Scientific journal of the Fergana State University

Volume 1 *Scientific journal of the Fergana State University № 6/2018* Article 2

1-10-2019

Application of the mathematics statistics analysis method to one task

E. MADRAHIMOV
Ferghana State University, Ferghana, Murabbiylar 19, fdujournal@fdu.uz

M. MIRZAKARIMOVA
Fergana state university, Ferghana, str,Murabbiylar 19, fdujournal@fdu.uz

SHUKHRATOV
Fergana state university, Ferghana, str,Murabbiylar 19, fdujournal@fdu.uz

МАТЕМАТИКА

УДК: 519.21

МАТЕМАТИК СТАТИСТИКА ТАҲЛИЛ ҚИЛИШ УСУЛИНИНГ БИР МАСАЛАГА ТАТБИҒИ

Э.Мадраҳимов, М.Мирзакаримова

Аннотация

Мақолада ўтказилган тажриба асосида олинган статистик маълумотларни таҳлил қилиш ва бу маълумотлар асосида статистик гипотезаларни текшириш масаласи ўрганилган.

Аннотация

В статье изучены вопросы анализа статистических данных, полученных во время проведенного опыта и проверки статистических гипотез на основе этих данных.

Annotation

In this article the questions of analysis statistic data obtained by experiment and checking statistical hypotheses on the bases of this statistical data are studied.

Таянч сўз ва иборалар: *боғлиқлик, корреляцион боғлиқлик, ўртача қиймат, ўртача квадратик четланиш, трансрегрессия миқдори, Фишер мезони, Стьюдент мезони, χ^2 –хи квадрат мезони, гипотеза, қийматдорлик даражаси.*

Ключевые слова и выражения: *зависимость, корреляционная зависимость, среднее значение, среднее квадратическое отклонение, количество трансрегрессии, критерий Фишера, критерий Стьюдента, критерий квадрата χ^2 –хи, гипотеза, степень значимости.*

Keywords and expressions: *addiction, correlation dependence, average value, mean square deviation, amount of transgression, Fisher's criterion, Student's criterion, χ^2 –chi square ceiterion, hypothesis, degree of significance.*

Мақолада статистик гипотезаларни текшириш масаласининг конкрет бир масалага татбиқи ҳақида фикр юритилади.

Бироқ бир тадқиқот ўтказилгандан сўнг олинган маълумотлар кундаликда ёки махсус ҳужжатларда қайд қилинади. Бу олинган натижаларни таҳлил қилиш ва системалаштириш учун улар жадвал, турли диаграмма, расм ва бошқа кўргазмали шакллар орқали тасвирланади. Мазкур олинган маълумотларни умумлаштириш ва бошқа фактлар билан солиштиришда математик статистика усуллари муҳим аҳамиятга эгадир.

Тадқиқотчи учун энг муҳим фактлардан бири – объектнинг бир-бири билан ўзаро боғланганлиги масаласини аниқлашдан иборат. Масалан, талабалардан олинган оғзаки ва ёзма назоратлар ўртасидаги боғлиқликни олсак, бу масала математик статистикада қуйидагича ифодаланади: X ва Y бош тўплам статистик боғланган ёки ўзаро боғланмаган бўлиши мумкин, деган масалани ҳал қилишга олиб келади.

Хусусий ҳолда статистик боғланган миқдорлардан бирининг ўзгариши иккинчисининг ўртача қийматининг ўзгаришига сабаб бўлиши мумкин, бу ҳолда статистик боғланиш корреляцион боғланиш, дейилади.

Тадқиқот мақсади талабаларни алгебра ва сонлар назарияси фанидан ўтказилган ёзма иш ва тест назоратлари ўртасида ўзаро боғлиқлик бор ёки йўқлигини аниқлашдан иборат эди. Юқоридаги мулоҳазаларни асослаш учун қуйидаги тажрибани ўтказамиз.

Бунинг учун Фарғона давлат университети физика-математика факультетида 2016-2017 ўқув йилининг II ярим йиллиги бўйича 16.01, 16.02, 16.03- гуруҳларининг алгебра ва сонлар назарияси фанидан ўзлаштириш кўрсаткичларини асос қилиб оламиз.

62 нафар талабадан иборат гуруҳларда 2 хил назорат ўтказилди. Бунда қийинлик даражаси бир хил бўлган 4 хил вариант ва ҳар бир вариантда 5 тадан мисол бўлган ёзма назорат иши ҳамда қийинлик даражаси бир хил бўлган, ҳар бирида 20 тадан тест топшириғи бўлган 4 хил вариантдаги тест назорати ўтказилди.

Бу ерда тест топшириғининг ҳар бир тўғри жавобига 1 баллдан (5%), ёзма иш вариантидаги ҳар бир тўғри ечилган мисол учун 6 балл (20%) беришга қарор қилиниб, баҳолаш мезони қуйидагича этиб белгиланди:

Э.Мадраҳимов *– ФарДУ доценти, физика-математика фанлари номзоди.*
М.Мирзакаримова *– ФарДУ ўқитувчиси.*

Тест топшириғини баҳолаш мезони:

Баҳо	Қониқарсиз "2"	Қониқарли "3"	Яхши "4"	Аъло "5"
Баллар оралиғи	0-10	11-13	14-16	17-20

Ёзма назорат ишини баҳолаш мезони

Баҳо	Қониқарсиз "2"	Қониқарли "3"	Яхши "4"	Аъло "5"
Баллар оралиғи	0-16	17-21	22-25	26-30
Тўғри ишланган мисоллар	0-2	3-4	4-5	4-6

Гуруҳдаги ёзма иш натижаларини x_i , тест натижаларини y_i билан ҳамда уларга мос келувчи частоталарни n_i ва m_j лар билан белгилаймиз.

Танланма ҳажмлари ёзма иш назоратида $n = 59$ (3 нафар талаба назоратда қатнашмади), тест назоратда $m = 62$ бўлган қуйидаги частоталар тақсимотига эга бўламиз:

x_i	10	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	26
y_i	0	2	3	4	5	9	7	8	6	7	3	2	0	2	1

$$n = 59$$

y_i	11	12	14	15	16	17	18	19	20
m_i	5	9	3	9	13	13	8	1	1

$$m = 62$$

Энди мезонни қўлланиш учун зарур бўлган ҳисоблашларни бажарамиз:

$$\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} n_i x_i; \qquad \overline{y} = \frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m} m_i y_i$$

$$\overline{x} = \frac{12\cdot 2 + 13\cdot 3 + 14\cdot 4 + 15\cdot 5 + 16\cdot 9 + 17\cdot 7 + 18\cdot 8 + 19\cdot 6 + 20\cdot 7 + 21\cdot 3 +}{59}$$

$$+\frac{22\cdot 2 + 24\cdot 2 + 26\cdot 1}{59} = \frac{1036}{59} \approx 18$$

$$\overline{y} = \frac{11\cdot 5 + 12\cdot 9 + 14\cdot 3 + 15\cdot 9 + 16\cdot 13 + 17\cdot 13 + 18\cdot 8 + 19\cdot 1 + 20\cdot 1}{62} = \frac{952}{62} \approx 15$$

ҳисоблаш натижаларига асосан $\overline{x} = 18,\ \overline{y} = 15$.

Шундай қилиб, ўзлаштириш фоизи ёзма иш ва тест топшириқлари учун мос равишда 30 ва 25 фоизни ташкил этди.

Булар учун трансрегрессия миқдори

$$\sigma = \overline{x} - \overline{y} = 18 - 15 = 3 \text{ (фоизда 12\%)}$$

Энди ҳар иккала назорат ишида аниқлилик кўрсатикичининг ўртачаларини

$$C_{s_x} = \frac{S_{\overline{x}}}{\overline{x}}\cdot 100\% \quad \text{ва} \quad C_{s_y} = \frac{S_{\overline{y}}}{\overline{y}}\cdot 100\%,$$

https://uzjournals.edu.uz/fdu/vol1/iss6/2
DOI: 519.21

формулалар билан ҳисоблаймиз, бу ердаги $S_{\bar{x}}$ ва $S_{\bar{y}}$ ўртача хатоликлар, деб аталиб,

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{S_x^2}{n}}, \qquad S_{\bar{y}} = \sqrt{\frac{S_y^2}{m}}$$

формулалар орқали топилади. Уларни ҳисобласак:

$$S_x^2 = \frac{1}{59}\Big[(17-12)^2 \cdot 2 + (17-13)^2 \cdot 3 + (17-14)^2 \cdot 4 + (17-15)^2 + 5 +$$
$$+(17-16)^2 \cdot 9 + (17-19)^2 \cdot 7 + (17-18)^2 \cdot 8 + (17-19)^2 \cdot 6 +$$
$$+(17-20)^2 \cdot 7 + (17-21)^2 \cdot 3 + (17-22)^2 \cdot 2 + (17-24)^2 \cdot 2 + (17-26)^2 + 1] =$$
$$= \frac{1}{59}[5^2 \cdot 2 + 4^2 \cdot 3 + 3^2 + 4 + 2^2 \cdot 5 + 1^2 \cdot 9 + 0^2 \cdot 7 + 1^2 \cdot 8 + 2^2 \cdot 6 + 3^2 \cdot 7 + 4^2 \cdot 3 +$$
$$+5^2 \cdot 2 + 7^2 \cdot 2 + 9^2 \cdot 1] = \frac{1}{59}[50 + 48 + 36 + 20 + 9 + 10 + 8 + 24 + 63 +$$
$$+48 + 50 + 98 + 81] = \frac{1}{59} \cdot 535 \approx 9,06$$

$$S_y^2 = \frac{1}{62}[(15-11)^2 \cdot 5 + (15-12)^2 \cdot 9 + (15-14)^2 \cdot 3 +$$
$$+(15-15)^2 \cdot 9 + (15-16)^2 \cdot 13 + (15-17)^2 \cdot 13 + (15-18)^2 \cdot 8 +$$
$$+(15-19)^2 \cdot 1 + (15-20)^2 \cdot 1] = \frac{1}{62}[4^2 \cdot 5 + 3^2 \cdot 9 + 1^2 \cdot 3 +$$
$$+0^2 \cdot 9 + 1^2 \cdot 13 + 2^2 \cdot 13 + 3^2 \cdot 8 + 4^2 \cdot 1 + 5^2 \cdot 1] = \frac{1}{62}[80 + 81 + 3 + 0 +$$
$$+13 + 52 + 72 + 16 + 25] = \frac{1}{62} \cdot 341 = 5,5$$

келиб чиқади.

Шундай қилиб, $S_x^2 = 9,06$, $S_y^2 = 5,5$ бўлиб, стандарт хатоликлар мос ҳолда

$$S_x = \sqrt{9,06} \approx 3, \quad S_y = \sqrt{5,5} \approx 2,34$$

ўртача хатоликлар эса

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{9,06}{59}} = \sqrt{0,153} \approx 0,3911;$$

$$S_{\bar{y}} = \sqrt{\frac{5,5}{62}} = \sqrt{0,088} \approx 0,2966$$

бўлади. Ўртачаларнинг аниқлилик кўрсаткичлари

$$C_{S_x} = \frac{0,3911}{17} \cdot 100\% = 2,3005\%$$

$$C_{S_y} = \frac{0,2966}{15} \cdot 100\% = 1,9773\%$$

кўриниб турибдики $C_{S_x} > C_{S_y}$.

Юқорида олинган натижалар асосида чиқарилган хулосаларни қанчалик ҳақиқатга мувофиқлилигини кенг тарқалган Фишер, Стьюдент ва χ^2 (хи-квадрат) мезонлари орқали текшириб чиқамиз.

I. Фишер мезони бўйича бош танланма дисперсиялари тенглиги ҳақидаги гипотезанинг тўғри ёки нотўғрилигини текшириб чиқамиз.

$H_0 : \sigma_1 = \sigma_2$ асосий гипотеза,

$H_1 : \sigma_1 \neq \sigma_2$ муқобил гипотеза.

Фишер мезони бўйича $F_{кузат}$ нинг қийматини ҳисоблаймиз:

$$F_{кузат} \frac{S_x^2}{S_y^2} = \frac{9,06}{5,5} = 1,647$$

F – тақсимот квантил жадвали бўйича қийматдорлик даражаси $\alpha = 0,05,\ \ k_1 = n - 1 = 59 - 1 = 58$, $k_2 = m - 1 = 62 - 1 = 61$ бўлиб, Фишер-Снедокор жадвалидан

$$F_{кр} = F(58, 61; 0,05) = 1,65$$

Равшанки, $F_{куз} < F_{кр}$, шу сабабли H_0 – асосий гипотеза қабул қилинади, яъни бу эса ёзма иш ва тест назоратидаги ўртача ўзлаштириш кўрсаткичларининг Г.Фишер мезонига асосан деярли фарқи йўқ, деган хулоса ўринли эканлигини тасдиқлайди.

II. Стьюдент мезони бўйича бош танланма ўртачаларининг тенглиги ҳақидаги гипотезанинг тўғри ва нотўғри эканлигини текширамиз.

$H_0 : a_1 = a_2$ асосий гипотеза

$H_1 : a_1 \neq a_2$ муқобил гипотеза

Бу ҳолда

$$T_{кузат} = \frac{|\overline{x} - \overline{y}|}{\sqrt{\frac{S_x^2}{n} + \frac{S_y^2}{m}}} = \frac{|18 - 15|}{\sqrt{\frac{9,06}{59} + \frac{5,5}{62}}} = \frac{3}{\sqrt{0,1536 + 0,0887}} =$$

$$= \frac{3}{\sqrt{0,2423}} = \frac{3}{0,49} = 6,12$$

Озодлик даражасини эса қуйидаги формула бўйича топамиз:

$$k = \frac{\left(\frac{S_x^2}{n} + \frac{S_y^2}{m}\right)}{\frac{(S_x^2/n)^2}{n-1} + \frac{(S_y^2/m)^2}{m-1}} = \frac{\left(\frac{9,06}{59} + \frac{5,5}{62}\right)}{\frac{\left(\frac{9,06}{59}\right)^2}{58} + \frac{\left(\frac{5,5}{62}\right)^2}{61}} =$$

$$= \frac{(0,1536 + 0,0887)^2}{\frac{0,1536^2}{58} + \frac{0,0887^2}{61}} = \frac{0,2423^2}{\frac{0,0236}{58} + \frac{0,0079}{61}} =$$

https://uzjournals.edu.uz/fdu/vol1/iss6/2
DOI: 519.21

$$=\frac{0,0587}{0,0004+0,0001}=\frac{0,0587}{0,0005}=117,4\approx 117$$

Озодлик даражаси 117 ва $\alpha=0,05$ қийматдорлик даражаси орқали Стьюдент жадвалидан $F_{kp}=F_{kp}(117;0,05)=0,19$ га эга бўламиз.

Бизнинг фикримизча, ёзма иш вариантларининг ҳар бир талабага алоҳида эканлиги ва қийинчилик даражаларининг турли эканлиги таъсир қилган.

Демак, $T_{кузат}>T_{кр}$ бўлганлиги сабабли, Стьюдент мезони бўйича H_0 асосий гипотеза рад этилади, яъни ёзма иш ва тест назоратидаги ўртача ўзлаштириш кўрсаткичи деярли бир хил, деган хулоса келиб чиқмайди.

III. Тест натижаларини баҳоларга нисбатан категорияларга ажратиб, бош танланмадан олинган $n=59$ ва $m=62$ ҳажмли танланмалар учун χ^2 (хи-квадрат) статистик мезонни қўлланамиз.

1-категория – ҳар иккала назоратда “қониқарсиз” баҳо олган талаблар сони;
2-категория – ҳар иккала назоратда “қониқарли” баҳо олган талабалар сони;
3-категория – ҳар иккала назоратда “яхши” баҳо олган талабалар сони;
4-категория – ҳар иккала назоратда “аъло” баҳо олган талабалар сони.

Натижаларни жадвалга жойлаштирамиз:

Назорат турлари	Талабалар сони	1-категория қониқарсиз “2”	2-категория “қониқарли” “3”	3-категория яхши “4”	4-категория аъло “5”
Ёзма иш	$n=59$	$Q_{12}=23$	$Q_{13}=31$	$Q_{14}=4$	$Q_{15}=1$
Тест топшириғи	$m=62$	$Q_{22}=5$	$Q_{23}=9$	$Q_{24}=25$	$Q_{25}=23$

Бу ерда:

Q_{1i} – ёзма иш назоратида $i(2,3,4,5)$ баҳо олган талабалар сони;

Q_{2i} – тест назоратида $i(2,3,4,5)$ баҳо олган талабалар сони;

P_{1i} – $(i=2,3,4,5)$ – ёзма иш назоратида талабаларнинг топшириқларни i – баҳога бажариш эҳтимоллигини ифодаласин.

P_{2i} – $(i=2,3,4,5)$ – тест назоратидаги талабаларнинг тест топшириқларини i - баҳога бажариш эҳтимоллигини ифодаласин.

Барча категориялар учун:

$$H_0 : P_{1i}=P_{2i} \quad \text{асосий гипотеза}$$

ҳеч бўлмаганда тўрттала категориянинг биттаси учун

$$H_1 : P_{1i}\neq P_{2i} \quad \text{муқобил гипотеза,}$$

деб қабул этайлик.

Қоидага асосан

χ^2 – мезоннинг кузатиш қийматларини қуйидаги формула бўйича ҳисоблаймиз:

$$\chi^2_{кузат}=\frac{1}{n\cdot m}\sum_{i=2}^{5}\frac{(nQ_{2i}-mQ_{1i})}{Q_{1i}+Q_{2i}}=\frac{1}{59\cdot 62}\left[\frac{(59\cdot 5-62\cdot 23)^2}{5+23}+\right.$$

$$\left.+\frac{(59\cdot 9+62\cdot 31)^2}{9+31}+\frac{(59\cdot 25-62\cdot 4)^2}{25+4}+\frac{(59\cdot 23-62\cdot 1)^2}{23+1}\right]=$$

$$=\frac{1}{59\cdot 62}\left[\frac{(295-1426)^2}{28}+\frac{(531-1922)^2}{40}+\frac{(1475-248)^2}{29}+\frac{(1357-62)^2}{24}\right]=$$

$$=\frac{1}{59\cdot 62}\left[\frac{1131^2}{28}+\frac{1391^2}{40}+\frac{1227^2}{29}+\frac{1295^2}{24}\right]=\frac{1}{59\cdot 62}\left[\frac{1279161}{28}+\right.$$

$$\left.+\frac{1934881}{40}+\frac{1505529}{29}+\frac{1677025}{24}\right]=\frac{1}{59\cdot 62}[45684,4+48372,02+$$

$$+51914,8+69876,04]=\frac{1}{3658}\cdot 215847,26=59,007$$

Қийматдорлик даражаси сифатида *α=0,05* ва озодлик даражаси *v=4-1=3* бўлгани учун χ^2 жадвалдан $\chi^2_{кр}=\chi^2_{кр}(3;0,05)$ ни топамиз.

Демак, $\chi^2_{кузат}<\chi^2_{кр}$ бўлганлиги сабабли, H_0 – асосий гипотеза қабул қилинади. Демак, бу эса χ^2 мезон бўйича барча категориялар учун ёзма иш ва тест назоратида талабалар олган баҳолар эҳтимоллиги деярли асосли эканлигини тасдиқлайди.

Шундай қилиб, ёзма иш ва тест назоратида талабаларнинг олган балларини қанчалик ҳақиқатга мувофиқлилигини кенг тарқалган Фишер, Стьюдент ва χ^2 (хи-квадрат) мезонлари орқали текшириб чиқдик. Бизнинг фикримизча, хулосаларнинг турлича чиқишига айрим сабабларга кўра назорат ишларида қатнаша олмаган талабалар таъсир кўрсатган.

Адабиётлар:

1. Лихолетов Н.Н. Высшая математика: теория вероятностей и математическая статистика. -Минск, 1976.
2. Семёнов В.А. Теория вероятностей и математическая статистика. -М.,2013.

(Тақризчи: А.Ўринов – физика-математика фанлари доктори, профессор).

https://uzjournals.edu.uz/fdu/vol1/iss6/2
DOI: 519.21