[Scientific reports of Bukhara State University](https://uzjournals.edu.uz/buxdu)

Volume 2
Issue 1 *BSU 2019 issue 1*

Article 3

3-27-2019

ON EXPANSION OF FUNCTIONS FROM THE S.M. NIKOLSKY'S CLASS IN A ROW FOURIER ON OWN FUNCTIONS OF ONE SINGULAR ELLIPTIC OPERATOR

Komiljon Kurbanaliyevich Turgunov
Senior teacher at the department of mathematics and natural science at Tashkent State Architechtural and building Institute

УДК: 517.98

ФУРЬЕРНИНГ ҚАТОРИДА БЎЛМИШ С.М. НИКОЛЬСКИЙ ДАРСИДАГИ ЎЗ ФУНКЦИЯЛАРИ ҚАТОРИДА ЎЗИНИНГ ЭЛЛИПТИК ВАЗИФАЛАРИНИ КЕНГАЙТИРИШ

О РАЗЛОЖЕНИИ ФУНКЦИЙ ИЗ КЛАССА НИКОЛЬСКОГО В РЯД ФУРЬЕ ПО СОБСТВЕННЫМ ФУНКЦИЯМ ОДНОГО СИНГУЛЯРНОГО ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО ОПЕРАТОРА

ON EXPANSION OF FUNCTIONS FROM THE S.M. NIKOLSKY'S CLASS IN A ROW FOURIER ON OWN FUNCTIONS OF ONE SINGULAR ELLIPTIC OPERATOR

Turgunov Komiljon Kurbanaliyevich
Senior teacher at the department of mathematics and natural science at Tashkent State Architechtural and building Institute

Таянч сўзлар: С.М. Никольский синфи, эллиптик оператор, Фурье қатори, спектраль ёйилма, бўлакли силлиқ функция.

Ключевые слова: класс Никольского, эллиптический оператор, ряд Фурье, спектральная разложения, кусочно-гладкая функция.

Key words: S.M. Nikol'skii class, elliptic operator, Fourier row, spectral spreading, piecewise smooth function.

Аннотация

Ушбу мақолада ихтиёрий икки ўлчовли соҳада С.М. Никольский синфидан олинган фукцияларнинг, сингуляр коэффициентли эллипик операторнинг хос функциялари бўйича Фурье қаторига ёйиш ўрганилган.

Аннотация

В настоящей статье изучена проблема разложения в ряд Фурье функций из класса Никольского в произвольной двумерной области по собственным функциям одного сингулярного эллиптического оператора.

Abstract

In the present article the spreading of functions of arbitrary two-dimensional field taken from S.M. Nikolsky's class into a row of Fourier according to specific functions of singular coefficient elliptic operator is studied.

Введение. Квантоворазмерные гетероструктуры на основе полупроводниковых материалов находят широкое применение в современных светоизлучающих и фотопреобразующих полупроводниковых приборах. В настоящее время наибольшее практическое применение нашли приборы на основе квантовых ям и квантовых точек.

В полярных кристаллах взаимодействие носителей с полярно-оптическими фононами является сильным. Поэтому изучение поляронных эффектов, характерных для низкоразмерных систем, представляет значительный интерес [1-3]. Для оценки поляронных эффектов на спектр электрона в наноструктурных материалах применяют различные приближения [4-10].

Основная часть. В работе [10] предложен метод расчета энергии поляронного состояния в параболическом потенциале. Дифференциальное уравнение для амплитуды смещений фононов точно решено методом функций Грина. Получен следующий функционал для энергии электрона в квантовой точке с учетом поляронных эффектов:

$$\varepsilon_p = \frac{3}{2}\mu^2 + \frac{3\gamma^2}{8\mu^2} - \alpha\sqrt{\frac{2}{\pi}}\,\mu\int_0^\infty dt\frac{e^{-t}}{\sqrt{1-\exp(-2\mu^2 t)}} \quad . (1)$$

В (1) энергия измеряется в единице $\hbar\omega_0$, где, $\hbar\omega_0$ - энергия оптических фононов, γ - безразмерная сила конфайнмента, α - константа Фрёлиха, μ - вариационный параметр.

Однако функционал (1) содержит однократный интеграл. Поэтому для расчета энергии электрона в работе [10] был применен численный метод. В настоящей работе проведен анализ этого функционала.

После замены $\sqrt{1-\exp(-2\mu^2 t)} = u$ интеграл в (1) имеет вид

$$\int_0^\infty dt\frac{e^{-t}}{\sqrt{1-\exp(-2\mu^2 t)}} = \frac{1}{\mu^2}\int_0^1 (1-u^2)^{\frac{1-2\mu^2}{2\mu^2}}du \quad .$$

С помощью известных формул [11] (3.249.5 и 8.384)

$$\int_0^1 (1-x^2)^{Z-1}dx = \frac{1}{2}B\left(\frac{1}{2}, Z\right), \qquad Z>0, \qquad B(x,y) = \frac{\Gamma(x)\Gamma(y)}{\Gamma(x+y)},$$

где $B(x,y)$ -бета и $\Gamma(x)$ -гамма функция, можно переписать функционал (1) в виде

$$\varepsilon_p = \frac{3}{2}\mu^2 + \frac{3\gamma^2}{8\mu^2} - \frac{\alpha}{\mu\sqrt{2}}\frac{\Gamma\left(\frac{1}{2\mu^2}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2\mu^2}\right)} \quad . (2)$$

Здесь учтено, что $\Gamma(1/2)=\sqrt{\pi}$. Минимум энергии (2) соответствует экстремальному значению μ_{ext}, которое можно найти из условия $d\varepsilon_p/d\mu = 0$.

При численных расчетах значения безразмерной силы конфайнмента лежат в диапазоне $\gamma \approx 1..40$. Для наноразмерных полупроводниковых структурах из полярных материалов, например, для GaAs $\alpha = 0.06$ [12]. В сильно полярных материалах (ионные кристаллы) - $\alpha > 1$.

На рисунке точечной линией показана зависимость $\varepsilon_p(\gamma)$ (2) при $\alpha = 0$. Символы соответствуют зависимости $\varepsilon_p(\gamma)$, полученной методом численной минимизации (2).

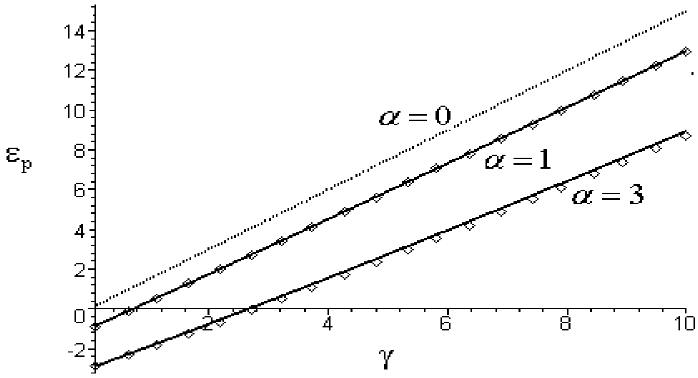

Рис.1. График зависимости

При $\alpha = 0$ (поляризация среды полностью отсутствует) функционал (2) описывает энергию электрона, движущегося в параболическом потенциале. В данном случае экстремальные параметры для функционала (2) равны:

$$\mu^0_{ext} = \sqrt{\frac{\gamma}{2}}, \qquad \varepsilon_p \approx \frac{3}{2}\gamma, \qquad \alpha = 0. \quad (3)$$

Если для оценки последнего слагаемого (2) будем использовать значения μ^{O}_{ext} , то имеем

$$\varepsilon_p \approx \frac{3}{2}\gamma - \frac{\alpha}{\sqrt{\gamma}} \frac{\Gamma\left(\frac{1}{\gamma}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{\gamma}\right)} . \quad (4)$$

На рисунке эта зависимость показана сплошной линией для разных значений α . Из полученных результатов следует, что простая формула (4) достаточно хорошо описывает точный минимум функционала (2). Это означает, что характерный размер полярона полностью контролируется размером квантовой точки.

Заключение. Таким образом, при анализе функционала (1) получена аналитическая формула (4) для энергии электрона в квантовой точке с параболическим удерживающим потенциалом. Для проверки полученного результата проведено графическое сравнение формул (1) и (4). Сравнение показало, что полученная аналитическая формула (4) удовлетворительно описывает точный минимум функционала (2).

REFERENCES

1. Alexandrov A.S. in Nanotechnology for Electronic Materials and Devices, edited by A. Korkin, E. Gusev, J.K. Labanowski, and S. Luryi (Springer, New York, 2006). – P. 305.
2. Devreese J.T., Fomin V.M. and Pokatilov E.P. In Handbook of Semiconductor Nanostructu-res and Nanodevices,Vol. 4, edited by A.A. Balandin and K.L. Wang (American Scientific Publishers, Los Angeles, 2006). – P. 339.
3. Galperin M., Ratner M.A. and Nitzan A. – J.Phys.: Condens. Matter 19, 103201 (2007).
4. Pokatilov E.P., Klimin S.N., Balaban S.N. and Fomin V.M. Phys. Status Solidi B 189, 433 (1995).
5. Pokatilov E.P., Fomin V.M., Balaban S.N., Klimin S.N. and Devreese J.T. Phys. Status Solidi B 210, 879 (1998).
6. Klimin S.N., Pokatilov E.P. and Fomin V.M. Phys. Status Solidi B 184, 373 (1994).
7. Oshiro K., Akai K. and Matsuura M. Phys. Rev. B 58, 7986 (1998).
8. Mukhopadhyay S. and Chatterjee A. J.Phys.: Condens. Matter 11, 2071 (1999).
9. Krishna P.M., Mukhopadhyay S. and Chatterjee A. Phys. Lett. A 360, 655 (2007).
10. Baymatov P.J., Inoyatov Sh.T. Vliyanie polyarizatsii sredi na elektronnuyu energiyu v kvantovoy tochke// Ukrainskiy fizicheskiy jurnal. - 2015. - № 3. - S. 279-282.
11. Gradshteyn I.S., Rijik I.M. Tablitsi integralov, summ, ryadov i proizvedeniy. - M.: Fizmatgiz, 1963. - 1100 s.
12. Zeeger K. Fizika poluprovodnikov. - M.: Mir, 1977. - 615 s.