилиш институти

Обуна индекси 5549

UDC. 517.925

MATHEMATICAL CALCULATION ON DURABILITY OF SOME CONSTRUCTIONS IN BUILDING

Khusanov B.
Samarkand State Architecture and Civil Engineering Institute, Uzbekistan
Fatkhullayev F.
Samarkand State Architecture and Civil Engineering Institute, Uzbekistan

In article problems on durability of building constructions are investigated. Using the empirical formula for weight of an arch, under the influence of force, and the extremum theory, critical value of gravity is defined. Further for a homogeneous core which one end is fixed by the hinge, and on the second end force, and depending on a building material and a kind of its form is inserted, there is the greatest value of durability.

Математический расчет на прочность некоторых сооружений в строительстве

В статье исследуются задачи на прочность строительных сооружений. Пользуясь эмпирической формулой для тяжести арки, под воздействием силы, и теорией экстремума, определяется критическое значение силы тяжести. Далее для однородного стержня, которого один конец закреплен шарниром, а на второй конец вставлена сила, и в зависимости от строительного материала и вида его формы, находится наибольшее значение прочности.

Баъзи қурилиш иншоотларининг мустаҳкамлигини математик ҳисоби

Мақолада қурилишдаги иншоотларнинг мустаҳкамлигига оид масалалар тадқиқ этилади. Куч таъсирида бўлган арка оғирилгининг эмпирик формуласи ва экстремумлар назарияси асосида, оғирлик кучини критик қиймати топилган. Ва бир учи шарнир билан бириктирилган, иккинчи учига эса куч қўйилган ҳолатда бир жинсли стержен (колонна) учун, унинг материали ва шаклига боғлиқ бўлган мустаҳкамлигининг энг катта қиймати аниқланади.

Введение. Предмет математика изучает отношение величин и пространственную форму материального мира. Если обратить внимание к построенным объектам с применением математики в архитектуре и строительстве, вспоминаются слова нашего великого прадеда Амира Темура: “Здания украшаемые наших городов радуют не только глаза, но и душу”. Это следует из прочности и вида зданий, а также пропорциональности величин и формы.

Из истории математики всем известно, что один из наших ученый вёзший деятельность в обсерватории Мирзо Улугбека Али Кушчи и его соратниками введены и доказаны ряд геометрических формул и тригонометрических тождеств, результаты которых широко применялись в средние века в расчетах части и формы здании.

В настоящее время некоторые из них заново открывают наши ученые. Иногда приходишь к мнению«Не снова ли мы открываем те вещи, которые были созданынашими прадедами?». Рассмотрим эти мнения на конкретных задачах.

Основная часть. Первая задача. Пусть арка (свод) здания широко применяемая в традиционной архитектуре, будет под воздействием равнораспределенного груза θ. Тогда растяжение и сжатие каждой части арки находится под воздействием силы θ. Обозначим критическое значение напряженности - σ_0. При какой высоте арки?, будет её вес наименьшим, т.е. этот вес не мог бы повредить облик (стана) и прочность арки.

Для решения этой задачи, примем диаметральную длину основания арки – l, тогда поперечное сечение арки представится как на рис.1.

Штриховая линия на рисунке показывает не деформированное состояние арки, а сплошная линия деформированное, под воздействием выше сказанной равно распределенной силы θ.

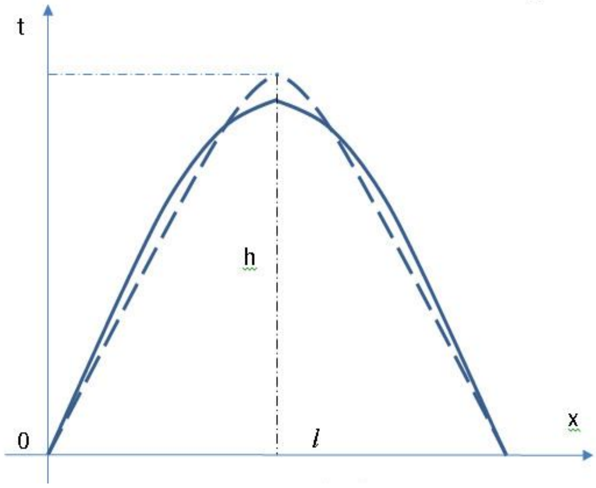

Рисунок 1.

По строительной механике нам известно, что тяжесть ψ-арки под воздействием силы θ, вычисляется следующей формулой

$$\psi = \frac{\rho l\theta}{\sigma_0}\cdot\left(\frac{l^2}{t}+\frac{2t}{3}\right) \qquad (1)$$

где ρ–плотность. Находим критические точки функции ψ и экстремальные значения в них. Берем производную от функции (1) и уравнивая ее к нулю, решим уравнение.

$$\psi' = \frac{\rho l\theta}{\sigma_0}\cdot\left(-\frac{l^2}{t^2}+\frac{2}{3}\right)$$, при $\psi' = 0$, находим

$$t_0 = \frac{\sqrt{3}l}{4} \approx 0,43l .$$

Теперь покажем, что в точке t_0 функция ψ имеет минимальное значение. Для этого покажем, что вторая производная функции ψ, в критической точке t_0 является положительной.

При $\psi'' = \frac{\rho\theta l}{\sigma_0}\cdot\frac{l^2}{4t^3}$, следует, что

$$\psi''\left(\frac{\sqrt{3}l}{4}\right) = \frac{128\rho\theta}{3\sqrt{3}\sigma_0} > 0 .$$

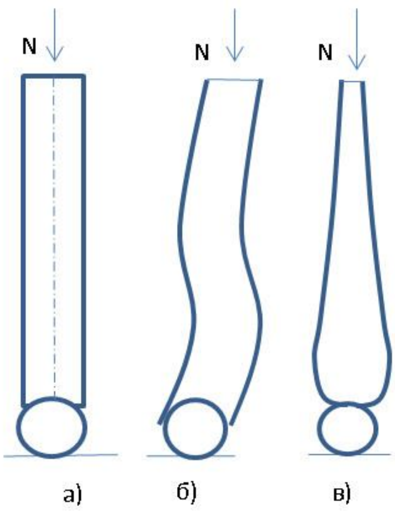

Рисунок 2.

Положительность второй производной, подтверждает, что в точке t_0 функция $\psi(t)$ принимает минимальное значение.Значить, если высоту арки t_0–взять равным $0,43l$ части диаметральной длины основания, то тяжесть, падающая в центр арки будет наименьшей, т.е.

$$\psi_{min} = \frac{1}{3}\rho\theta l . \qquad (2)$$

В этом случае, под воздействием силы θ, прочность арки будет наибольшей степени и ее облик не разрушится.

Вторая задача. Задан однородный стержень (колонна) длиной l $(0 \le z \le l)$ и поперечной сечением $S(z)$,который имеет ось симметрии, и с одного конца закреплен шарниром,а на второй конец вставлена сила N (рис.2).

Рассмотрим наибольшее значение прочности стержня и вычислим его при неизменном объеме, в зависимости от изготавливаемого строительного материала и вида формы.

В решение этой задачи берем уравнения для малых поперечных колебаний [1].

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2}\left[\left(y_0 + J_1 e^{-\alpha z}\right)\cdot\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right] + \lambda\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0 , \qquad (3)$$

где $\lambda = \frac{N}{E}$. Уравнение (3) решается операционным методом, при граничных условиях

$$u(0) = 0 , u(l) = 0 , \frac{\partial^2 u(0)}{\partial z^2} = 0 , \frac{\partial^2 u(l)}{\partial z^2} = 0 , \qquad (4)$$

и найдем критическое давление $N_{кр}$

$$N_{кр} = EJ_0\cdot\left[\left(\frac{\pi}{l}\right)^2 + \frac{2\pi\varepsilon\gamma^2}{l^2\alpha\left(\alpha^2+4\gamma^2\right)}\cdot\left(1-e^{\alpha l}\right) + o(\varepsilon)\right], \qquad (5)$$

где E –коэффициент специфической твердости для каждого строительного материала. Из (5) видно, что ε является малым параметром и его возрастанием, также возрастает критическая сила $N_{кр}$.

Пусть теперь колонна меняет свою форму по экспоненциальному закону как в [1], но объем *u u* остается постоянным. Из [2] известно, что

$$J_0 + J_1 e^{-\alpha z} = \frac{\pi}{4} r^4 \Rightarrow$$

$$r^2 = \frac{2\sqrt{J_0}}{\sqrt{\pi}}\cdot\left[1 + \frac{J_1}{J_0}e^{-\alpha z} + o(\varepsilon^2)\right].$$

Используя его, вычислим объем колонны с помощью определенного интеграла, и имеем

$$u = \pi\int_0^l r^2 dz = 2\sqrt{\pi J_0}\cdot\left[\frac{J_1}{J_0\alpha l}\left(1-e^{-\alpha z}\right) + o(\varepsilon^2)\right]. \qquad (6)$$

Отсюда находим J_0.

$$J_0 = \frac{u^2}{4\pi l^2}\cdot\left[1 - \frac{J_1}{J_0\alpha l}\cdot\left(1-e^{-\alpha l}\right) + o(\varepsilon^2)\right], \qquad (7)$$

и подставив (7) на (5) получим выражение для критической силы (давления) $N_{кр}$.

$$N_{кр}=\frac{Eu^2\pi}{4l^2}\cdot\left[1-\frac{J_1}{J_2}\cdot\left(1-e^{-\alpha l}\right)\cdot\frac{1}{\left(\alpha l\right)^2-4\pi^2}+o(\varepsilon^2)\right]. \quad (8)$$

Первое приближение этой формулы в применение к приближенным вычислениям, образует формулу Эйлера, в виде $N_{кр}\approx\frac{Eu^2\pi}{4l^2}$, и которая является в определенном смысле статической формулой. А во втором приближении имеем

$$N_{кр}\approx\frac{Eu^2\pi}{4l^2}\cdot\left[1-\frac{J_1}{J_0}f(x_0)\right],$$

и она является конструктивной формулой, где $f(x)=\frac{\left(1-e^{-x}\right)}{x^2-4\pi^2}$, $x=\alpha l$.

Вывод. По этому результату на отрезке $0\le x\le 10$ проводились расчеты на компьютере, и пришли к следующим значениям: $x_0=6,3999$ –для критической точки, и $f(x_0)=0,3794729$. Эти расчеты приводят к следующим выводам. При неизменном объеме колонны, если форма ее сужается в направление к вершине и толщина составляет почти $\frac{2}{3}$-части, тогда $N_{кр}$ требует возростания давления. (рис.3).

Рис.3

К удивлению, мы это доказали математическим путем в конце 20 века.Но наши прадеды несколько веков раньше использовали на террасы великолепных дворцов и мечетов колонны, нижняя часть которых подобно шарнира окружено узкой поясницей ставились на тумбы и они утончаются ростом высоты. (как показаны в рис.3 и рис.2-*в*). В данной формуле

$$N_{кр}=\frac{Eu^2\pi}{4l^2}\cdot\left[1-\frac{J_1}{J_2}\frac{\left(1-e^{-x}\right)}{\left(x^2-4\pi^2\right)}\right],\ x=\alpha l,$$

к параметру α даём частный смысл, т.е. примем его как α(E) (E - коэффициент специфической твердости для каждого строительного материала), и это коэффициент приводится в справочнике по предметам физика и химия. Используя выше преведенные, независимо от представлений изделий, т.е. является ли это колонной, рычагом, стрелой крана или другое, можно составить рекомендационные таблицы на конструктивные размеры и параметры материалов изделия, которые создаются на быстро действующих вычислительных машинах со стороны программистов.

References

1. 1. Fillipov A.P. The Oscillation of deformable systems. –Moscow, 1970.
2. Belyayev N.M. Resistance of Materials. – Moscow, Nauka, 1976.