

6-30-2021

Method of characteristics for solving the problem of gas outflow from an elementary section of a gas pipeline

Madaminjon K. Mahkamov

Andijan State University, Andijan, 170100, str. University, 129 (Uzbekistan). E-mail: agsu_info@edu.uz

S.S. Akhmadjonov

Andijan Machine-building Institute

I.K. Khujaev

Institute Mechanics and Seismic Stability of Structures of AS RUz.

Follow this and additional works at: <https://uzjournals.edu.uz/adu>



Part of the [Computer Sciences Commons](#), [Engineering Physics Commons](#), and the [Mathematics Commons](#)

Recommended Citation

Mahkamov, Madaminjon K.; Akhmadjonov, S.S.; and Khujaev, I.K. (2021) "Method of characteristics for solving the problem of gas outflow from an elementary section of a gas pipeline," *Scientific Bulletin. Physical and Mathematical Research*: Vol. 3 : Iss. 1 , Article 13.

DOI: 622.692.4

Available at: <https://uzjournals.edu.uz/adu/vol3/iss1/13>

This Article is brought to you for free and open access by 2030 Uzbekistan Research Online. It has been accepted for inclusion in Scientific Bulletin. Physical and Mathematical Research by an authorized editor of 2030 Uzbekistan Research Online. For more information, please contact sh.erkinov@edu.uz.

Метод характеристик для решения задачи истечения из газа из элементарного участка газопровода

М.К.Махкамов¹, С.С.Ахмаджонов², И.К.Хужаев³

¹Андижанский государственный университет им. З.М. Бабура, Андижан, 170100, Узбекистан

²Андижанский машиностроительный институт, Андижан, 170100, Узбекистан

³Институт механики и сейсмостойкости сооружений имени М.Т. Уразбаева АН РУз, Ташкент, 100125, Узбекистан

Получена 30 марта 2021 г. Принята к печати 20 апреля 2021 г

Аннотация: Разработана модификация метода характеристик для случая, когда первое граничное условие представляется линейной зависимостью от искомых функций. Данная модификация использована при решении задачи в рамках формулы Н.Е. Жуковского об ограниченности скорости истечения газа при решении задач о закачке газа в трубопровод и истечении газа в атмосферу и подходе короткого трубопровода, когда путевое изменение давления газа происходит только под влиянием локальной составляющей силы инерции газа. Получены формулы для четырех разных подобластей для первого условного периода задачи. Показаны пути использования решения для последующих условных периодов. Приведены отдельные разрывные результаты расчетов.

Ключевые слова: гиперболическая система уравнений, метод характеристик, давление, массовый расход, условный период, экспоненциальные законы падения и возрастания давления.

Аннотация: Биринчи чегаравий шарт изланаётган функциялар орасидаги чизикли муносабат билан берилган ҳол учун характеристикалар усулининг модификацияси ишлаб чиқилган. Ушбу модификация Н.Е. Жуковскийнинг газнинг қувурга қамалиши ва оқиб чиқишида тезликнинг чекланганлигига доир формуласи ва қисқа қувур ёндашуви доирасида, босимнинг йўл-йўлакай ўзгариши фақат инерция кучининг локал ташкил этувчисига боғлиқлиги ҳолидаги масалани ечишда фойдаланилган. Масаланинг биринчи шартли даври ичидаги тўрт соҳа учун формулалар олинган. Олинган ечимни кейинги шартли даврлар учун ечим қуришга қўллашнинг йўли кўрсатилган. Узилишли ечимларга доир айрим натижалар келтирилган.

Калит сўзлар: тенгламаларнинг гиперболик системаси, характеристикалар усули, босим, масса сарфи, шартли давр, босимнинг экспоненциал камайиши ва ўсиши қонунлари.

Введение

Многочисленные задачи математической физики решены методом характеристик, когда на границах заданы условия первого, второго и третьего родов [1,2]. В их число входят, в частности, задачи трубопроводной транспортировки сверх- и малосжимаемых сред. При этом квазиодномерные уравнения сохранения массы и импульса линеаризуются и составляют отдельные уравнения телеграфного типа относительно конкретного показателя (расхода, скорости, давления газа) процесса [3,4]. С таким подходом связана традиция формирования краевых условий относительно конкретного показателя. В работе [5] приведен единственный пример краевого условия, где характеристика нагнетателя учитывается в виде пропорциональности разности квадратов давления к квадрату объемного расхода газа, который выходит из-за рамки этой традиции.

Другим примером могут служить задачи пуска газопровода или истечения газа из открытого конца трубопровода, когда образуется скачкообразное изменение давления газа в этом конце участка. Это приводит к неограниченному значению производной давления, которое используется при расчете скорости истечения. В работах Н.Е. Жуковского доказано [4], что значение скорости газа будет ограниченным и составляет $\Delta p = c \rho u$, где Δp – перепад давления; c – скорость малых возмущений в данной газовой среде; ρ, u – плотность и скорость газа.

Для решения задач математической физики разработаны и разрабатываются различные методы: метод характеристик, метод Фурье, метод источниковых функций [1,2], метод контурного интегрирования [4], метод Бубнова-Галеркина [6]. Постепенно развиваются численные методы: метод конечных элементов, метод конечных разностей, метод частиц и крупных частиц и другие [7-17], которые особенно полезны при решении одно- и

многомерных задач с нелинейными уравнениями и краевыми условиями. Разрабатываются более сложные математические и численные модели трубопроводной транспортировки различных сред [18-22], в том числе с учетом теплообмена [23,24].

Ниже формулу Н.Е. Жуковского реализуем при решении задачи применительно проверки пригодности элементарного участка трубопровода к эксплуатации, которая называется процессом опрессовки [18]. При закрытом втором конце участка из первого его конца закачивается газ. Закачка продолжается до того, как среднее давление на участке будет больше на 20% ожидаемого рабочего давления. После этого первый конец участка также закрывается. Если в течении определенного времени (например, 30 минут) давление газа на участке остается постоянным, то участок признается пригодным к эксплуатации и выпускается газ участка газопровода. Итак, в данной работе рассматривается первый и последний этапы процесса опрессовки, когда в нелинейном граничном условии одновременно фигурируют все неизвестные величины.

Материалы

Заданы начальные распределения давления $p(x,0)$ и массового расхода газа $M(x,0)$ (здесь и далее x, t - продольная координата и время; $M = f\rho u$; $f = \pi D^2 / 4$ - площадь поперечного сечения трубопровода). Через штуцер с поперечной площадью S начинается осуществляться закачка или отбор (истечение) газа под внешним давлением $p_H(t)$. На выходе $x=l$ задано путевое изменение давления. Состояние газа на элементарном участке описывается в рамках подхода короткого трубопровода, где не учтены сила сопротивления, сила гравитации и конвективная составляющая силы инерции газа [4,18],

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial p u}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial p u}{\partial t} = 0.$$

Давление и плотность газа в области расчета взаимно пропорциональны: $p(x,t) = c^2 \rho(x,t)$, где c - скорость распространения малых возмущений в газовой среде. Требуется найти решение задачи методом характеристик.

Для этого из представленных уравнений исключим плотность газа и составим систему уравнений относительно давления и массового расхода:

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{c^2}{f} \frac{\partial M}{\partial x} = 0,$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{f} \frac{\partial M}{\partial t} = 0.$$

Начальными условиями служат $p(x,0) = p_0(x)$, $M(x,0) = M_0(x)$, $0 \leq x \leq l$, (3)

первое нелинейное граничное условие, как и уравнения (1) и (2), линеаризуется:

$$p_H(t) - p(0,t) = \alpha M(0,t), \quad 0 \leq t \leq T, \quad (4)$$

второе граничное условие целесообразно представить в виде:

$$\frac{\partial p(l,t)}{\partial x} = \varphi(t), \quad 0 \leq t \leq T. \quad (5)$$

Правую часть условия (5) можно представить в виде $\varphi(t) = -\frac{1}{f} \frac{\partial M(l,t)}{\partial t}$. В нашем случае, в частности, принимается $\varphi(t) = 0$ и $M(l,t) = 0$, что соответствует закрытому концу участка трубопровода.

Полагаем, что $p_0(x)$, $M_0(x)$, $p_H(t)$, $\varphi(t)$ - непрерывно дифференцируемые функции.

Условие (4) можно интерпретировать двояко. Если $p_H (> p_0(x))$ представляет давление нагнетания газа на участок и $\alpha = c/s$ - постоянная, то задача соответствует первому этапу опрессовки. Если $p_H (< p_0(x))$ является атмосферным давлением, то рассматривается третий этап опрессовки. В первом случае имеет место $M(0,t) > 0$, а во втором случае - $M(0,t) < 0$ и значение комплекса $\alpha = c/s$ остается положительным.

Предлагается следующий метод решения задачи.

В системе (1)-(2) произведем замену

$$u(x,t) = p(x,t) + \frac{c}{f} M(x,t), \quad (6)$$

$$v(x,t) = p(x,t) - \frac{c}{f} M(x,t)$$

или

$$p(x,t) = \frac{1}{2} [u(x,t) + v(x,t)],$$

$$M(x,t) = \frac{f}{2c} [u(x,t) - v(x,t)] \quad (7)$$

и получим систему уравнений для искомым $u(x,t)$ и $v(x,t)$:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial t} + c \left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial x} \right) = 0, \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial v}{\partial t} + c \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) = 0. \end{cases} \quad (9)$$

Такой вид системы уравнений (1) и (2) позволяет составить отдельные уравнения относительно новых искомым.

Складывая уравнений (8) и (9) и вычитая их, получим следующие уравнения

$$\frac{\partial u}{\partial t} + c \frac{\partial u}{\partial x} = 0, \quad (10)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} - c \frac{\partial v}{\partial x} = 0. \quad (11)$$

Начальные и граничные условия примут следующий вид

$$u(x,0) = \varphi_1(x), \quad 0 \leq x \leq l, \quad (12)$$

$$v(x,0) = \varphi_2(x), \quad 0 \leq x \leq l, \quad (13)$$

$$K_1 u(0,t) = K_2 v(0,t) + p_H(t), \quad 0 \leq t \leq T, \quad (14)$$

$$\frac{\partial u(l,t)}{\partial x} + \frac{\partial v(l,t)}{\partial x} = 2\varphi(t), \quad 0 \leq t \leq T, \quad (15)$$

где

$$\varphi_1(x) = p_0(x) + \frac{c}{f} M_0(x), \quad \varphi_2(x) = p_0(x) - \frac{c}{f} M_0(x),$$

$$K_1 = \frac{\alpha f}{2c} + \frac{1}{2}, \quad K_2 = \frac{\alpha f}{2c} - \frac{1}{2}$$

Характеристики системы (1), (2) и системы (10), (11) имеют одинаковый вид $x = \pm ct + \text{const}$.

Область D разделим на четыре подобласти D_1, D_2, D_3, D_4 с помощью характеристик $x - ct = 0$ и $x + ct = l$, выходящих соответственно из точек $(0,0)$ и $(l,0)$ (см. рис. 1).

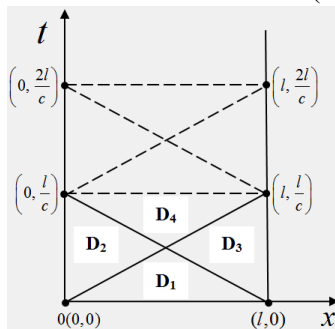


Рис.1. Характеристики, выходящие из концов отрезка.

В подобласти $D_1 \cup D_2$ выполняем интегрирование вдоль характеристики $x + ct = \text{const}$.

Проходящая через точку (x,t) характеристика записывается в виде $\xi + c\eta = x + ct$,

$$\text{откуда следует } \xi = x + c(t - \eta).$$

Вдоль характеристики η функция v , согласно (11), сохраняет свое значение:

$$\frac{d}{d\eta} v[x + c(t - \eta), \eta] = 0.$$

Интегрируя это уравнение по η в пределах от 0 до t , для подобласти $D_1 \cup D_2$ имеем:

$$v(x,t) = v(x + ct, 0) = \varphi_2(x + ct). \quad (16)$$

Вдоль характеристики ξ , согласно уравнению (10), функция u сохраняет свое

$$\text{значение: } \frac{d}{d\xi} u(\xi, \eta) = 0.$$

Отсюда для

$$\text{подобласти } D_1 \cup D_3 \text{ находим } u(x,t) = u(x - ct, 0) = \varphi_1(x - ct). \quad (17)$$

В подобласти $D_2 \cup D_4$ из (10) находим

$$u(x,t) = u\left(0, t - \frac{x}{c}\right) = \frac{1}{K_1} \left[K_2 v\left(0, t - \frac{x}{c}\right) + p_H\left(t - \frac{x}{c}\right) \right]. \quad (18)$$

Значение $v(0,\eta)$ из (16) подставляем в (18) и для подобласти $D_2 \cup D_4$ получим

$$u(x,t) = \frac{1}{K_1} \left[K_2 \varphi_2(ct - x) + p_H\left(t - \frac{x}{c}\right) \right]. \quad (19)$$

Чтобы определить значения функции $v(x,t)$ в подобласти $D_3 \cup D_4$ обратимся к уравнению (9) и с учетом граничных условий (15) при $x=l$ получим

$$\frac{\partial v(l,t)}{\partial t} - \frac{\partial u(l,t)}{\partial t} = 2c\varphi(t). \quad (20)$$

Теперь интегрируем (20) по t в пределах

$$\text{от } 0 \text{ до } t. \text{ Учитывая } \int_0^t \varphi(\eta) d\eta = -M_l(t), \text{ получим}$$

$$v(l,t) - u(l,t) = \varphi_2(l) - \varphi_1(l) - \frac{2c}{f} M_l(t). \quad (21)$$

Значение $u(l,t)$ берем из (17) и подставляем в (21)

$$v(l,t) = \varphi_1(l - ct) + \varphi_2(l) - \varphi_1(l) - \frac{2c}{f} M_l(t) = \Phi(t). \quad (22)$$

Далее, интегрируя (11) вдоль характеристики $x + ct = \text{const}$ по подобласти $D_3 \cup D_4$, с учетом (21) имеем

$$v(x,t) = v(l, \eta_2) = \Phi(\eta_2) = \Phi\left(t - \frac{l-x}{c}\right).$$

Получили решения относительно вспомогательных функций $u(x,t)$ и $v(x,t)$ для

$$t \in \left[0, \frac{l}{c}\right].$$

промежутка времени

Переходим к исходным искомым и представим их в подобластях через функции φ_1 и φ_2 .

В подобласти D_1 :

$$p(x,t) = \frac{1}{2} [\varphi_1(x-ct) + \varphi_2(x+ct)],$$

$$M(x,t) = \frac{f}{2c} [\varphi_1(x-ct) - \varphi_2(x+ct)].$$

В подобласти D_2 :

$$p(x,t) = \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{K_1} [K_2 \varphi_2(ct-x) + p_H\left(t - \frac{x}{c}\right)] + \varphi_2(x+ct) \right\},$$

$$M(x,t) = \frac{f}{2c} \left\{ \frac{1}{K_1} [K_2 \varphi_2(ct-x) + p_H\left(t - \frac{x}{c}\right)] - \varphi_2(x+ct) \right\}.$$

В подобласти D_3 :

$$p(x,t) = \frac{1}{2} (\varphi_1(x-ct) + \varphi_1(2l-x-ct) +$$

$$+ \varphi_2(l) - \varphi_1(l) - \left(\frac{2c}{f} M_l\left(t - \frac{l-x}{c}\right)\right))$$

$$M(x,t) = \frac{f}{2c} (\varphi_1(x-ct) - \varphi_1(2l-x-ct) -$$

$$- \varphi_2(l) + \varphi_1(l) + \frac{2c}{f} M_l\left(t - \frac{l-x}{c}\right)).$$

В подобласти D_4 :

$$p(x,t) = \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{K_1} [K_2 \varphi_2(ct-x) + p_H\left(t - \frac{x}{c}\right)] + \varphi_1(2l-x-ct) + \varphi_2(l) - \varphi_1(l) - \frac{2c}{f} M_l\left(t - \frac{l-x}{c}\right) \right\},$$

$$M(x,t) = \frac{f}{2c} \left\{ \frac{1}{K_1} [K_2 \varphi_2(ct-x) + p_H\left(t - \frac{x}{c}\right)] - \varphi_1(2l-x-ct) - \varphi_2(l) + \varphi_1(l) + \frac{2c}{f} M_l\left(t - \frac{l-x}{c}\right) \right\}.$$

Проверка показывает выполнение всех краевых условий.

Обратимся к верхней границе подобласти D_4 и вычислим значения

$$u\left(x, \frac{l}{c}\right) = \frac{1}{K_1} [K_2 \varphi_2(l-x) + p_H\left(\frac{l-x}{c}\right)].$$

$$v\left(x, \frac{l}{c}\right) = \Phi\left(\frac{x}{c}\right) = \varphi_1(l-x) + \varphi_2(l) - \varphi_1(l) - \frac{2c}{f} M_l\left(\frac{l}{c}\right).$$

Они заменят граничные условия (12) и (13) при решении уравнений (10) и (11) в промежутке

времени $t \in \left[\frac{l}{c}, \frac{2l}{c}\right]$. При этом граничные условия (14) и (15) остаются в силе. Решения, полученные для этого промежутка, позволяют формировать начальные условия для

промежутка времени $t \in \left[\frac{2l}{c}, \frac{3l}{c}\right]$. И т.д. до достижения заранее заданного времени T .

Т. о., получены решения задачи о первом и третьем этапах процесса опрессовки элементарного участка газопровода, полагая выполненными необходимые условия согласования данных в угловых точках (0,0) и (l,0).

Т. о., получены решения задачи о первом и третьем этапах процесса опрессовки элементарного участка газопровода, полагая выполненными необходимые условия согласования данных в угловых точках (0,0) и (l,0).

Обсуждение результатов

Остановимся на конкретной задаче с параметрами $p_H(t) = p_{at}$, $\alpha = c/s$, $M(l,t) = 0$.

Это – истечение газа из входного сечения через штуцер с площадью S при закрытом выходном сечении и $x=l$. Начальные условия учитывают равномерное распределение давления

$p(x,0) = p_0 (> p_{at})$ в покоящейся среде

$M(x,0) = 0$. При этом имеем начальные условия

$$u(x,0) = v(x,0) = p_0,$$

$$t.e. \varphi_1(x) = \varphi_2(x) = p_0.$$

Граничными условиями служат
 $u(0,t) = \frac{K_2 v(0,t) + P_{at}}{K_1}, \frac{\partial u(l,t)}{\partial x} + \frac{\partial v(l,t)}{\partial x} = 0.$

Согласно этим краевым условиям решение

в промежутке $t \in \left[0, \frac{l}{c}\right]$ составляют:

в подобласти D_1 :
 $p(x,t) = p_0, M(x,t) = 0;$

в подобласти D_2 :
 $p(x,t) = \frac{1}{2K_1} \left[\frac{\alpha f}{c} p_0 + P_{at} \right],$

$M(x,t) = \frac{f}{2cK_1} [P_{at} - p_0];$

в подобласти D_3 :
 $p(x,t) = p_0, M(x,t) = 0;$

в подобласти D_4 :
 $p(x,t) = \frac{1}{2K_1} \left(\frac{\alpha f}{c} p_0 + P_{at} \right),$

$M(x,t) = \frac{1}{2cK_1} (-p_0 + P_{at}).$

Из предпоследней формулы находим, что при $t = l/c$ значение давления на участке постоянно и составляет

$$p\left(x, \frac{l}{c}\right) = p_1 = \frac{1}{2K_1} \left(\frac{\alpha f}{c} p_0 + P_{at} \right) = \frac{2s}{2(f+s)} \left(\frac{cf}{cs} p_0 + P_{at} \right) = \frac{fp_0 + sP_{at}}{f+s}.$$

Рассуждая аналогично для промежутков времени

$t \in \left[\frac{(n-1)l}{c}, \frac{nl}{c} \right]$, можно построить рекуррентную зависимость

$$p_n = \frac{p_{n-1} + kp_{at}}{1+k},$$

которая при $k = s/f$ определяет значение давления на участке во времени nl/c в зависимости от значения давления во времени $(n-1)l/c$.

В качестве начального давления брали 5 и 10 МПа, а в качестве k – 0.01 и 0.09. На рис. 2 приведены значения давления в первых двадцати шагах через каждый условный

полупериод l/c , когда по длине трубопровода устанавливается постоянное значение давления.

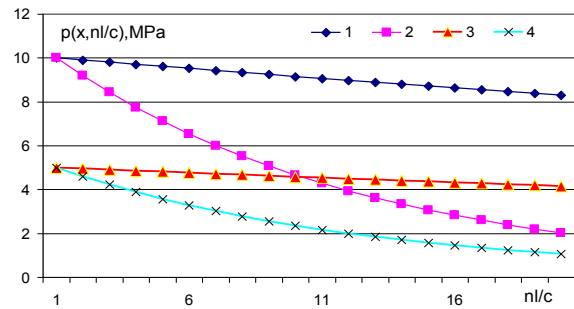


Рис. 2. Изменение давления в области расчета при первых двадцати шагах через интервал времени l/c при истечении газа из участка.

- 1 – $P_0 = 10$ МПа, $k = 0.01$;
- 2 – $P_0 = 10$ МПа, $k = 0.09$;
- 3 – $P_0 = 5$ МПа, $k = 0.01$;
- 4 – $P_0 = 5$ МПа, $k = 0.09$

Быстрое падение давления наблюдается при больше площади штуцера (кривые 2 и 4). А при малых значениях площади штуцера изменение давления кажется линейной. Но графики, построенные для первых ста шагах через каждый условный полупериод (рис. 3), показали, кривые давления имеют экспоненциальный характер. При больших значениях решение стремиться к P_{at} , что в нашем случае составляет 0.1 МПа. Соответственно, изменение функции давления при целых значениях комплекса можно аппроксимировать функцией

$$p\left(x, \frac{ct}{l}\right) = (p_0 - P_{at}) e^{-\frac{ct}{l}} + P_{at}$$

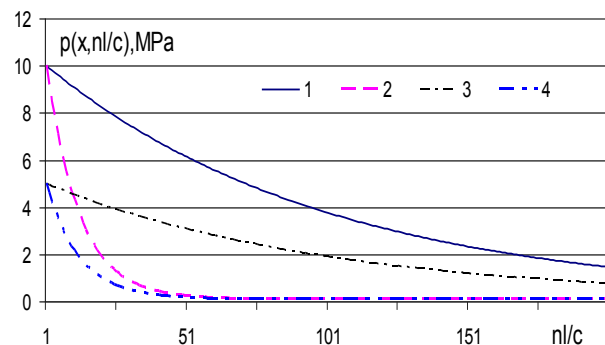


Рис. 3. Изменение давления в области расчета при первых двести шагов через интервал времени l/c при истечении газа из участка. Данные см. рис. 2

На рис. 4 приведены кривые массового расхода при первых двести шагов через интервал времени l/c . Она вычислена по

формуле

$$M_n = \frac{f}{2cK_1} (p_{at} - p_{n-1}) = \frac{\pi D^2 k}{(1+k)c} (p_{at} - p_{n-1}),$$

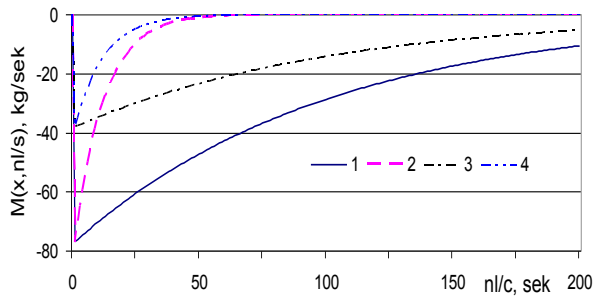


Рис. 4. Изменение массового расхода газа в области расчета при первых двести шагов через интервал времени l/c при истечении газа из участка. Данные см. в рис. 2

что соответствует верхней границе подобласти D_4 после каждого шага через интервал времени l/c . Видно, что процесс начинается из состояния покоя, т.е. начальное распределение массового расхода

равномерное и его значение равно нулю.

Изменения происходят только после $t > 0$.

Средняя скорость газа

$$u(x, t) = \frac{4c^2}{\pi D^2} \frac{M(x, t)}{p(x, t)}$$

в области расчета при первых двести шагов через интервал времени l/c при равномерном распределении значение скорости газа равно нулю. Изменения происходят только после $t > 0$.

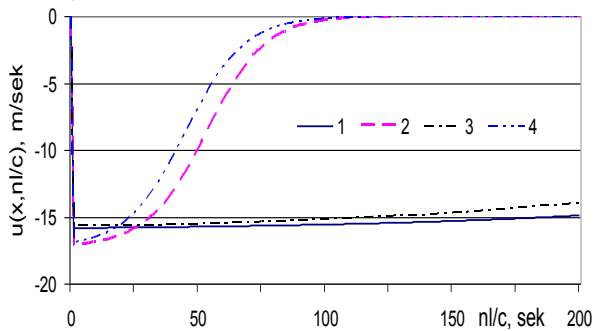


Рис. 5. Изменение средней скорости газа в области расчета при первых двести шагов через интервал времени l/c при истечении газа из участка. Данные см. рис. 2

Средняя скорость газа

$$u(x, t) = \frac{4c^2}{\pi D^2} \frac{M(x, t)}{p(x, t)}$$

в области расчета при первых двести шагов через интервал времени l/c при истечении газа из участка представлена в виде графиков на рис. 5. Как и массовый расход, скорость газа

имеет отрицательное значение, т.к. газ выходит через входное сечение. При большом просвете штуцера процесс протекает быстрее, и скорость потока стремится к нулю.

Выводы

Впервые сформулирована задача о состоянии элементарного участка газопровода с привлечением формулы Н.Е.Жуковского для скорости истечения среды в бесконечное пространство. Уравнения и граничные условия задачи линейризованы с переходом к массовому расходу газа.

Разработана модификация метода характеристик для случая, когда на одной из границ расчетной области между неизвестными установлена линейная зависимость. Данная модификация использована при решении задачи истечения газа в атмосферу из участка с высоким давлением.

Проведенные по полученным аналитическим решениям численные расчеты показали экспоненциальный характер падения давления по времени.

Показали, что массовый расход газа, после снижения скачком, возрастает по экспоненциальному закону и стремится к состоянию покоя. В тоже время полученные результаты показали, что с истечением времени скорость газа на участке стремится к нулю.

Литература:

- [1] Будаков Б.М., Самарский А.А., Тихонов А.Н. *Сборник задач по математической физике* // М.: Наука, 1972. – 678 с.
- [2] Тихонов А.М., Самарский А.А. *Уравнения математической физики*. – М.: Наука, 1977. – 736 с.
- [3] Трофимов, А.С., Кочарян, Э.В., Василенко, В.А. (2003) *Квазилинеаризация уравнений движения газа в трубопроводе* // *Электронный научный журнал «Нефтегазовое дело»*
- [4] Чарный И.А. (1975) *Неуставившееся движение реальной жидкости в трубах*. – Москов: Недра.
- [5] Грачев В.В., Уербаков С.Г., Яковлев Е.И. *Динамика трубопроводных систем*. – М.: Наука, 1987. – 438 с.
- [6] Цой П.В. *Системные методы расчета краевых задач теплопереноса: Прямые и обратные задачи нестационарной теплопроводности и термоупругих напряжений. Гидродинамика и теплообмен в каналах сложного профиля / 3-е изд., перераб. и доп.* – М.: Издательство МЭИ, 2005. – 568 с.
- [7] Krivovichev G.V. A computational approach to the modeling of the glaciation of sea offshore gas pipeline // *International Journal of Heat and Mass Transfer* Volume 115, Part B, December 2017, Pages 1132-1148. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2017.08.117>
- [8] Mohamed Kh., Brahim B., Karim L., Hassan H., Pierri H., Amin B. Experimental and numerical study of an earth-to-air heat exchanger for buildings air refreshment in Marrakech // *Proceedings of BS2015: 14th Conference of Inter-*

- national Building Performance Simulation Association, Hyderabad, India, Dec. 7-9, 2015. – P. 2230-2236.
- [9] Fazlikhani Faezeh, Goudarzi Hossein, Solgi Ebrahim. Numerical analysis of the efficiency of earth to air heat exchange systems in cold and hot-arid climates // *Energy conversion and management*, 2017, №5, T: 148. – P. 78-89.
- [10] Elsharkawy A.M. Efficient methods for calculations of compressibility, density and viscosity of natural gases // *Fluid Phase equilibria* Volume 218, Issue 1, 1 April 2004, Pages 1-13. <https://doi.org/10.1016/j.fluid.2003.02.003>
- [11] Deng Y. et al. A method for simulating the release of natural gas from the rupture of high-pressure pipelines in any terrain // *Journal of Hazardous Materials* Volume 342, 15 January 2018, Pages 418-428. <https://doi.org/10.1016/j.jhazmat.2017.08.053>
- [12] Yuan Q. Study on the restart algorithm for a buried hot oil pipeline based on wavelet collocation method // *International Journal of Heat and Mass Transfer* Volume 125, October 2018, Pages 891-907. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2018.04.127>
- [13] Dorao C.A., Fernandino M. Simulation of transients in natural gas pipelines // *Journal of Natural Gas Science and engineering* Volume 3, Issue 1, March 2011, Pages 349-355. <https://doi.org/10.1016/j.jngse.2011.01.004>
- [14] Enikeev R.D., Nozdin G.A., Chernousov A.A. The Model and the Methods for Numerical Simulation of Wave Action of Real Working Fluids in Pipelines // *Procedia engineering* Volume 176, 2017, Pages 461-470. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2017.02.345>
- [15] Lewandowski A. (1995) *New Numerical Methods For Transient Modeling of Gas Pipeline Networks*. – New Mexico: Pipeline Simulation Interest Group.
- [16] Khujaev, I., Mamadaliev, Kh. An iterative method for solving nonlinear equations of real gas pipeline transport // *AMSD-2019 Journal of Physics: Conference Series* 1441 (2020) 012145 IOP Publishing [doi:10.1088/1742-6596/1441/1/012145](https://doi.org/10.1088/1742-6596/1441/1/012145)
- [17] Махкамов М.К., Бозоров О.Ш., Хужаев И.К. *Конечно-разностный метод расчета газопровода, проложенного по пересеченной местности* // *Scientific Bulletin of the Andijan State University named after Zahiriddin Muhammad Babur: Physical and Mathematical research*. 2020, №1. – С. 77-85.
- [18] Селезнев, В.Э., Алешин, В.В., Прялов, С.Н. (2007) *Современные компьютерные тренажеры в трубопроводном транспорте. Математические методы моделирования и практическое применение* / Под ред. В.Э. Селезнева. – М.: МАКС Пресс
- [19] Эрмолаева Н.Н. (2017) *Математическое моделирование нестационарных неизоэнтальпических процессов в движущихся неизоэнтальпических многофазных средах: Дисс. ... докт. физ.-мат. наук. - СПб, 2017. – 323 с.*
- [20] Xu H., Kong W., Yang F. Decomposition characteristics of natural gas hydrates in hydraulic lifting pipeline // *Natural Gas Industry B* Volume 6, Issue 2, April 2019, Pages 159-167. <https://doi.org/10.1016/j.ngib.2018.07.005>
- [21] Zemenkova M.Yu., Babichev D.A., Zemenkov Yu.D. *Metody sistemnogo analiza v reshenii zadach upravleniya slozhnymi tekhnicheskimi sistemami* // *Neftegazovoe delo*. – 2007. – <http://www.ogbus.ru/authors/Zemenkova/Zemenkova1.pdf>.
- [22] Jang S.P. et al. Numerical study on leakage detection and location in a simple gas pipeline branch using an array of pressure sensors // *J Mech Sci Technol* (2010) 24: 983. <https://doi.org/10.1007/s12206-010-0216-8>
- [23] Ebrahimi-Moghadam A. et al. CFD analysis of natural gas emission from damaged pipelines: Correlation development for leakage estimation // *Journal of Cleaner Production* Volume 199, 20 October 2018, Pages 257-271. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2018.07.127>
- [24] Jang S.P. et al. Numerical study on leakage detection and location in a simple gas pipeline branch using an array of pressure sensors // *J Mech Sci Technol* (2010) 24: 983. <https://doi.org/10.1007/s12206-010-0216-8>

Method of characteristics for solving the problem of gas outflow from an elementary section of a gas pipeline

M.K. Mahkamov¹, S.S. Akhmadjonov²,
I.K. Khujaev³

¹Andijan State University

²Andijan Machine-building Institute,

³Institute Mechanics and Seismic Stability of Structures of AS RUZ.

Abstract. Numerous problems based on equations of hyperbolic type are solved by the method of characteristics when boundary conditions of the first, second and third kinds are set on the boundary. These include, in particular, the problems of pipeline transportation of various media. The quasi-one-dimensional equations of conservation of mass and momentum are linearized and separate equations are drawn up for a specific indicator (flow rate, gas pressure) of the process. This approach is associated with the tradition of forming boundary conditions and solving problems only with respect to a specific indicator, in particular, with respect to pressure, velocity, and flow rate of the medium.

Within the framework of the study, problems were formulated for the first and third stages of testing the operation suitability of an elementary section of a gas pipeline: gas injection into the pipeline and gas outflow from the pipeline into the atmosphere. When modeling these processes, the N.E. Joukowski formula was used on the limited gas outflow rate and the approach of a short pipeline when the directional pressure change is caused only by the local component of the gas inertia force. The problem statement can also be used to study the state of the gas when starting an elementary section of a gas pipeline.

The method of characteristics was used for the first time for the case when a linear relationship between the sought functions holds for one of the boundaries. Formulas were obtained for the sought functions for the first conditional time period, which corresponds to the wave travel time from one end of the section to its other end. It is proposed to use these formulas as solutions in subsequent conditional periods, with new initial conditions obtained at the end of the previous conditional period.

The modified method of characteristics was implemented when solving the problem of gas outflow from a pipeline with constant values of functions at initial and boundary conditions. Despite ensuring the continuity of initial conditions, discontinuous solutions were obtained due to a pressure jump in the inlet section. The results with constant values were obtained at time points multiple of the conditional period.

Calculations were performed for various values of the initial pressure and the ratio of the flow choke area to the cross-sectional area of the pipeline.

Numerical calculations showed that the pressure jumps over time at the points of the computational domain have a stepwise character. With time, the jumps decrease in size, and, according to the results obtained, the average pressure value in the section over time decreases exponentially.

It was revealed that the gas mass flow rate first decreases by jumps to a certain value, and then increases over time by an exponential law and tends to a state of rest.

The results obtained showed that with time, the gas velocity in the section also tends to zero. The gas velocity, as well as the gas mass flow rate, at the points of the computational domain (except for the closed end of the section), changes over time by jumps, which become shorter with time.

The analytical solution to the problem obtained allows us to consider the cases of variable functions at initial and boundary conditions, and the case when a temporary change in pressure is given at the inlet, and the gas is injected or outflowed into the infinite space of the atmosphere through the finite section.

Keywords: hyperbolic system of equations, method of characteristics, pressure, mass flow rate, conditional period, exponential laws of pressure drop and increase.

Сведения об авторах

Махкамов Мадаминжон Комилович – кандидат технических наук, доцент. Андиганский государственный университет, проректор.

E-mail: mailuzbek@umail.uz

Тел: +998905481417

Ахмаджонов Сарварбек Содикович – Андиганский машиностроительный институт, докторант

E-mail: s.axmadjonov1990@mail.ru

Тел: +998941082779

Хуржаев Исматулла Кушаевич – доктор технических наук, профессор, институт

механика и сейсмостойкости сооружений им М.Т. Уразбаева, ведущий научный сотрудник,

E-mail: i.k.hujaev@mail.ru

Тел: +998903457061