Scientific reports of Bukhara State University

Volume 4
Issue 1 *BSU 2020 issue 1*

Article 3

2-25-2020

REGULARIZED FREDHOLM DETERMINANT CORRESPONDING TO A FAMILY OF 3▯3 OPERATOR MATRICES

Nargiza Tosheva Axmedovna
BSU, teacher

$$\varepsilon_i\varepsilon_j = \varepsilon_j\varepsilon_i, \text{ если } |i-j| \geq 2, \text{ где } \beta \geq 1.$$

Тогда, либо $\beta = 4\cos^2\frac{\pi}{q}$, для некоторого целого $q \geq 3$, либо $\beta \geq 4$.

Отсюда получим следующий основной результат работы.

Теорема 3. Пусть M - конечный фактор, α - инволютивный *-антиавтоморфизм на алгебре *M*. Если N - подфактор M с $\alpha(N) \subset N$ и $[(M,\alpha):(N,\alpha)] < \infty$, тогда

либо $[(M,\alpha):(N,\alpha)] = 4\cos^2\frac{\pi}{q}$ (для некоторого целого $q \geq 3$),

либо $[(M,\alpha):(N,\alpha)] \geq 4$.

Доказательство теоремы 3 следует из теорем 1 и 2.

ЛИТЕРАТУРА

1. Albeverio S., Ayupov Sh. A., Rakhimov A. A., Dadakhodjaev R. A. On Jones' Index for Real W-algebras. Eurasian Math. J., 1:4 (2010). P. 5-19.*

2. Рахимов А.А., Болтаев Х.Х., Примеры индексов вещественных W-подалгебр комплексного фактора типа I_n. узб.мат.журнал. 2011. - № 4. – С. 168-170.*

3. Usmanov Sh.M. Operator-value weights on real W-algebras and reversible JW-algebras. Sbornik Mathematics, 1999, 190:10, 1505-1522.*

4. Li Bing-Ren. Introduction to operator algebras, World Sci. Pub. Co. Pte. Ltd. 1992. – 738 p.

УДК: 517.984

3×3 ОПЕРАТОРЛИ МАТРИЦАЛАР ОИЛАСИГА МОС РЕГУЛЯРЛАШТИРИЛГАН ФРЕДГОЛЬМ ДЕТЕРМИНАНТИ

РЕГУЛЯРИЗОВАННЫЙ ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ ФРЕДГОЛЬМА СООТВЕТСТВУЮЩИЙ СЕМЕЙСТВЕ 3×3-ОПЕРАТОРНЫХ МАТРИЦ

REGULARIZED FREDHOLM DETERMINANT CORRESPONDING TO A FAMILY OF 3×3 OPERATOR MATRICES

Тошева Наргиза Ахмедовна
преп. БухГУ

Аннотация. *Мақолада d ўлчамли Z^d панжарада кўпи билан учта заррачалар система Гамильтонианига мос келувчи $H(K)$, $K \in (-\pi;\pi]^d$ -3×3 операторли матрицалар оиласи қаралади. Ноллари тўпламии $H(K)$ операторнинг дискрет спектри билан устма-уст тушувчи регулярлаштирилган Фредгольм детерминанти қурилган.*

Таянч сўзлар: *Фредгольм детерминанти ва минори, операторли матрица, йўқотиш ва пайдо қилиш операторлари, алгебраик тўлдирувчи, Фаддеев тенгламаси, Фредгольм теоремаси.*

Аннотация. *В работе рассматривается семейство 3×3 операторных матриц $H(K)$, $K \in (-\pi;\pi]^d$, ассоцированный гамильтонианом системы с не более чем тремя частицами на d-мерной решетке Z^d Построен регуляризованный определитель Фредгольма, множество нулей которого является дискретным спектром оператора $H(K)$.*

Ключевые слова: *определитель и минор Фредгольма, операторная матрица, операторы уничтожения и рождения, алгебраическое дополнение, уравнения Фаддеева, теорема Фредгольма.*

Annotation. *In the paper a family* $H(K)$, $K \in (-\pi;\pi]^d$ *of* 3×3 *operator matrices associated with the Hamiltonian of a system of three non conserved number of particles on a* d *-dimensional lattice* Z^d *is considered. Regularized Fredholm determinant whose set of zeros coisides with the discrete spectrum of the operator* $H(K)$ *is constructed.*

Key words: *Fredholnis determinant and minor, operator matrix, annihilation and creation operators, algebraic complement, Faddeev's equation, Fredholm's theorem.*

Введение. Изучение спектральных свойств, в частности, определителя Фредгольма, множество нулей которого совпадает с дискретном спектром гамильтонианов с несохраняющимся ограниченным числом квазичастиц на непрерывном пространстве и на решетке играет важную роль в задачах физики твердого тела [2], квантовой теории поля [3] и статистической физики [4]. Системы с несохраняющимся ограниченным числом частиц на непрерывном пространстве рассмотрены в [5,1]. Обычно, такие операторы действуют в прямой сумме гильбертовых пространств и имеют блочно-операторную структуру [5].

В настоящей работе рассматривается семейства 3×3-операторных матриц $H(K)$, $K \in (-\pi;\pi]^d$, ассоцированный гамильтонианом системы с не более чем тремя частицами на d-мерной решетке Z^d. Это семейства действует в так называемом трехчастичном обрезанноем подпространстве бозонного пространства Фока. Получены следующие результаты: описано местоположение существенного спектра оператора $H(K)$; построены разные варианты уравнение Фаддеева для собственных функций оператора $H(K)$; найден регуляризованный определитель Фредгольма, нули которого совпадает с изолированными конечнократными собственными значениями оператора $H(K)$. При доказательстве основных результатов использованы методы линейной алгебры и функционального анализа.

2. Семейства 3×3-операторных матриц и его существенный спектр. Пусть $T^d :\equiv (-\pi;\pi]^d$ - d - мерный тор, $H_0 := C$ - одномерное комплексное пространство, $H_1 := L_2(T^d)$ - гильбертова пространство квадратично-интегрируемых (комплексно-значных) функций, определенных на T^d, а $H_2 := L_2^{sym}((T^d)^2)$ - гильбертова пространство квадратично-интегрируемых (комплексно-значных) симметричных функций, определенных на $(T^d)^2$ и $H := H_0 \oplus H_1 \oplus H_2$. Пространство H называется трехчастичное обрезанное подпространство пространство Фока.

Рассмотрим семейство 3×3-операторных матриц

$$H(K) := \begin{pmatrix} H_{00}(K) & H_{01} & 0 \\ H_{01}^* & H_{11}(K) & H_{12} \\ 0 & H_{12}^* & H_{22}(K) \end{pmatrix} : H \to H, \ K \in T^d, \quad (1)$$

с матричными элементами

$$H_{00}(K) f_0 = \omega_0(K) f_0, \ H_{01} f_1 = \int_{T^d} v(t)\, f_1(t) dt,$$

$$(H_{11}(K) f_1)(p) = \omega_1(K;p) f_1(p), \ (H_{12} f_2)(p) = \int_{T^d} v(t)\, f_2(p,t) dt,$$

$$(H_{22}(K) f_2)(p,q) = \omega_2(K;p,q) f_2(p,q), \ f_i \in H_i, \ i = 0,1,2.$$

Здесь $\omega_0(\cdot)$; $v(\cdot)$; $\omega_1(\cdot;\cdot)$ и $\omega_2(\cdot;\cdot,\cdot)$ вещественно-значные непрерывные функции на T^d; $(T^d)^2$ и $(T^d)^3$, соответственно. Причем, при каждом фиксированном $K \in T^d$ функция $\omega_2(K;\cdot,\cdot)$ есть симметричная функция, т.е. $\omega_2(K;p,q) = \omega_2(K;q,p)$ для любых $p,q \in T^d$. В этих предположениях блочно-операторная матрица $H(K)$ является ограниченной и самосопряженной в H.

В математической физике операторов H_{01}, H_{12} называют операторами уничтожения, а операторы H_{01}^*, H_{12}^* называются операторами рождения.

В этих предположениях блочно-операторная матрица $H(K)$ является ограниченным и самосопряженным в H.

Обозначим через $\sigma(\cdot), \sigma_{ess}(\cdot)$ и $\sigma_{disc}(\cdot)$, соответствено, спектр, существенный спектр и дискретный спектр ограниченного самосопряженного оператора.

При каждом фиксированном $K, p \in T^d$ определим регулярную в области $C \setminus [e_K(p); E_K(p)]$ функцию

$$\Delta_K(p;z) := \omega_1(K;p) - z - \frac{1}{2}\int_{T^d} \frac{v^2(t)\, dt}{\omega_2(K;p,t) - z}$$

где числа $e_K(p)$ и $E_K(p)$ определяются по равенствам

$$e_K(p) := \min_{q \in T^d} \omega_2(K;p,q),\ E_K(p) := \max_{q \in T^d} \omega_2(K;p,q),$$

Пусть Λ_K - множество тех точек $z \in C$, для которых равенство $\Delta_K(p;z) = 0$ имеет место хотя бы для одной $p \in T^d$ и

$$m_K := \min_{p,q \in T^d} \omega_2(K;p,q),\ M_K := \max_{p,q \in T^d} \omega_2(K;p,q).$$

Следующая теорема описывает местоположение существенного спектра оператора $H(K)$, см [Nano].

Теорема 1. *Существенный спектр* $\sigma_{ess}(H(K))$ *оператора* $H(K)$ *совпадает с множеством* $\Sigma_K := \Lambda_K \cup [m_K; M_K]$, *т.е. имеет место равенство* $\sigma_{ess}(H(K)) = \Sigma_K$.

Теперь введем новые подмножества существенного спектра оператора $H(K)$: множества Λ_K и $[m_K; M_K]$ называются двухчастичными и трехчастичными ветвями существенного спектра оператора $H(K)$, соответственно.

3. Разные варианты уравнения Фаддеева. При каждом $K \in T^d$ и $z \in C \setminus \Sigma_K$ вводим блочно-операторную матрицу $T(K;z)$, действующую в пространстве $H_0 \oplus H_1$ как

$$T(K;z) := \begin{pmatrix} T_{00}(K;z) & T_{01}(K;z) \\ T_{10}(K;z) & T_{11}(K;z) \end{pmatrix},$$

где операторы $T_{ij}(K;z): H_j \to H_i,\ i,j = 0,1,\ z \in C \setminus \Sigma_K$ определяются равенствами

$$T_{00}(K;z) g_0 = (1 + z - \omega_0(K)) g_0,\ T_{01}(K;z) g_1 = \int_{T^d} v(t) g_1(t)\, dt;$$

$$(T_{10}(K;z) g_0)(p) = -\frac{v(p) g_0}{\Delta_K(p;z)},\ (T_{11}(K;z) g_1)(p) = \frac{v(p)}{2\Delta_K(p;z)} \int_{T^d} \frac{v(t) g_1(t) dt}{\omega_2(K;p,t) - z}$$

Здесь $g_i \in H_i, i = 0,1$.

Следующая теорема устанавливает связь между собственными значениями операторов $H(K)$ и $T(K;z)$.

Теорема 2. *Число* $z \in C \setminus \Sigma_K$ *является собственным значением оператора* $H(K)$ *тогда и только тогда, когда оператор* $T(K;z)$ *имеет собственное значение, равное единице, и их кратности совпадают.*

Отметим, что операторное уравнение $T(K;z) g = g$ обычно называется аналогом уравнения Фаддеева для собственных функций оператора $H(K)$.

Пусть I - единичный оператор в $L_2(T^d)$, $\Delta_{11}(K,z)$ и $D_{11}(K,x,,y;z)$ -соответственно определитель и минор Фредгольма оператора $I - T_{11}(K;z)$.

Пусть $\hat{T}_{11}(K,z)$, $z \neq \omega_0(K)$ интегралный оператор в $L_2(T^d)$ с ядром

$$\hat{t}_{11}(K,p,q;z) := t_{11}(K,p,q;z) + \varphi_K(p)v(q),$$

где вспомогательная функция $\varphi_K(\cdot)$ определен по формуле

$$\varphi_K(p) := \frac{v(p)}{(\omega_0(K)-z)\Delta_K(p;z)}.$$

В случае $z \neq \omega_0(K)$ следующая теорема также устанавливает связь между собственными значениями операторов $H(K)$ и $\hat{T}_{11}(K;z)$.

Теорема 3. *Число $z \in C \setminus \{\Sigma_K \cup \{\omega_0(K)\}\}$ является собственным значением оператора $H(K)$ тогда и только тогда, когда оператор $\hat{T}_{11}(K;z)$ имеет собственное значение, равное единице, и их кратности совпадают.*

4. Регуляризованный определитель Фредгольма. Для любого $z \in C \setminus \Sigma_K$ определим регулярную функцию

$$\Omega_K(z) := \left(\omega_0(K) - z - \int_{T^d} \frac{v^2(t)}{\Delta_K(t,z)} dt\right) \Delta_{11}(K,z) + \int_{(T^d)^2} \frac{v(p)v(t)D_{11}(K,p,t;z)}{\Delta_K(t,z)} dt\, dp$$

Теорема 4. Определитель Фредгольма $\hat{\Omega}_K(z)$ оператора $I - \hat{T}_{11}(K,z)$, $z \neq \omega_0(K)$ представляется в виде

$$\hat{\Omega}_K(z) = (\omega_0(K)-z)^{-1}\Omega_K(z)$$

Доказательство. Используя определению определителя Фредгольма оператора $I - \hat{T}_{11}(z)$, $z \neq \omega_0(K)$ получим, что она имеет следугощий вид

$$\hat{\Omega}_K(z) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} d_n(\hat{t}_{11};K,z) \quad (2)$$

где число $d_n(\hat{t}_{11};K,z)$ определена как

$$d_n(\hat{t}_{11};K,z) = \int_{(T^d)^n} \begin{vmatrix} \hat{t}_{11}(K,t_1,t_1;z) & \cdots & \hat{t}_{11}(K,t_1,t_n;z) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \hat{t}_{11}(K,t_n,t_1;z) & \cdots & \hat{t}_{11}(K,t_n,t_n;z) \end{vmatrix} dt_1 \cdots dt_n.$$

Далее, пользуясь элементарными свойствами определителя n- го порядка, последнего равенство перепишем в виде

$$d_n(\hat{t}_{11};K,z) = d_n(t_{11};K,z) + n\, d_n(t_{11},\varphi_K;K,z),$$

где

$$d_n(t_{11},\varphi_K;\, K,z) = \int_{(T^d)^n} \begin{vmatrix} \varphi_K(t_1)v(t_1) & t_{11}(t_1,t_2;K,z) & \cdots & t_{11}(t_1,t_n;K,z \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \varphi_K(t_n)v(t_1) & t_{11}(t_n,t_2;K,z) & \cdots & t_{11}(t_n,t_n;K,z) \end{vmatrix} dt_1 \cdots dt_n.$$

Тогда определитель (2) можно записат в виде

$$\tilde{\Omega}_K(z) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} d_n(t_{11};K,z) - \int_{T^d} \varphi_K(t)v(t)dt + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n-1)!} d_n(t_{11},\varphi_K;K,z). \quad (3)$$

Разлагая определитель, стоящую под интегралом в выражении $d_n(t_{11},\varphi_K;K,z)$ по первому столбцу имеем

$$d_n(t_{11},\varphi_K;K,z) = \int_{(T^d)^n} \sum_{k=1}^{n} (-1)^{(k+1)} \varphi_K(t_K) v(t_1) d_k(t_{11};t_1,...,t_n;K,z) dt_1...dt_n. \quad (4)$$

где $d_k(t_{11};t_1,...t_n;K,z)$ алгебраическое дополнение элемента $\varphi_K(t_K)$ $\varphi_K(t_1)$.

Рассмотрим $j-e$ слагаемое ($j=\overline{2,n}$) в сумме (4). Выполняем следующие действие в определителе $d_j(t_{11};t_1,....,t_n;K,z)$ последовательно меняя местами $j-1$-й столбец с предыдущим столбцом приведем его к первому столбцу. В полученном j -ом слагаемом сделая замену переменных

$$t_j=t',\ t_1=p,\ t_2=p_1,...,t_{j-1}=p_{j-2},\ t_{j+1}=p_{j-1},...,t_n=p_{n-2}$$

имеем, что

$$(-1)^{j+1}\int_{(T^d)^n}\varphi_K(t_j)v(t_1)d_j(t_{11};t_1,...,t_n;K,z)dt_1...dt_n == \int_{T^d}\varphi_K(p)v(t')D_{n-2}(p,t';K,z)\,dp\,dt'$$

где

$$D_n(p,t';K,z)=\int_{(T^d)^n}\begin{vmatrix} t_{11}(p,t';K,z) & \cdots & t_{11}(p,p_n;K,z) \\ t_{11}(p_1,t';K,z) & \cdots & t_{11}(p_1,p_n;K,z) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ t_{11}(p_n,t';K,z) & \cdots & t_{11}(p_n,p_n;K,z) \end{vmatrix} dp_1\cdots dp_n.$$

Тогда $d_n(t_{11},\varphi_K;K,z)$ можно записать в виде следующей суммы
$d_n(t_{11},\varphi_K;K,z)=(n-1)\int_{(T^d)^2}\varphi_K(p)v(t')D_{n-2}(p,t';K,z)dp\,dt' + + \int_{T^d}\varphi_K(q)v(q)d_{n-1}(t_{11};K,z)dq$ Полученное выражение для $d_n(t_{11},\varphi_K;K,z)$ подставляем в (3) и учитывая выражения для определителья и минора Фредгольма оператора $I-\hat{T}_{11}(K,z)$ имеем

$$\hat{\Omega}_K(z):=\left(1-\int_{T^d}\varphi_K(q)v(q)\,dq\right)\Delta_K(z)+\int_{(T^d)^2}\varphi_K(t')v(p)\,D_K(p,t';z)\,dp\,dt'\ . \quad (5)$$

Далее, выражение для $\varphi_K(p)$ подставляя в (5) получим искомое представление для функции $\hat{\Omega}_K(z)$. Теорема 4 доказано.

Теперь установим связь между собственными значениями оператора $H(K)$ и нулями функции $\Omega_K(z)$. Верна следующая теорема.

Теорема 5. Число $z\in C\setminus\Sigma_K$ является собственным значением оператора $H(K)$ тогда и только тогда, когда $\Omega_K(z)=0$.

Доказательство леммы. Необходимость.

Предположим, что число $z\in C\setminus\Sigma_K$ является собственным значением оператора $H(K)$, т.е. уравнение $H(K)\,f=z\,f$ или система уравнений

$$\begin{cases} (\omega_0(K)-z)\,f_0+\int_{T^d}v(t)\,f_1(t)dt=0 \\ v(p)\,f_0+(\omega_1(K,p)-z)\,f_1(p)+\int_{T^d}v(t)f_2(p,t)dt=0 \\ \frac{1}{2}(v(p)\,f_1(q)+v(q)\,f_1(p))+(\omega_2(K;p,q)-z)\,f_2(p,q)=0 \end{cases} \quad (6)$$

имеет ненулевое решение $f=(f_0,f_1,f_2)\in H$.

Обсуждаем следующие три случая:

1) $z\neq\omega_0(K)$, 2) $\Delta_{11}(K,z)\neq 0$, 3) $z=\omega_0(K)$, $\Delta_{11}(K,z)=0$.

1) Пусть $z\neq\omega_0(K)$. В этом случае по теоремы 3 число 1 является собственным значением оператора $\hat{T}_{11}(K;z)$. По этой теоремы в силу Фредгольма имеем $\hat{\Omega}_K(z)=0$. Следовательно, верно равенство $\Omega_K(z)=0$.

2) Пусть теперь $\Delta_{11}(K,z) \neq 0$. Так как $z \notin [m_K, M_K]$, то из третьего уравнения системы (6) найдем $f_2(p,q)$ в виде

$$f_2(p,q) = -\frac{v(p)\, f_1(q) + v(q)\, f_1(p)}{2(\omega_K(p,q) - z)} \quad (7)$$

и полученное выражение (7) для $f_2(p,q)$ подставляя во второе уравнение системы (6) и учитывая, что $z \notin \Lambda_K$ имеем

$$\begin{cases} (\omega_0(K) - z)\, f_0 + \int\limits_{T^d} v(t)\, f_1(t) dt = 0; \\ f_1(p) - \int\limits_{T^d} \dfrac{v(p) v(t)\, f_1(t)\, dt}{2\Delta_K(p,z)(\omega_2(K;p,t) - z)} = -\dfrac{v(p)\, f_0}{\Delta_K(p,z)}. \end{cases} \quad (8)$$

Из условия $\Delta_{11}(K,z) \neq 0$ и теоремы Фредгольма следует, что для любого f_0 второе уравнение системы уравнений (8) имеет единственное решение, которое выражается формулой

$$f_1(p) = \frac{f_0}{\Delta_{11}(K;z)} \int\limits_{T^d} \frac{v(t) D_{11}(K;p,t;z)\, dt}{\Delta_K(t,z)} - \frac{v(p)\, f_0}{\Delta_K(p,z)} \ . \ (9)$$

Решение (9) подставляем в первое уравнение системы (8). Тогда непосредственно получаем, что $\Omega_K(z) \Delta_{11}^{-1}(K;z)\, f_0 = 0$. Если в последном равенстве $f_0 = 0$, то из равенств (5) и (7) вытекает, что $f_1(p) = 0$, $f_2(p,q) = 0$. Это противоречит тому, что (f_0, f_1, f_2) ненулевое решение уравнения $H(K) f = zf$. Следовательно, $f_0 \neq 0$ и поэтому $\Omega_K(z) = 0$.

3) Предположим, что $z = \omega_0(K)$, $\Delta_{11}(K;z) = 0$. Из теоремы 3 число 1 является собственным значением оператора $\hat{T}_{11}(K,z)$, т.е. система уравнений

$$\begin{cases} \int\limits_{T^d} v(t)\, f_1(t) dt = 0 \\ f_1(p) - \int\limits_{T^d} \dfrac{v(p) v(t)\, f_1(t)\, dt}{2\Delta_K(p,z)(\omega_2(K,p,t) - z)} = -\dfrac{v(p)\, f_0}{\Delta_K(p,z)} \end{cases} \quad (10)$$

имеет ненулевое решение (f_0, f_1). Из условия $\Delta_{11}(K;z) = 0$ и теоремы Фредгольма следует, что уравнение

$$f_1(p) - \int\limits_{T^d} \frac{v(p) v(t)\, f_1(t)\, dt}{2\Delta_K(p,z)(\omega_2(K;p,t) - z)} = -\frac{v(p)\, f_0}{\Delta_K(p,z)} \quad (11)$$

и сопряженное к нему уравнение

$$g_1(p) - \int\limits_{T^d} \frac{v(p) v(t)\, g_1(t)\, dt}{2\Delta_K(p,z)(\omega_2(K;p,t) - z)} = -\frac{v(p)\, f_0}{\Delta_K(p,z)} \quad (12)$$

имеют нетривиальные решения и правая часть $v(p) \Delta_K^{-1}(p,z)$ второго уравнения системы (10) ортогональна ко всем решениям (12). При каждом $q \in T^d$ минор $D_K(p,q;z) = g_1(p)$ является решением уравнения (12). Из ортогональности $v(p) \Delta_K^{-1}(p,z)$ и $g_1(p)$ имеем

$$\int\limits_{T^d} v(t)\, D_{11}(K;p,t;z)\ \Delta_K^{-1}(t,z) dt = 0$$

при всех $p \in T^d$. Отсюда вытекает, что $\Omega_K(z) = 0$.

Достаточность. Пусть для некоторого $z \in C \setminus \Sigma_K$ имеет место $\Omega_K(z) = 0$. Если $\Delta_{11}(K;z) \neq 0$, тогда вектор-функция $f = (f_0, f_1, f_2)$, где $f_0 = \Delta_{11}(K;z)$, а f_1 и f_2 определяются по формулам (9) и (12), соответственно, удовлетворяет уравнению $H(K) f = zf$.

Справедливость последнего равенства вытекает из фундаментального соотношения Фредгольма.

Теперь рассмотрим случай $\Delta_{11}(K;z)=0$.

Рассмотрим однородное уравнение

$$f_1(p)-\int_{T^d}\left[\frac{v(p)v(t)}{2\Delta_K(p,z)(\omega_2(K;p,t)-z)}+\frac{v(p)v(t)}{\Delta_K(p,z)}\right]f_1(t)\,dt=0. \quad (13)$$

Определитель Фредгольма, соответствующий уравнению (13) равен нулю, т.е.

$$\Omega_K(z)=\left(1-\int_{T^d}\frac{v^2(q)dq}{\Delta_K(q,z)}\right)\Delta_{11}(K;z)+\int_{(T^d)^2}\frac{v(p)v(q)D_{11}(K;p,q;z)}{\Delta_K(q,z)}dpdq=0.$$

Следовательно, уравнение (13) имеет ненулевое решение. Уравнение (13) эквивалентно второму уравнению системы (10), где $f_0=\int_{T^d}v(q)\,f_1(q)dq$. По теореме Фредгольма правая часть $v(p)\Delta_K^{-1}(p,z)$ второго уравнения системы (10) ортогональна ко всем решениям g_1 сопряженного однородного уравнения (12), т.е.

$$\int_{T^d}g_1(t)v(t)\Delta_K^{-1}(t,z)dt=0.$$

Так как $g_1(p)=f_1(p)\Delta_K(p,z)$, то $\int_{T^d}v(t)\,f_1(t)dt=0$, т.е. любое решение $f_1(p)$ уравнения (13) ортогонально к $v(p)$. Отсюда следует, что если $\Delta_{11}(K;z)=0$, то уравнение $H(K)\,f=zf$ имеет решение $(0,f_1,f_2)$, где $f_1\in L_2(T^d)$- ненулевое решение уравнения (6) и $f_2\in L^2_{sym}((T^d)^2)$ определяется по формуле (7). Теорема 5 доказана.

Следствие 1. *Если $\Omega_K(z)=0$ и $\Delta_{11}(K;z)=0$, тогда система (6) и уравнение (11) имеют одинаковое число линейно независимых решений. Точнее, если $f_1\in L_2(T^d)$-решение уравнения (11), то вектор-функция $f=(0,f_1,f_2)\in H$ удовлетворяет системе (6). Здесь f_2 определяется по формуле (7).*

Таким образом согласно теореме 5 функция $\Omega_K(z)$ обладает характеристическим свойством определителя Фредгольма. По этой причине мы назовем ее "регуляризованной" определитель Фредгольма оператора $I-\hat{T}_{11}(K,z)$.

Благодарность. Автор выражает глубокую благодорность к.ф - м.н., доц. Т.Х.Расулову за постановку задачи и обсуждении основных результатов работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Жуков Ю.В., Минлос Р.А. Спектр и рассеяние в модели "спин-бозон" с не более чем тремя фотонами. Теор. и матем. физика,103 (1995). - № 1. – С. 63-81. Theoret. and Math. Phys., 103:1 (1995), 398-411 фактора, узб.мат.журнал. 2012 год № 4. – С. 19-25.*
2. *Mattis D. The few-body problem on a lattice. Rev. Modern Phys., 58 (1986). - P. 361-379.*
3. *Фридрихс К.О. Возмущение спектра операторов в гильбертовом пространстве. – М.: Мир, 1969.*
4. *Малышев В.А., Минлос Р.А. Кластерные операторы. Труды семинара им. И.Г. Петровского. (1983), вып. 9. – С. 63-80.*
5. *Minlos R.A., Spohn H. The three-body problem in radioactive decay: the case of one atom and at most two photons. Topics in Statistical and Theoretical Physics. Amer. Math. Soc. Transl. (2). Providence (R.I.): Amer. Math. Soc., 77 (1996). – p. 159-193.*

UDK: 004.1082

“TARIX FANIDA INNOVATSIYALAR: TEXNOLOGIYA, MODELLAR VA METODLAR” TA’LIMOTIDA ELEKTRON RESURSLARDAN FOYDALANISH

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ РЕСУРСОВ В ПРЕПОДАВАНИИ ПРЕДМЕТА “ИННОВАЦИИ В ИСТОРИИ: ТЕХНОЛОГИИ, МОДЕЛИ И МЕТОДЫ”

USE OF ELECTRONIC RESOURCES IN THE SCIENCE “INNOVATIONS IN HISTORY: TECHNOLOGIES, MODELS AND METHODS”

Zaripova Gulbahor Kamilovna
BuxDU axborot texnologiyalari kaf. dos., p.f.n.,
Sayidova Nazokat Sayfullayevna
BuxDU axborot texnologiyalari kaf. dos., fiz.-mat.f.n.,
Salimova Muxlisa Nasim qizi
BuxDU talabasi,
Ravshanov Sherzod Erkin o‘g‘li
BuxDU talabasi

Annotatsiya. *Ushbu maqolamiz “Tarix fanida innovatsiyalar: texnologiya, modellar va metodlar” faniga taalluqli bo‘lib, u ushbu fanni o‘qitishda respublikamizda to‘plangan ko‘p yillik pedagogik tajribalarni ilmiy tahlildan o‘tkazish natijasida hosil bo‘lgan xulosalarga hamda Davlat ta’lim standartlariga (DTSga) mos namunaviy dastur va unga mos ishchi dasturlarga asoslanganligi bilan muhimdir. Bundan tashqari, mazkur maqolamizda o‘quv elektron hamda dasturiy vositalar klassifikatsiyalarining umumiy metodlari ko‘rsatib o‘tilgan.*

Tayanch so‘zlar: *konveltsion EN (elektron nashrlar), elektron nashrlar klassifikatsiyasi, tarix ta’limida elektron o‘quv nashrlar, dasturlangan EN, matnli EN, tasviriy EN, ovozli EN, dasturiy mahsulot, multimediyali EN, tarix ta’limida Internet resurslari.*

Аннотация. *В данной статье рассматривается использование электронных ресурсов в преподавании предмета “Инновации в истории: технологии, модели и методы”, в которой делаются выводы из научного анализа многолетнего педагогического опыта, накопленного в нашей Республике. Это важно, потому что оно основано на стандартной программе обучения и соответствующей рабочей программе.*

Ключевые слова: *обычные ЭИ (электронные издания), классификация электронных публикаций, электронные образовательные публикации по историческому образованию, программируемые ЭИ, текстовые ЭИ, визуальные ЭИ, аудио ЭИ, программные продукты, мультимедийные ЭИ, интернет-ресурсы в историческом образовании.*

Annotation. *This article discusses the topic “Innovations in History: Technologies, Models and Methods”, which draws conclusions from the scientific analysis of the many years of pedagogical experience accumulated in the Republic. This is important because it is based on a state educatonal system and an appropriate work program.*

Key words: *conventional EP (electronic publications), classification of electronic publications, electronic educational publications on historical education, programmable EP, text EP, visual EP, audio EP, software products, multimedia EP, Internet resources in historical education.*

Jamiyat taraqqiyotining olg‘a siljishi, eng avvalo, inson omiliga bog‘liqdir. Shuning uchun ham inson o‘z tafakkuri va aql-zakovatini ko‘proq ijodiy ishlarga jalb qilishi shartligi e’tirof etilmoqda. Yangidan-yangi texnik qurilma va vositalarni kashf etish insonning o‘z yashash sharoitiga, qilayotgan ishiga, ilmiy-texnik izlanishlariga ijodiy yondashishining samarasidir. XX asrga kelib insoniyat qo‘l mehnatinigina emas, balki aqliy mehnatini ham yengillatish ustida anchagina izlanishlar olib bordi. Bu yo‘lda XXI asrda ko‘plab texnik qurilmalar yaratildi va ular