

О ПОБЕДЕ НАД “КРИВОЙ ЗАБЫВАНИЯ ЭББИНГАУЗА” ПРИ ПОМОЩИ КОНТРОЛЬНЫХ КАРТ

С. А. Ахмедов, Х. Д. Юлдашев

Мақолада ўрта қийматлар EWMA картаси ёрдамида “Эббингаузнинг унутиш ёйи”ни енгиш усули топилган. Бу усул олға сурилган гипотезани исботлашда ишлатилади. Натижалардан ўқув жараёнини такомиллаштиришда фойдаланиш мумкин.

Калит сўзлар: Эббингаузнинг унутиш ёйи, жараёнларни статистик бошқариш, статистик гипотеза, ўрта қийматларнинг назорат картаси, ўрта қийматлар EWMA картаси.

В статье найден статистический метод преодоления “Кривой забывания Эббингауза” при помощи EWMA карты средних значений. Он используется для доказательства выдвигаемых гипотез. Найденный метод помогает усовершенствованию учебного процесса.

Ключевые слова: кривая забывания Эббингауза, статистическое управление процессов, статистическая гипотеза, контрольные карты средних значений, EWMA карты средних значений.

Качественный и количественный анализ педагогико-психологических явлений и процессов методами теории вероятностей и математической статистики уточняет выдвигаемые методы и гипотезы. В большинстве исследований статистические выводы используются после окончания экспериментов, т.е. мы имеем результаты типа “Offline control” (см., например, [1]).

На практике важными являются результаты типа “Online control”, т.е. полученные статистические выводы используются в ходе эксперимента. Эти результаты одновременно дают возможность проверить правильность проведенного эксперимента (метода) и своевременно исправить недостатки в изучаемом процессе. Такую процедуру называют SPS (статистическое управление процессами). При SPS используют различные статистические инструменты. Теоретически обоснованным и практичным статистическим инструментом являются контрольные карты (КК) (см, например, [2] и [3]). Статистические аспекты КК рассмотрены, например, в [4].

КК для альтернативных данных (p , np , c , u – карты) можно использовать для анализа и оценки результативности и эффективности учебного процесса (см, например, [5] и [6]). В работе [7], следуя этому, изучен выбранный учебный процесс.

КК для количественных данных (\bar{X} , S , m , R и др. карты) можно использовать для определения мониторинга учебного процесса [8].

В традиционных КК Шухарта решение о вмешательстве в процесс принимается на основе результатов контроля текущей выборки. КК, учитывающие наряду с текущими и результаты контроля предыдущих выборок, называются КК с памятью.

С помощью КК постоянно проверяется статистическая устойчивость процесса.

Немецкий психолог Герман Эббингауз, изучая функциональные свойства памяти, статистически доказал, что если человек не повторяет изученный материал, то сохранение материала в памяти убывает почти экспоненциально относительно времени. Эту дугу он называл “Кривой забывания” (см. Рис. 1 Дуга П, снятая из интернета). При этом информация забывается сначала очень быстро, а потом все медленнее.

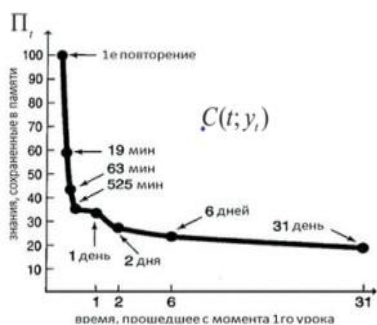


Рис. 1 (Дуга П)

Время момента 1-го урока	Запомнено, %
Сразу	100
20 минут	58
1 ч	44
9 ч	36
1 д	33
2 д	28
6 д	25
31 д	21

Вот уже более двух веков ведутся исследования функциональных способностей человеческого мозга. Идет сравнение естественного и искусственного интеллекта.

Наш метод изучения способностей человеческого мозга в учебном процессе основывается на функциональных способностях человеческого мозга относительно среды.

Допустим, что мы нашли гипотезу о преодолении дуги П (Правильное повторение учебного материала, Новый способ запоминания, Новый способ обучения, Новый учебный план т.п.). Требуется статистическое управление учебным процессом. Для этого мы используем КК с памятью, экспоненциально взвешенной скользящего среднего (EWMA карты средних значений). В этой КК контрольной величиной будет временной ряд от линейных комбинаций средних значений выборки.

Точнее, пусть контролируемый признак X качества в любой момент времени t взятия выборки распределен нормально – $No(\mu_t, \sigma_o^2)$. Требуемое значение уровня настройки μ_t , равно μ_0 . $X_j = (X_{j1}, \dots, X_{jn})$ – выборка из X , $j = 1, 2, \dots, t$. $j = 1$ – момент взятия первой выборки, $j = t$ – момент взятия t -ой выборки. \bar{X}_{tn} – среднее значение t -ой выборки с объемом n , имеющее нормальное распределение – $N(\mu_t; \sigma_o^2/n)$.

В EWMA картах средних значений используют контрольную величину

$$Y_t = (1 - \lambda)Y_{t-1} + \lambda\bar{X}_{tn} \quad (1)$$

Или

$$Y_t = (1 - \lambda)^t \mu_0 + \lambda \sum_{j=1}^t (1 - \lambda)^{t-j} \bar{X}_{jn},$$

где $\mu_0 = Y_0$ – целевое значение Y_t , λ ($0 \leq \lambda < 1$) – параметр КК.

Верхняя и нижняя контрольные границы EWMA карты находятся по формулам:

$$\left. \begin{array}{l} \text{UCL} \\ \text{LCL} \end{array} \right\} = \mu_0 \pm H \cdot \sigma_{y_t}, \quad (2)$$

где $\sigma_{y_t}^2 = \frac{\sigma_o^2 \lambda [1 - (1 - \lambda)^{2t}]}{n(2 - \lambda)}$.

Асимптотическое положение границ:

$$\left. \begin{array}{l} \text{UCL}_a \\ \text{LCL}_a \end{array} \right\} = \mu_0 \pm H \cdot \sigma_o \sqrt{\frac{\lambda}{n(2 - \lambda)}} \quad (3)$$

При $\lambda = 1$ из (1) получается КК средних значений (\bar{X} – карта) Шухарта, для которой $Y_j = \bar{X}_{jn}$, $j = 1, 2, \dots, t$.

При этом

$$\left. \begin{array}{l} \text{UCL}_{\bar{x}} \\ \text{LCL}_{\bar{x}} \end{array} \right\} = \mu_0 \pm A \cdot \sigma_o, \quad (4)$$

Константы A и H зависят от объема выборки и ошибки первого рода. Далее, мы их выбираем из таблицы, данные в [5] и [10].

Теперь переходим к моделированию гипотезы Эббингауза.

Пусть $P_t = Y_t$ и λ – выбрано.

Если при проведении эксперимента точки $C(t; Y_t)$ попадут в нижнюю часть дуги П (см. Рис1), то скажем, что мы “потеряем память”, если наоборот то мы “сохраняем память”. Значит для того, чтобы победить дугу П мы должны уметь статистически управлять учебным процессом относительно целевого значения $\mu_0 = Y_0$. При этом мы используем EWMA карту средних значений.

Пусть $X \sim No(\mu_0; \sigma_o^2)$, здесь $\mu_0 = 0,75$ и $\sigma_o^2 = 0,16$; $\lambda = 0,5$, $n = 25$. По таблицам находим $H=3,054$; $A=0,606$. Тогда из (1), (3) и (4) имеем

$$Y_t = \frac{3}{2^{t+2}} + \sum_{j=1}^t \frac{1}{2^{t-j+1}} \bar{X}_{j25},$$

$t = \overline{1,10}$,

$$\left. \begin{array}{l} \text{UCL}_a \\ \text{LCL}_a \end{array} \right\} = 0,75 \pm 0,12 = \begin{cases} 0,87 \\ 0,63 \end{cases}, \quad M=0,75,$$

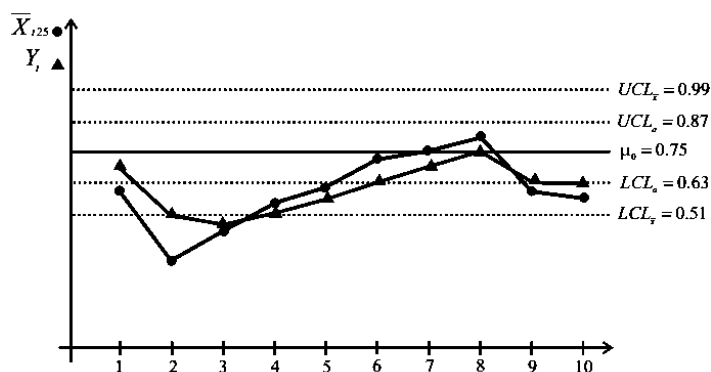
$$\left. \begin{matrix} UCL_{\bar{x}} \\ LCL_{\bar{x}} \end{matrix} \right\} = 0,75 \pm 0,24 = \begin{cases} 0,99 \\ 0,51 \end{cases}, \quad M=0,75.$$

Результаты проведенного эксперимента представим в следующей таблице:

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\bar{X}_{t;25}$	0,60	0,35	0,45	0,56	0,62	0,72	0,76	0,80	0,60	0,58
Y_t	0,68	0,51	0,48	0,52	0,57	0,64	0,70	0,75	0,64	0,63

Замечание. Эксперимент имеет условный характер, поэтому значения $\bar{X}_{t;25}$ подобраны только для понимания смысла КК.

При $t=1$ и $t=2$ значения $\bar{X}_{1;25}$ и $\bar{X}_{2;25}$ взяты по близости дуги П, т.е. мы сильно потеряем память, далее идет восстановление памяти к уровню $Y_0 = 0,75$.



Из диаграммы мы видим, что победили дугу П. При этом EWMA карта средних значений более адекватно отражает ход учебного процесса, чем \bar{X} – карта.

Литература:

1. Грабарь М.И., Краснянская К.А. Применение математической статистики в педагогических исследованиях. Непараметрические методы. – Москва: Педагогика, 1977. – 136 с.
2. Миттаг Й., Ринне Х. Статистические методы обеспечения качества. – Москва: Машиностроение, 1995. – 602 с.
3. Регина Ш. Теория вероятностей. Математическая статистика. Статистический контроль качества. Перевод с немецкого. – Москва: Мир, 1970. – 368 с.
4. Адлер Ю.П., Максимова О.В., Шпер В.А. Контрольные карты Шухарта в России и за рубежом: краткий обзор современного состояния (статистические аспекты). Стандарты и качества, 2011. – № 8. – С. 1 – 40.
5. Солонин С.И. Метод контрольных карт. – Екатеринбург, ЦНОТ ИТОО УрФУ, 2014. – 213 с.
6. Атkinson P. Человеческая память и процесс обучения. – Москва: Прогресс, 1980. – 526 с.
7. Yuldashev X.D., Yuldasheva M.R. Alternativ alomatlar uchun nazorat kartalar yordamida o'quv jarayoni natijalarini va effektivligini tahlil qilish haqida / "Yosh matematiklarning yangi teoremlari – 2018". Respublika ilmiy konferensiyasi materiallari. – Namangan, 2018 yil 18 – 19-oktabr. – B. 39 – 40.
8. Ахмедов С.А., Хўжамбердиева К., Хасанова Д. Ўқув жараёнида статистик методлар билан бошқариш / "Сирожиддинов ўқишлари" номли Эҳтимоллар назарияси ва математик статистиканинг тадқиқлари бағишланган Республика илмий-амалий конференцияси материаллари. – Тошкент, 2006 йил 8 май. – Б. 92 – 95.
9. Рахмонов Ш.-М. Мукамал хотира ёхуд мянғиз қобилиятларини қайта кашф қилинг. – Тошкент: Янги аср авлоди, 2017. – 288 б.
10. James M.L., Michael S.S. Exponentially Weighted Moving Average Control Schemes: Properties and Enhancements // Technometrics. – 1990. – Vol. 32. – №1. – P. 1 – 12.

ON ABATTLE OVER THE 'EBBINGHAUS FORGETTING CURVE' USING CONTROL CHARTS

S.A. Ahmedov¹, X.D. Yuldashev¹

Ilmiy xabarnoma. Fizika-matematika tadqiqotlari – Scientific Bulletin. Physical and Mathematical Research. 2020. 1(3). 100 – 103.

¹Andijan State University, Andijan, 170100, str. University, 129 (Uzbekistan). E-mail: agsu_info@edu.uz

Keywords: Ebbinghaus forgetting curve, statistical process control, statistical hypothesis, control charts for the mean values, EWMA charts for the mean values.

Studying the laws of memorization, the German experimental psychologist German Ebbinghaus statistically proved that if a person does not repeat the material studied, then the storage of material in memory decreases almost exponentially with respect to time. He called these arcs the "Curve of Forgetting". In this case, the information is forgotten at first very quickly, and then slower.

More than two centuries, research has been conducted on the functional abilities of the human brain. Nowadays, natural and artificial intelligence are being compared by researchers.

Our method on the "Ebbinghaus Forgetting Curve" is based on using Control Charts with exponentially weighted moving average memory (EWMA chart for the mean values).

The control value of this chart has a normal distribution. Using this, we find the upper and lower control lines of this chart. The central line (target value) we determine at the request of the educational process.

If we find the hypothesis to battle the forgetting curve, we conduct experiments to test the hypothesis. Using the samples obtained from the experiment, we calculate the values of the control values. Laying these values between the control lines relative to the target value means to battle the forgetting curve.

We showed that how the EWMA card of average values works to solve the task in specific situations of the educational process.

References:

1. Grabar, M.I., Krasnyanskaya, K.A. (1977). *Primenenie matematicheskoy statistiki v pedagogicheskikh issledovaniyah. Neparаметрические методы* [An application of mathematical statistics in pedagogical research. Nonparametric methods]. Moscow: Pedagogika.
2. Mittag, H.-J., Rinne, H. (1995). *Statisticheskie metody obespecheniya kachestva* [Statistical methods of quality assurance]. Moscow: Mashinostroenie.
3. Regina, Sh. (1970). *Teoriya veroyatnostej. Matematicheskaya statistika. Statisticheskij kontrol kachestva. Translation from German [Wahrscheinlichkeitsrechnung, mathematische Statistik und statistische Qualitätskontrolle]*. Moscow: Mir.
4. Adler, Yu.P., Maksimova, O.V., Shper, V.A. (2011). Kontrolnye karty Shuharta v Rossii i za rebezhom: kratkij obzor sovremennogo sostoyaniya (statisticheskie aspekty) [Shewhart charts in Russian and abroad: A brief review of the current state (statistical aspects)]. *Standarty i kachestva*. 8. Pp. 1-40.
5. Solonin, S.I. (2014). *Metod kontrolnyh kart* [Control chart method]. Yekaterinburg: CNOT ITOO UrFU.
6. Atkinson R. (1980). *Chelovecheskaya pamyat i process obucheniya* [Human memory and learning process]. Moscow: Progress.
7. Yuldashev, X.D., Yuldasheva, M.R. (2018). Alternativ alomatlar uchun nazorat kartalari yordamida o`quv jarayoni natijalarini va effektivligini tahlil qilish [Analyzing educational process outcomes and effectiveness using control charts for alternative features]. "Yosh matematiklarning yangi teoremlari – 2018". *Respublika ilmiy konferensiyasi materiallari* [New theorems of young mathematicians – 2018]. Materials of the Republican scientific conference]. Namangan. Pp. 39-40.
8. Ahmedov, S.A., Hujamberdiyeva, K., Hasanova, D. (2006). O`quv jarayonini statistik metodlar bilan boshqarish [Control of the educational process by statistical methods]. "Sirojiddinov o`qishlari". *Respublika ilmiy konferensiyasi materiallari* [Sirozhiddinov readings]. Materials of the Republican Scientific Conference]. Tashkent. Pp. 92-95.
9. Rahmonov, Sh.-M. (2017). *Mukammal xotira yoxud miyangiz qobiliyatlarini qayta kashf qiling* [Perfect memory or rediscover the abilities of your brain]. Tashkent: Yangi asr avlodi.
10. James, M.L., Michael, S.S. (1990). Exponentially Weighted Moving Average Control Schemes: Properties and Enhancements. *Technometrics*. Vol. 32. Issue 1. Pp. 1-12.

Муаллифлар ҳақида маълумот:

Ахмедов Сохибжон Акбарович – физика-математика фанлари номзоди, Андижон давлат университети Математика кафедраси доценти. E-mail: s.a.ahmedov@mail.ru

Юлдашев Хушнудбек Дилмурад ўгли – Андижон давлат университети Ахборот технологиялари кафедраси ўқитувчиси. E-mail: yuldashev266@gmail.com