Scientific-technical journal

Volume 22 | Issue 3 Article 10

9-30-2018

DIMENSIONAL QUANTIZATION IN GAP

V R. Rasulov

R Ya Rasulov

2. DIMENSIONAL QUANTIZATION IN *GAP*

V.R. Rasulov[1], R.Ya. Rasulov[1], I. Eshboltayev[1], B. Ahmedov[1], N. Mamadaliyeva[1]

[1] Ferghana State University. Ferghana, Uzbekistan,

РАЗМЕРНОЕ КВАНТОВАНИЕ В *n-GaP*

Abstract. *The task about energetical spectrum and wave functions of electrons in subbands of* X_3 *and* X_1 *conduction band of n-GaP are theoretically considered taking into account with dimensional quantization.*
Key words: energetical spectrum, quantum well, wave function, dimensional quantization.

Аннотация. *Теоретически рассмотрена задача об энергетическом спектре и волновой функции электронов в подзонах* X_3 *и* X_1 *зоны проводимости n-GaP с учетом размерного квантования.*
Ключевые слова: энергетический спектр, квантовая яма, волновая функция, размерное квантование.

Аннотация. *n-GaP ярим ўтказгич ўтказувчанлик зонасининг* X_3 *ва* X_1 *тармоқларидаги электронларнинг тўлқин функцияси ва энергетик спектри ўлчамли квантлашишини эътиборга олган ҳолда назарий тадқиқ қилинган.*
Таянч сўзлар: энергетик спектр, квантлашган ўра, тўлқин функция, ўлчамли квантлашиш.

В последнее время привлекают значительное внимание оптические переходы между уровнями в размерно-квантованной яме (РКЯ), которые находят применение в фотопребразователях инфракрасного диапазона [1]. Для полупроводников с простой зоной расчет межуровневых переходов для РКЯ произвольного потенциала был проведен ранее в работах [2,3]. В то же время межуровневые оптические переходы в РКЯ дырочной проводимости представляют интерес из-за ненулевого поглощения для света произвольной поляризации, которые имеют практическое применение [4]. Теоретическое исследование такого рода задачи затруднено сложностью зонной структуры полупроводника. В частности в [5-7] такая задача в случае прямоугольной РКЯ фиксированной толщиной решена численно. Однако даже малая вариация толщины или глубины РКЯ может сильно изменить конечный результат, что затрудняет анализ промежуточных расчетов. В работе [8] на основе теори возмущения получены аналитические выражения [9] исследовано энергетический спектр, волновая функция дырок межподзонное поглощение поляризованного излучения в бесконечно глубокой квантовой яме полупроводника. Расчеты проведены в приближении Латтинжера-Кона [10, 11] для полупроводников с решеткой цинковой обманки.

Однако теоретическое исследование размерного квантования в потенцилаиной яме (РКЯ), выращенной на основе полупроводника со сложной зоной, одна подзона из которых, имеет “горбообразную структуру” (например, *n-GaP* или *p-Te*), остается открытым, к чему посвящена настоящая работа.

Отметим, что исследование ряда явлений в частности оптических или фотогальванических эффектов в размерно-квантованной яме (РКЯ) требует знания энергетического спектра и волновых функций электронов.

Для квантовой ямы с потенциалом $U(z)$ эффективный гамильтониан электронов в *n-GaP* представляем в виде

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{R}_2 k_\perp^2, \tag{1}$$

[1] Как и в работе [8] будем считать, что зонные параметры не зависят от координаты.

где

$$\widehat{H}_0 = \frac{\Delta}{2}\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}A_3 & 0\\ 0 & A_1\end{bmatrix}\frac{\partial^2}{\partial z^2} + U(z),\ \widehat{R}_2 = \begin{bmatrix}B_3 & D\sin\varphi\cos\varphi\\ D\sin\varphi\cos\varphi & B_1\end{bmatrix}, \qquad (2)$$

$A_{3,1}, B_{3,1}, D, P-$ зонные параметры n-GaP, $k_\perp^2 = k_x^2 + k_y^2$, $\vec{k}_\perp = \left(k_x, k_y\right)$ (или $k_x = k_\perp\cos\varphi,\ k_y = k_\perp\sin\varphi$)- двумерный волновой вектор, направленный по интерфейсу[1], $\vec{r}_\perp = (x, y)$. В дальнейшем считаем, что волновая функция электронов в плоскости РКЯ имеет вид $\Psi \sim \exp(i\vec{k}_\perp\vec{r}_\perp)$.

Невозмущенные уровни энергии $E_\xi(0)$ и волновая функция электронов $\psi_\xi^{(0)} = \begin{bmatrix}\psi_3^{(0)}\\ \psi_1^{(0)}\end{bmatrix}$ в подзонах зоны проводимости $X_\xi\ (\xi = 3,1)$ в $n-GaP$ определяются из следующего матричного дифференциального уравнения $\widehat{H}_0\widehat{\psi}_\xi^{(0)} = \widehat{E}_\xi\widehat{\psi}_\xi^{(0)}$, где $\widehat{E}_\xi = \begin{bmatrix}\tilde{E}_3 & 0\\ 0 & \tilde{E}_1\end{bmatrix}$. Тогда имеем

$$\left\{\frac{\Delta}{2}\begin{bmatrix}\psi_3^{(0)}\\ -\psi_1^{(0)}\end{bmatrix} - \frac{\partial^2}{\partial z^2}\begin{bmatrix}A_3\psi_3^{(0)}\\ A_1\psi_1^{(0)}\end{bmatrix} + P\frac{\partial}{\partial z}\begin{bmatrix}-\psi_1^{(0)}\\ \psi_3^{(0)}\end{bmatrix} + U(z)\begin{bmatrix}\psi_3^{(0)}\\ \psi_1^{(0)}\end{bmatrix}\right\} = \begin{bmatrix}\tilde{E}_3\psi_3^{(0)}\\ \tilde{E}_1\psi_1^{(0)}\end{bmatrix}, \qquad (3)$$

где третье слагаемое описывает превращение электрона с массой $m_{1(3)}$ на электрон массой $m_{3(1)}$.

Из последнего уравнения видно, что имеются три случая, анализ которых приведен ниже.

1-случай. В этом случае будем считать, что эффективные массы электронов в обоих подзон одинаковы, т.е. $A_3 = A_1 = A$. Тогда последнее уравнение будет иметь вид

$$\left\{\frac{\Delta}{2}\begin{bmatrix}\psi_3^{(0)}\\ -\psi_1^{(0)}\end{bmatrix} - \frac{\partial^2}{\partial z^2}\begin{bmatrix}A\psi_3^{(0)}\\ A\psi_1^{(0)}\end{bmatrix} + P\frac{\partial}{\partial z}\begin{bmatrix}-\psi_1^{(0)}\\ \psi_3^{(0)}\end{bmatrix} + U(z)\begin{bmatrix}\psi_3^{(0)}\\ \psi_1^{(0)}\end{bmatrix}\right\} = \begin{bmatrix}\tilde{E}_3\psi_3^{(0)}\\ \tilde{E}_1\psi_1^{(0)}\end{bmatrix}, \qquad (4)$$

Тогда имеем систему уравнений

$$\begin{cases}-\dfrac{\partial^2\psi_3^{(0)}}{\partial z^2} - \dfrac{P}{A}\dfrac{\partial\psi_1^{(0)}}{\partial z} + \dfrac{1}{A}\left[U(z) - \tilde{E}_3\right]\psi_3^{(0)} + \dfrac{1}{A}\dfrac{\Delta}{2}\psi_3^{(0)} = 0,\\ -\dfrac{\partial^2\psi_1^{(0)}}{\partial z^2} + \dfrac{P}{A}\dfrac{\partial\psi_3^{(0)}}{\partial z} + \dfrac{1}{A}\left[U(z) - \tilde{E}_1\right]\psi_1^{(0)} - \dfrac{1}{A}\dfrac{\Delta}{2}\psi_1^{(0)} = 0.\end{cases} \qquad (5)$$

Далее производим обозначение типа $\psi_3^{(0)} + i\psi_1^{(0)} = \zeta^{(0)}$ и считаем, что $\tilde{E}_3 = \tilde{E}_1 = \tilde{E} = E(\vec{k}_\perp) - \mathrm{B}k_\perp^2$. Тогда получим уравнение для $\zeta^{(0)}$

$$\frac{\partial^2\zeta_-}{\partial z^2} - i\frac{P}{A}\frac{\partial\zeta_-}{\partial z} - \frac{1}{A}\left[U(z) - \tilde{E}\right]\zeta_- + \frac{1}{A}\frac{\Delta}{2}\zeta_+ = 0, \qquad (6)$$

Если считаем, что $U(z) = U_0 = const$ и производим следующие обозначения $\kappa_{\bar{A}}^2 = \dfrac{1}{A}\left(U_0 - \tilde{E}\right)$, $\kappa_\Delta^2 = \dfrac{1}{A}\dfrac{\Delta}{2}$, $2\chi = \dfrac{P}{A}$, тогда

$$\frac{\partial^2\zeta_-}{\partial z^2} - 2i\chi\frac{\partial\zeta_-}{\partial z} - \kappa_{\bar{A}}^2\zeta_- + \kappa_\Delta^2\zeta_-{}^* = 0. \qquad (7)$$

Решение (7) $\zeta_- = C\cdot\exp(\alpha z)$ упрощается, если считаем, что $\zeta_-(z)$ функция реальная величина, характеристическое уравнение для которого имеют корни

$$\alpha_{\pm} = i\chi \pm \sqrt{-\chi^2 + 4\left(\kappa_{\mathring{A}}^2 - \kappa_{\Delta}^2 \frac{C^*}{C}\right)} \tag{8}$$

Для упрощения решения задачи считаем, что $C = C^*$, C – реальная величина. Тогда

$$\alpha_{\pm} = i\chi \pm \sqrt{-\chi^2 + 4\left(\kappa_{\mathring{A}}^2 - \kappa_{\Delta}^2\right)} \tag{9}$$

и имеем, что

$$\zeta_{-}(z) = \exp(i\chi z)\left\{C_{+}\cdot\exp\left(z\sqrt{-\chi^2 + 4\left(\kappa_{\mathring{A}}^2 - \kappa_{\Delta}^2\right)}\right) + C_{-}\cdot\exp\left(-z\sqrt{-\chi^2 + 4\left(\kappa_{\mathring{A}}^2 - \kappa_{\Delta}^2\right)}\right)\right\} \tag{10}$$

Если $\kappa_{\mathring{A}}^2 \langle \kappa_{\Delta}^2$. Тогда

$$\zeta_{-} = \exp(i\chi z)\left[C_1\cdot\cos\left(z\sqrt{\chi^2 + 4\left(\kappa_{\Delta}^2 - \kappa_{E}^2\right)}\right) + iC_2\sin\left(z\sqrt{\chi^2 + 4\left(\kappa_{\Delta}^2 - \kappa_{E}^2\right)}\right)\right]. \tag{11}$$

Учет граничных условий типа $\zeta_{\pm}(z = -a/2) = 0$, $\zeta_{\pm}(z = +a/2) = 0$, если выполняется условие $\cos(a/2\chi) \pm i\sin(a/2\chi) \neq 0$, тогда связь между C_1 и C_2 определяется как $C_1 = \pm iC_2 tg\left(a/2\sqrt{\chi^2 + 4\left(\kappa_{\Delta}^2 - \kappa_{\mathring{A}}^2\right)}\right)$. В этом случае из условия нормировки

$$|C_1| = \left|\sin\left(\frac{a}{2}\sqrt{\chi^2 + 4\left(\kappa_{\Delta}^2 - \kappa_{\mathring{A}}^2\right)}\right)\right|,\ |C_2| = \left|\cos\left(\frac{a}{2}\sqrt{\chi^2 + 4\left(\kappa_{\Delta}^2 - \kappa_{\mathring{A}}^2\right)}\right)\right|, \tag{12}$$

а выражение для $\zeta_{-}(\mathrm{z})$ имеет вид

$$\begin{gathered}\zeta_{-}(z) = \exp(i\chi z)\times \\ \times\left[\begin{array}{l}\frac{1}{2}\left[\sin\left(\left(z+\frac{a}{2}\right)\sqrt{\chi^2 + 4\left(\kappa_{\Delta}^2 - \kappa_{\mathring{A}}^2\right)}\right) - \sin\left(\left(z-\frac{a}{2}\right)\sqrt{\chi^2 + 4\left(\kappa_{\Delta}^2 - \kappa_{\mathring{A}}^2\right)}\right)\right] + \\ +\frac{1}{2}i\left[\sin\left(\left(z-\frac{a}{2}\right)\sqrt{\chi^2 + 4\left(\kappa_{\Delta}^2 - \kappa_{\mathring{A}}^2\right)}\right) + \sin\left(\left(z+\frac{a}{2}\right)\sqrt{\chi^2 + 4\left(\kappa_{\Delta}^2 - \kappa_{\mathring{A}}^2\right)}\right)\right]\end{array}\right].\end{gathered} \tag{13}$$

откуда волновые функции электронов определяются соотношениями

$$\begin{gathered}\Psi_1 = \frac{1}{2}\left\{[\cos(\chi z) - \sin(\chi z)]\cdot\sin\left(\left(z+\frac{a}{2}\right)\sqrt{\chi^2 + 4\left(\kappa_{\Delta}^2 - \kappa_{\mathring{A}}^2\right)}\right) - \right. \\ \left. -[\cos(\chi z) + \sin(\chi z)]\cdot\sin\left(\left(z-\frac{a}{2}\right)\sqrt{\chi^2 + 4\left(\kappa_{\Delta}^2 - \kappa_{\mathring{A}}^2\right)}\right)\right\},\end{gathered} \tag{14a}$$

$$\begin{gathered}\Psi_3 = -\frac{1}{2}\left\{[\cos(\chi z) + \sin(\chi z)]\cdot\sin\left(\left(z+\frac{a}{2}\right)\sqrt{\chi^2 + 4\left(\kappa_{\Delta}^2 - \kappa_{\mathring{A}}^2\right)}\right) + \right. \\ \left. +[\cos(\chi z) - \sin(\chi z)]\cdot\sin\left(\left(z-\frac{a}{2}\right)\sqrt{\chi^2 + 4\left(\kappa_{\Delta}^2 - \kappa_{\mathring{A}}^2\right)}\right)\right\}.\end{gathered} \tag{14b}$$

При $\psi_3^{(0)}(z = \pm a/2) = 0, \psi_1^{(0)}(z = \pm a/2) = 0$ получим выражения для энергий размерно-квантованных состояний электронов в точке X зоны Бриллюэна, т.е. при $k_{\perp} = 0$

$$E = U_0 - \frac{\Delta}{2} - \frac{P^2}{16A} - A\pi^2\frac{(2n+1)^2}{4}a^2,\ E = U_0 - \frac{\Delta}{2} - \frac{P^2}{16A} - A\pi^2 n^2 a^2, \tag{15}$$

где первое соотношение соответсвует к четным к инверсии координат состояниям, а второе – к нечетным состояниям, n – целое число.

Отметим, что в случае, когда $4\left(\kappa_{\mathring{A}}^2 - \kappa_{\Delta}^2\right) - \chi^2 \rangle 0$, тогда волновую функцию можно предсатвить как

$$\psi_3^{(0)}(z)=\exp(-z\chi)\cdot\left[\tilde{C}_1\cos\left(z\sqrt{4\left(\kappa_{\hat{A}}^2-\kappa_\Delta^2\right)-\chi^2}\right)+\tilde{C}_3\sin\left(z\sqrt{4\left(\kappa_{\hat{A}}^2-\kappa_\Delta^2\right)-\chi^2}\right)\right] \quad (16)$$

Тогда из условия нормировки волновой функции нетрудно получить выражения для $\tilde{C}_1,\tilde{C}_3$ в виде

$$C_1^{-2}=\frac{sh(a\chi)}{2\chi\left[\chi^2+4\left(\kappa_E^2-\kappa_\Delta^2\right)-\chi^2\right]}\times\left\{4\left(\kappa_E^2-\kappa_\Delta^2\right)+\chi^2\cdot\cos\left(a\sqrt{4\left(\kappa_E^2-\kappa_\Delta^2\right)-\chi^2}\right)+\right.$$
$$\left.+\chi\cdot\sqrt{4\left(\kappa_E^2-\kappa_\Delta^2\right)-\chi^2}\cdot\sin\left(a\sqrt{4\left(\kappa_E^2-\kappa_\Delta^2\right)-\chi^2}\right)\right\}. \quad (17a)$$

$$C_3^{-2}=\frac{sh(a\chi)}{2\chi\left[\chi^2+4\left(\kappa_E^2-\kappa_\Delta^2\right)-\chi^2\right]}\times\left\{-4\left(\kappa_E^2-\kappa_\Delta^2\right)+\chi^2\cdot\cos\left(a\sqrt{4\left(\kappa_E^2-\kappa_\Delta^2\right)-\chi^2}\right)+\right.$$
$$\left.+\chi\cdot\sqrt{4\left(\kappa_E^2-\kappa_\Delta^2\right)-\chi^2}\cdot\sin\left(a\sqrt{4\left(\kappa_E^2-\kappa_\Delta^2\right)-\chi^2}\right)\right\}. \quad (17\ b)$$

2-случай. Пусть $\sqrt{\chi^2-4\left(\kappa_{\hat{A}}^2+\kappa_\Delta^2\right)}$ реальная величина. Тогда уравнение Шреденгера имеет вид

$$\begin{cases}\dfrac{\partial^2\zeta_1^{(0)}}{\partial z^2}+2\chi\dfrac{\partial\zeta_1^{(0)}}{\partial z}+\left(\kappa_{\hat{A}}^2-\kappa_\Delta^2\right)\zeta_1^{(0)}=0,\\ \dfrac{\partial^2\zeta_2^{(0)}}{\partial z^2}+2\chi\dfrac{\partial\zeta_2^{(0)}}{\partial z}+\left(\kappa_{\hat{A}}^2+\kappa_\Delta^2\right)\zeta_2^{(0)}=0,\end{cases} \quad (18)$$

решение которого представим в виде

$$\zeta_1^{(0)}=\exp(-z\chi)\left[F_1\exp\left(z\sqrt{\chi^2-4\left(\kappa_{\hat{A}}^2+\kappa_\Delta^2\right)}\right)+F_2\exp\left(-z\sqrt{\chi^2-4\left(\kappa_{\hat{A}}^2+\kappa_\Delta^2\right)}\right)\right]. \quad (19)$$

Из последнего видно, если $\chi^2-4\kappa_\xi^2\rangle 0$, т.е. $\kappa_{\hat{A}_\xi}\rangle\kappa_\Delta$, тогда (19) имеет вид

$$\zeta_\xi^{(0)}=\exp(-z\chi)\left[F_1\exp\left(z\sqrt{\chi^2-4\kappa_\xi^2}\right)+F_2\exp\left(-z\sqrt{\chi^2-4\kappa_\xi^2}\right)\right], \quad (20)$$

где $\kappa_\xi^2=\kappa_{\hat{A}_\xi}^2-(-1)^{(1+\xi)/2}\kappa_\Delta^2$. В этом случае плотность вероятности нахождения электронов экспоненциально падает.

Из граничного условия $\left.\frac{\partial}{\partial z}\zeta_\xi^{(0)}\right|_{z=0}=0$ имеем

$$\zeta_\xi^{(0)}=F_1\exp(-z\chi)\left[\exp\left(z\sqrt{\chi^2-4\kappa_\xi^2}\right)-\exp\left(-z\sqrt{\chi^2-4\kappa_\xi^2}\right)\right], \quad (21)$$

а условие $\left.\frac{\partial}{\partial z}\zeta_l^{(0)}\right|_{z=a}=0$ дает соотношение, с помощью которого можно определить энергетической дисперсии с учетом размерного квантования

$$\exp\left(2a\sqrt{\chi^2-4\kappa_l^2}\right)=\frac{2-\left(\frac{2\kappa_l}{\chi}\right)^2+2\sqrt{1-\left(\frac{2\kappa_l}{\chi}\right)^2}}{\left(\frac{2\kappa_l}{\chi}\right)^2}, \quad (22)$$

где $\kappa_{\tilde{A}_\xi}^2 = \frac{1}{A_\xi}\left(U_0 - \tilde{E}_\xi\right)$, $\kappa_\Delta^2 = \frac{1}{A}\frac{\Delta}{2}$, $\tilde{E} = E - Bk_\perp^2$. Из-за отсутсвия эксперимента по размерному квантованию в *n-GaP* не проводим численный расчет (22).

3-случай. В этом случае не будем обращать внимания на случай, где происходит превращение электрона одной зоны в другую, т.е. считаем, что $P = 0$. Тогда при $U(z) = U_0 = const$ имеем следующую систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{\partial^2\psi_1^{(0)}}{\partial z^2} - k_{01}^2\psi_1^{(0)} = 0, \\ \frac{\partial^2\psi_3^{(0)}}{\partial z^2} - k_{03}^2\psi_3^{(0)} = 0 \end{cases} \quad (23)$$

Здесь $k_{0\xi}^2 = \frac{1}{A_\xi}\left[\tilde{E}_\xi - (-1)^{(1+\xi)/2}\frac{\Delta}{2} - U_0\right]$. Решение (23) ищем в виде

$$\psi_\xi^{(0)} = B_\xi e^{ik_{0\xi}z} + D_\xi e^{-ik_{0\xi}z}, \quad (24)$$

где D_ξ, B_ξ – постоянные, определяемые граничными условиями рассматриваемой задачи. Из условия обращения в ноль производной волновых функций на границах интерфейса ямы нетрудно получить $E_\xi\left(k_\perp, n_\xi, a\right)$

$$E_\xi = Bk_\perp^2 + \left(\frac{\pi \cdot n_\xi}{a}\right)^2 A_\xi + (-1)^{(1+\xi)/2}\frac{\Delta}{2} + U_0 \quad (n_\xi = 1, 2, 3, ...). \quad (25)$$

Таким образом, показали, что размерно-квантованый спектр электронов в полупроводнике, зона проводимости которого состоит из двух подзон, между которыми имеется энергетическая щель состоит, из набора размерно-квантованных уровней, не пересекающиеся между собою из-за наличия энегетической щели. Получены выражения волновых функций и энергетических спектров электронов для различных случаев, различающиеся друг от друга соотношениями для характеристических волновых векторов, которые, в свою очередь, зависят от зонных параметров полупроводника и от энергетической щели между подзонами зоны проводимости.

В заключении заметим, что эту задачу можно решить методом теории возмущений, где можно рассмотерть в качестве возмущения члены в эффективном гамильтониане, содержащие $k_\perp$, где надо разложить в ряд энергетического спектра и волновой функции электронов по двумерному волновому вектору. Этот случай требует отдельного рассмотрения, к чему будет посвящено следующее сообщение.

Данная работа частична финансирована грантом ОТ-Ф2-66.

References:

[1]. E.L.Ivchenko. Optical spectroscopy of semiconductor nanostructures // E.L. Ivchenko.-Harrow (UK) : Alpha Science, 2005.-350 p. ISBN: 1-84265-150-1.
[2]. L.E.Vorobev, Ye.L.Ivchenko, D.A.Firsov, V.A.SHaligin. Opticheskie svoystva nanostruktur. S.-Pb. Nuaka. 2001. -192 s.
[3]. A.G.Petrov, A.Shik. Phys.Rev. V.48. P.11883 (1993); A.G.Petrov, A.SHik. FTP. T.27. S. 1047 (1993).
[4]. B.V.Levine, S.D.Gunapala, J.M.Kuo, S.S.Pey, S.Hui, Appl.Phys.Lett. V.59. P.1964 (1991).
[5]. Y.-C. Chang. Phys.Tev. V.B39. P.12672 (1989).
[6]. V.Ya.Aleshkin, Yu.A.Romanov. FTP. T. 27. S. 329 (1993).
[7]. A.G.Petrov, A.SHik. FTP. T.28. S. 2185 (1994).
[8]. L.E.Golub, Ye.L.Ivchenko, R.Ya.Rasulov. FTP. T. 29. S. 1093 (1995).
[9]. G.L.Bir, Pikus G.E. Simmetriya i deformatsionnie effekti v poluprovodnikax. - M.: Nauka, -1972. – 584 s.
[10]. E.L.Ivchenko, Rasulov R.Ya. Simmetriya i realnaya zonnaya struktura poluprovodnikov. Tashkent. “Fan”. -1989. –126 s.

Список литературы

[1]. E.L.Ivchenko. Optical spectroscopy of semiconductor nanostructures // E.L. Ivchenko.-Harrow (UK) : Alpha Science, 2005.-350 p. ISBN: 1-84265-150-1.
[2]. Л.Е.Воробьев, Е.Л.Ивченко, Д.А.Фирсов, В.А.Шалыгин. Оптические свойства наноструктур. С.-Пб. Нуака. 2001. -192 с.
[3]. A.G.Petrov, A.Shik. Phys.Rev. V.48. P.11883 (1993); А.Г.Петров, А.Шик. ФТП. Т.27. С. 1047 (1993).
[4]. B.V.Levine, S.D.Gunapala, J.M.Kuo, S.S.Pey, S.Hui, Appl.Phys.Lett. V.59. P.1964 (1991).
[5]. Y.-C. Chang. Phys.Tev. V.B39. P.12672 (1989).
[6]. В.Я.Алешкин, Ю.А.Романов. ФТП. Т. 27. С. 329 (1993).
[7]. А.Г.Петров, А.Шик. ФТП. Т.28. С. 2185 (1994).
[8]. Л.Е.Голуб, Е.Л.Ивченко, Р.Я.Расулов. ФТП. Т. 29. С. 1093 (1995).
[9]. Г.Л.Бир, Пикус Г.Е. Симметрия и деформационные эффекти в полупроводниках. - М.: Наука, -1972. – 584 с.
[10]. Е.Л.Ивченко, Расулов Р.Я. Симметрия и реальная зонная структура полупроводников. Ташкент. “Фан”. - 1989. –126 с.