ФИЗИКА ПОЛУПРОВОДНИКОВ

SEMICONDUCTOR PHYSICS

УДК: 621.315.592.1

К ТЕОРИИ ЭЛЕКТРОННЫХ СОСТОЯНИЙ В ПОЛУПРОВОДНИКОВОЙ МНОГОСЛОЙНОЙ СТРУКТУРЕ

Далиев Хожакбар Султанович, д. ф.-м.н., профессор, декан физического факультета Национального университета Узбекистана имени Мирзо Улугбека. e-mail: dalievkhs@yandex.ru

Расулов Вахоб Рустамович, к.ф.-м.н., старший преподаватель кафедры Физика Ферганского государственного университета, Фергана, Узбекистан. e-mail: vrrasulov83@gmail.com

Ахмедов Баходир, докторант кафедры Физика Ферганского государственного университета, Фергана, Узбекистан.e-mail: abb90@mail.ru

Аннотация. *Рассчитаны коэффициенты прозрачности потенциальных барьеров асимметричной полупроводниковой структуры, состоящих из чередующихся потенциальных барьеров и потенциальных ям. При этом учтена разность эффективных масс электронов и высоты потенцальных барьеров. Показано, что в асимметричной полупроводниковой структуре должна наблюдаться осциляция коэффициента прохождения через потенциальный барьер в зависимости от энергии электронов. Эта осцилляция обусловлена интерференцией волн, идущих к барьеру и отраженных от потенциального барьера. Указано на то, что такое интерференционное явление в структуре не исчезает даже в симметричной структуре из-за разности эффективных масс электронов, находящихся в различных областях структуры.*

Ключевые слова: *полупроводник, мультислойная структура, барьер, яма, электрон, коэффициент прозрачности.*

TO THETHEORY OF ELECTRON STATES IN A SEMICONDUCTOR MULTI-LAYER STRUCTURE

Daliev Khojakbar Sultanovich, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Dean of the Faculty of Physics at the National University of Uzbekistan named after Mirzo Ulugbek. e-mail: dalievkhs@yandex.ru

Rasulov Vahob Rustamovich, Ph.D., Senior Lecturer of the Department of Physics, Ferghana State University, Ferghana, Uzbekistan. e-mail: vrrasulov83@gmail.com

Akhmedov Bakhodir, PhD student of the Department of Physics, Ferghana State University,Ferghana, Uzbekistan.e-mail: abb90@mail.ru

Abstract. *The transparency coefficients of an asymmetric potential barriers of a semiconductor structure consisting of alternating potential barriers and potential wells are calculated. In this case, the difference between the effective electron masses and the height of the potenial barriers has taken into account.It is shown that in asymmetric semiconductor structure should exhibit oscillation of the electron energy in the dependence of the transmission coefficient through the potential barrier. This oscillation is due to the interference of waves moving to the barrier and reflected from the potential barrier.It is pointed out that such an interference phenomenon in the structure does not disappear even in a symmetric structure because of the difference in the effective masses of electrons in different regions of the structure.*

Key words: *semiconductor, multilayer structure, barrier, well, electron, transparency coefficient.*

1. Введение

Многослойные композиции из химически неоднородных полупроводников приобрели исключительную актуальность в связи с чрезвычайно широким применением этих систем в микро- или наноэлектронике и в физических исследованиях [1]. Именно такие системы являются основной технологической композицией для элементной базы интегральных схем и составляют основу современной полупроводниковой электроники [2, 3].

Современная технология дает возможость получения полупроводниковых слоев с произвольным профилем изменения состава (структуры с квантовой ямой) для улучшения характеристик приборов, полученных на их основе [1-5]. В этом случае задача об электронных состояниях сводится к задаче оповедении частицы в прямоугольных потенциальных ямах, между двумя соседними которых имеется потенциальная яма.

2. Общие соотношения

Рассмотрим движение микрочастицы в поле, описываемом соотношением

$$U(x)=\begin{cases} U_j & при \quad x<x_j, \\ U_{j+1} & при \quad x_{j+1}<x<x_{j+2}, \\ U_{j+2} & при \quad x_{j+2}<x<x_{j+3}, \\ U_{j+3} & при \quad x_{j+3}<x<x_{j+4}, \\ U_{j+4} & при \quad x>x_{j+4}\ldots \end{cases} \tag{1}$$

Далее отметим, что для создания нового поколения резонансно-туннельных диодов, гетеролазеров с разделенными электронным и оптическим ограничением применяются структуры с прямоугольными размерно-квантованными ямами, в центре которых имеется дополнительный энергетический провал. Такая структура описывается потенциалом (1), где надо считать, что $U_j, U_{j+4}>0,\ U_{j+1}, U_{j+3}=0,\ U_{j+2}<0$ Наноструктуры, выращенные на основе узкозонного полупроводника между двумя слоями широкозонного материала, описывается как структура с асимметричными прямоугольными потенциальными барьерами, т.е. с потенциалом (1), где $U_j, U_{j+2}>0,\ U_{j+1}, U_{j+3}, U_{j+4}=0$.

Тогда волновую функцию электрона в потенциале (1) можно представить, как

$$\psi_j(x)=A_j e^{(ik_j x)}+B_j e^{(-ik_j x)}, \tag{2}$$

где $k_j(x)=k_j=\sqrt{\frac{2m_j}{\hbar^2}\left(E-U_j\right)},\ j=1,2,3,\ldots$.

Далее считаем, что эффективные массы электронов в соседних слоях различны. Поэтому граничные условия для волновых функций электронов имеют вид [4]

$$\psi_j(x=x_j)=\psi_{j+1}(x=x_j),\quad \frac{1}{m_j}\frac{\partial\psi_j(x)}{\partial x}\bigg|_{x=x_j}=\frac{1}{m_{j+1}}\frac{\partial\psi_{j+1}(x)}{\partial x}\bigg|_{x=x_j}. \tag{3}$$

Подставляя (2) в (3) получим выражения для амплитуд электронных де-бройловских волн

$$
\begin{aligned}
2A_j &= \left(1+\frac{\tilde{k}_{j+1}}{\tilde{k}_j}\right)A_{j+1}e^{(i(k_{j+1}-k_j)x_j)} + \left(1-\frac{\tilde{k}_{j+1}}{\tilde{k}_j}\right)B_{j+1}e^{(-i(k_{j+1}+k_j)x_j)},\\
2B_j &= \left(1-\frac{\tilde{k}_{j+1}}{\tilde{k}_j}\right)A_{j+1}e^{(i(k_{j+1}+k_j)x_j)} + \left(1+\frac{\tilde{k}_{j+1}}{\tilde{k}_j}\right)B_{j+1}e^{(-i(k_{j+1}-k_j)x_j)}.
\end{aligned} \tag{4}
$$

Здесь $\tilde{k}_j = {k_j}/{m_j}$. Для упрощения дальнейших вычислений вводим матрицу переноса, удовлетворяющую следующему равенству

$$
\begin{bmatrix} A_j \\ B_j \end{bmatrix} = T^{(j,j')}\begin{bmatrix} A_{j'} \\ B_{j'} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} T_{11}^{(j,j')} & T_{12}^{(j,j')} \\ T_{21}^{(j,j')} & T_{22}^{(j,j')} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} A_{j'} \\ B_{j'} \end{bmatrix}, \tag{5}
$$

где матричные элементы в случае $j' = j+1$

$$
\begin{aligned}
&T_{11}^{(j,j+1)} = \frac{1}{2}\left(1+\frac{\tilde{k}_{j+1}}{\tilde{k}_j}\right)e^{(i(k_{j+1}-k_j)x_j)}, T_{12}^{(j,j+1)} = \frac{1}{2}\left(1-\frac{\tilde{k}_{j+1}}{\tilde{k}_j}\right)e^{-i(k_{j+1}+k_j)x_j},\\
&T_{21}^{(j,j+1)} = T_{12}^{(j,j+1)*}, T_{22}^{(j,j+1)} = T_{11}^{(j,j+1)*}.
\end{aligned} \tag{6}
$$

Заметим, что для матрицы $T^{(j,j+1)}$ имеем

$$
T_{11}^{(j,j+1)} = T_{22}^{(j,j+1)*}, T_{12}^{(j,j+1)} = T_{21}^{(j,j+1)*}, T_{11}^{(j,j+1)}T_{22}^{(j,j+1)} - T_{21}^{(j,j+1)}T_{12}^{(j,j+1)} = {\tilde{k}_{j+1}}/{\tilde{k}_j} \tag{7}
$$

матрица $T^{(j,j+1)}$ становится униполярной матрицей в случае $\tilde{k}_{j+1} = \tilde{k}_j$, т.е. для симметричных структур [6], когда одинаковы высоты потенциальных барьеров и эффективные массы электронов.

3. Обсуждение результатов

Ааналогичная задача решена в [7] для симметричной структуры и без учета условия Бастарда, а в работах [8-11] - для структур с $\delta-$ потенциальным барьером.

Далее определим энергию локализации электронов при их как надбарьерном, так и подбарьерном транспорте, где, ради простоты дальнейшего анализа результатов, считаем, что области “1” и “3”, физически неразличимыми.

После громоздких расчетов нетрудно получить, что локализованный уровень размерно квантован, т.е. $E_{3,1}(k_y = k_z = 0; n_{3,1}) = \dfrac{\pi^2\hbar^2 n_{3,1}^2}{8m_{3,1}\left(x_2 - x_{3,1}\right)^2}$ и находится в областях “1” и “3”, где $n_{3,1} = 0,1,2,...$. Если не происходит такое размерное квантование, тогда энергия локализации в том актуальном случае, когда области “1” и “3”, физически неразличимыми, определяется из следующих трансцендентных уравнений:

при надбарьерном переходе электронов

$$
\frac{\left(\tilde{k}_2 + \tilde{k}_1\right)^2}{\tilde{k}_2^2 - \tilde{k}_1^2} = \cos\left[k_2(x_2 - x_1)\right], \tag{8}
$$

при подбарьерном переходе электронов

$$e^{\kappa_2(x_2-x_1)} = \frac{\tilde{\kappa}_2^2 - \tilde{k}_1^2}{\tilde{\kappa}_2^2 + \tilde{k}_1^2}. \tag{9}$$

Для структуры с одинаковыми эффективными массами электронов, при подбарьерном переходе электронов происходит размерное квантование их локальных состояний, определяемое выражением

$$E_n^{(2)} = \frac{\pi^2\hbar^2}{8m_2(x_2-x_1)^2} + U_2. \tag{10}$$

4. Заключение

Показано, что в симметричных структурах должна наблюдаться осцилляция коэффициента надбарьерного прохождения частицы в зависимости от ее энергии без учета условия Бастарда. Расчеты показывают, что при равных значениях ширины ямы и потенциального барьера, а также скачков потенциала барьера или ямы, амплитуда осцилляций коэффициента надбарьерного прохождения частиц больше, чем коэффициента прохождения над ямой. В случае асимметричной структуры эти рассуждения остаются в силе, но физическая природа параметров, например, числа осцилляций, коэффициентов отражения и прохождения сильно зависит как отношения эффективных масс электронов в соседних слоях и от отношения высоты левого и правого потенциального барьера (по отношению к яме).

Установлено, что в асимметричной (и в симметричной, но с различными эффективными массами электронов в различных слоях) полупроводниковой структуре должна наблюдаться осцилляция в зависимости коэффициента прохождения через потенциальный барьер от энергии электронов. Эта осцилляция обусловлена интерференцией волн, идущих к барьеру и отраженных от потенциального барьера. Такое интерференционное явление в структуре не исчезает даже в симметричной структуре из-за разности эффективных масс электронов, находящихся в различных областях структуры.

Данная работа частично финансирована грантом ОТ-Ф2-66.

Литература

1. Щука А. А. Наноэлектроника. М.: Физматкнига, 2007. 465 с.

2. Младенов Г.М., Спивак В.М., Колева Э.Г., Богдан А.В. Наноэлектроника. Введение в наноэлекронные технологии. Киев: Техносфера, 2009. 327 с.

3. Усанов Д.А., Скрипал А.В. Физические основы наноэлектроники. Саратов: Саратов ГУ, 2013. 128 с.

4. Bastard G. Wave Mechanics Applied to Semiconductor Heterostructure.(Editions de Physique. -Les Ulis, France. 1988), p.317.

5. Драгунов В. П. Основы наноэлектроники. М.: Физматкнига, 2006. 494 с.

6. Ivchenko E.L., Pikus G.E. Superlattices and Other Heterostructures: Symmetry and Optical Phenomena, (Springer Series in Solid-State Sciences. -Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg. 1995; second edition 1997). 657 p.

7. Голант Э.И., Пашковскый А.Б. Резонансные переходы между энергетическими уровнями расщепления трёхбарьерных наноструктур и перспективы их применения в приборах субмиллиметрового диапазона / Физика и техника полупроводников. - 2002. -Т. 36, № 3, -С.334-337.

8. Елесин В.Ф. Высокочастотный отклик двухбарьерных наноструктур/Журнал Экспериментальной и теоретической физики (ЖЭТФ). - 2002. -Т. 121, № 4. - С. 925-932.

9. Елесин В.Ф. Высокочастотные свойства двухямных наноструктур/Физика и техника полупроводников. – 2008. - Т.42, № 5. - С. 586-590.

10. Елесин В.Ф. Переходные процессы в двухбарьерних наноструктурах/Журнал Экспериментальной и теоретической физики (ЖЭТФ). - 2014. - Т.145, № 6. - С. 1078-1086.

11. J.N. Davies. The Physics of low-dimensional semiconductors.(Cambridge University. 1998).- 438 p.

References

1. Shchuka A. A. *Nanoelektronika* [Nanoelectronics]. Moscow, Fizmatkniga Publ., 2007, 465 p.(In Russian).

2. Mladenov G.M., Spivak V.M., Koleva E.G., Bogdan A.V. *Nanoelektronika. Vvedenie v nanoelekronnye tekhnologii*[Nanoelectronics. Introduction to nanoelectronic technology] Kiev, Tekhnosfera Publ., 2009, 327p. (In Russian).

3. Usanov D.A., Skripal A.V. *Fizicheskie osnovy nanoelektroniki*[Physical foundations of nanoelectronics] Saratov, Saratov SU Publ., 2013, 128 p. (In Russian).

4. Bastard G. Wave Mechanics Applied to Semiconductor Heterostructure.(Editions de Physique. -Les Ulis, France. 1988), p.317

5. Dragunov V. P. *Osnovy nanoelektroniki*[Fundamentals of Nanoelectronics]. Moscow, Fizmatkniga Publ., 2006, 494 p.(In Russian).

6. Ivchenko E.L., Pikus G.E. Superlattices and Other Heterostructures: Symmetry and Optical Phenomena, (Springer Series in Solid-State Sciences. -Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg. 1995; second edition 1997). 657 p.

7. Golant E.I., Pashkovskyi A.B. *Rezonansnye perekhody mezhdu energeticheskimi urovnyami rasshchepleniya trekhbar'ernykh nanostruktur i perspektivy ikh primeneniya v priborakh submillimetrovogo diapazona* [Resonant transitions between the energy levels of the splitting of three-barrier nanostructures and the prospects for their use in devices of the submillimeter range]. *Fizika i tekhnika poluprovodnikov* [Semiconductors]. 2002. vol. 36, no. 3, pp.334-337. (In Russian).

8. Elesin V.F. *Vysokochastotnyi otklik dvukhbar'ernykh nanostruktur* [High-frequency response of double-barrier nanostructures]. *Zhurnal Eksperimental'noi i teoreticheskoi fiziki (ZhETF)* [Journal of Experimental and Theoretical Physics (JETP)]. 2002. vol. 121, no.4. pp. 925-932. (In Russian).

9. Elesin V.F. *Vysokochastotnye svoistva dvukhyamnykh nanostruktur* [High-frequency properties of double-well nanostructures]. *Fizika i tekhnika poluprovodnikov* [Semiconductors]. 2008. vol. 42, no. 5. pp. 586-590. (In Russian).

10. Elesin V.F. *Perekhodnye protsessy v dvukhbar'ernikh nanostrukturakh* [Transient processes in double-barrier nanostructures]. *Zhurnal Eksperimental'noi i teoreticheskoi fiziki (ZhETF)* [Journal of Experimental and Theoretical Physics (JETP)]. 2014. vol.145, no. 6.pp. 1078-1086. (In Russian).

11. J.N. Davies. The Physics of low-dimensional semiconductors.(CambridgeUniversity. 1998). - 438 p.

The text of the article was translated by Editorial Team of journal of "Semiconductor Physics and Microelectronics". For more information contact: ispm_uz@mail.ru

1. Introduction

Multilayer compositions of chemically inhomogeneous semiconductors have become extremely relevant due to the extremely wide application of these systems in micro- or nano-electronics and in physical research [1]. It is such systems that are the main technological composition for the element base of integrated circuits and form the basis of modern semiconductor electronics [2, 3].

Modern technology makes it possible to obtain semiconductor layers with an arbitrary profile of composition changes (structures with a quantum well) to improve the characteristics of devices obtained on their basis [1-5]. In this case, the problem of electronic states reduces to the problem of identifying particles in rectangular potential wells, between which there is a potential well between two neighboring ones.

2. General relationships

Let us consider the motion of a microparticle in a field described by the relation

$$U(x)=\begin{cases} U_j & npu \quad x<x_j, \\ U_{j+1} & npu \quad x_{j+1}<x<x_{j+2}, \\ U_{j+2} & npu \quad x_{j+2}<x<x_{j+3}, \\ U_{j+3} & npu \quad x_{j+3}<x<x_{j+4}, \\ U_{j+4} & npu \quad x>x_{j+4}\ldots \end{cases} \tag{1}$$

Further, we note that to create a new generation of resonant tunneling diodes, heterolasers with separated electronic and optical constraints, structures with rectangular size-quantized wells, in the center of which there is an additional energy dip, are used. Such a structure is described by potential (1), where it must be assumed that $U_j, U_{j+4}>0,\ U_{j+1}, U_{j+3}=0,\ U_{j+2}<0$ Nanostructures grown on the basis of a narrow-gap semiconductor between two layers of a wide-gap material are described as a structure with asymmetric rectangular potential barriers, i.e. with potential (1), where $U_j, U_{j+2}>0,\ U_{j+1}, U_{j+3}, U_{j+4}=0$.

Then the wave function of the electron in potential (1) can be represented as

$$\psi_j(x)=A_j e^{(ik_j x)}+B_j e^{(-ik_j x)}, \tag{2}$$

Where $k_j(x)=k_j=\sqrt{\frac{2m_j}{\hbar^2}\left(E-U_j\right)},\ j=1,2,3,\ldots$

Further, we believe that the effective masses of electrons in neighboring layers are different. Therefore, the boundary conditions for the wave functions of electrons have the form [4]

$$\psi_j(x=x_j)=\psi_{j+1}(x=x_j)\ ,\ \frac{1}{m_j}\frac{\partial\psi_j(x)}{\partial x}\bigg|_{x=x_j}=\frac{1}{m_{j+1}}\frac{\partial\psi_{j+1}(x)}{\partial x}\bigg|_{x=x_j}. \tag{3}$$

Substituting (2) into (3), we obtain the expressions for the amplitudes of the electron De Broglie waves

$$2A_j = \left(1+\frac{\tilde{k}_{j+1}}{\tilde{k}_j}\right)A_{j+1}e^{(i(k_{j+1}-k_j)x_j)} + \left(1-\frac{\tilde{k}_{j+1}}{\tilde{k}_j}\right)B_{j+1}e^{(-i(k_{j+1}+k_j)x_j)},$$
$$2B_j = \left(1-\frac{\tilde{k}_{j+1}}{\tilde{k}_j}\right)A_{j+1}e^{(i(k_{j+1}+k_j)x_j)} + \left(1+\frac{\tilde{k}_{j+1}}{\tilde{k}_j}\right)B_{j+1}e^{(-i(k_{j+1}-k_j)x_j)}. \quad (4)$$

here $\tilde{k}_j = {k_j}/{m_j}$. To simplify further calculations, we introduce the transport matrix satisfying the following equality

$$\begin{bmatrix} A_j \\ B_j \end{bmatrix} = T^{(j,j')}\begin{bmatrix} A_{j'} \\ B_{j'} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} T_{11}^{(j,j')} & T_{12}^{(j,j')} \\ T_{21}^{(j,j')} & T_{22}^{(j,j')} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} A_{j'} \\ B_{j'} \end{bmatrix}, \quad (5)$$

where the matrix elements in the case $j' = j+1$

$$T_{11}^{(j,j+1)} = \frac{1}{2}\left(1+\frac{\tilde{k}_{j+1}}{\tilde{k}_j}\right)e^{(i(k_{j+1}-k_j)x_j)}, T_{12}^{(j,j+1)} = \frac{1}{2}\left(1-\frac{\tilde{k}_{j+1}}{\tilde{k}_j}\right)e^{-i(k_{j+1}+k_j)x_j},$$
$$T_{21}^{(j,j+1)} = T_{12}^{(j,j+1)*}, T_{22}^{(j,j+1)} = T_{11}^{(j,j+1)*}. \quad (6)$$

Note that for the matrix $T^{(j,j+1)}$ we have

$$T_{11}^{(j,j+1)} = T_{22}^{(j,j+1)*},\ T_{12}^{(j,j+1)} = T_{21}^{(j,j+1)*}, T_{11}^{(j,j+1)}T_{22}^{(j,j+1)} - T_{21}^{(j,j+1)}T_{12}^{(j,j+1)} = {\tilde{k}_{j+1}}/{\tilde{k}_j} \quad (7)$$

the matrix $T^{(j,j+1)}$ becomes the unipolar matrix in the case of $\tilde{k}_{j+1} = \tilde{k}_j$, for symmetric structures [6], when the heights of potential barriers and the effective masses of electrons are the same.

3. Results and discussion

An analogous problem was solved in [7] for a symmetric structure and without taking into account the Bastard condition, and in [8–11] for structures with $\delta-$ potential barrier.

Next, we determine the localization energy of electrons in both their above-barrier and under-barrier transport, where, for the sake of simplicity of further analysis of the results, we assume that the regions “1” and “3” are physically indistinguishable.

After cumbersome calculations, it is easy to obtain that the localized level is dimensionally quantized, i.e. $E_{3,1}(k_y = k_z = 0; n_{3,1}) = \dfrac{\pi^2\hbar^2 n_{3,1}^2}{8m_{3,1}\left(x_2 - x_{3,1}\right)^2}$ and located in the areas “1” and “3”, where $n_{3,1} = 0, 1, 2, \ldots$. If such dimensional quantization does not occur, then the localization energy in the actual case when the regions “1” and “3” are physically indistinguishable is determined from the following transcendental equations:

during the over-barrier transition of electrons

$$\frac{\left(\tilde{k}_2 + \tilde{k}_1\right)^2}{\tilde{k}_2^2 - \tilde{k}_1^2} = \cos\left[k_2(x_2 - x_1)\right], \quad (8)$$

during sub-barrier transition of electrons

$$e^{\kappa_2(x_2 - x_1)} = \frac{\tilde{\kappa}_2^2 - \tilde{k}_1^2}{\tilde{\kappa}_2^2 + \tilde{k}_1^2}. \quad (9)$$

For a structure with identical effective masses of electrons, during the sub-barrier transition of electrons, dimensional quantization of their local states occurs, defined by the expression

$$E_n^{(2)} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{8 m_2 (x_2 - x_1)^2} + U_2 . \quad (10)$$

4. Conclusion

It is shown that in symmetric structures, an oscillation of the coefficient of over-barrier passage of a particle depending on its energy should be observed without taking into account the Bastard condition. Calculations show that for equal values of the width of the well and the potential barrier, as well as jumps in the potential of the barrier or well, the amplitude of the oscillations of the coefficient of over-barrier passage of particles is greater than the coefficient of passage above the well. In the case of an asymmetric structure, these considerations remain valid, but the physical nature of the parameters, for example, the number of oscillations, reflection and transmission coefficients, strongly depends on the ratio of the effective masses of electrons in neighboring layers and on the ratio of the height of the left and right potential barriers (in relation to the pit).

It was found that in an asymmetric (and symmetric, but with different effective electron masses in different layers) semiconductor structure, oscillation should be observed as a function of the transmission coefficient through the potential barrier on the electron energy. This oscillation is due to the interference of waves traveling to the barrier and reflected from the potential barrier. Such an interference phenomenon in the structure does not disappear even in a symmetric structure due to the difference in the effective masses of electrons located in different regions of the structure.

This work was partially funded by grant OT-Ф2-66.