Journal of TIRE

Volume 15 | Issue 2 Article 6

8-15-2019

ON THE CONSTRUCTION OF CANONICAL SYSTEMS OF EQUATIONS FOR CYLINDRICAL AND SPHERICAL SHELL STRUCTURES

A. Abdusattarov

Tashkent Institute of Railway Engineers, Tashkent, 100167, Uzbekistan, abdusattarov@tashiit.uz

F.E. Abduqodirov

Tashkent Institute of Railway Engineers, Tashkent, 100167, Uzbekistan

ON THE CONSTRUCTION OF CANONICAL SYSTEMS OF EQUATIONS FOR CYLINDRICAL AND SPHERICAL SHELL STRUCTURES

Cover Page Footnote
O'zbekiston temir yo'llari Joint stock company

УДК (UDC) 539.3:624.01

ON THE CONSTRUCTION OF CANONICAL SYSTEMS OF EQUATIONS FOR CYLINDRICAL AND SPHERICAL SHELL STRUCTURES

Абдусаттаров А.[1], Абдукадиров Ф.Э.[1]
Abdusattarov A.[1], Abduqodirov F.E.[1]

[1] – Ташкентский институт инженеров железнодорожного транспорта (Ташкент, Узбекистан)

[1] – Tashkent Institute of Railway Engineers (Tashkent, Uzbekistan)

Abstract: In this article is given the construction of canonical systems, the equation of motion for axisymmetric shell structures, as well as for cylindrical and spherical shells.

Key words: stresses, deformation, variational equations, finite difference method, model, boundary conditions, shell, sweep method.

К ПОСТРОЕНИЮ КАНОНИЧЕСКИХ СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ И СФЕРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕЧНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Аннотация: В статье рассматривается построение канонических систем уравнений движения для осесимметричных оболочечных конструкций, а также, для цилиндрических и сферических оболочек.

Ключевые слова: напряжения, деформация, вариационная уравнения, метод конечных разностей, модель, краевые условия, оболочка, метод прогонки.

Введение. На основании вариационного принципа Гамильтона-Остроградского получена система дифференциальных уравнений движения (равновесия) осесимметричных оболочечных конструкций с соответствующими граничными и начальными условиями [1,2]. В статье рассматривается построения канонических систем уравнений для осесимметричных оболочечных конструкций, в частности, для цилиндрических и сферических оболочек. При этом используется основные геометрические и физические соотношения теории тонкостенных оболочек [3,4].

Следуя [3], перемещение оболочки и коэффициенты Ламэ определяются по формулам:

$$u_{\alpha_1}=(1+k_1 z)u-\frac{z}{A_1}\frac{\partial w}{\partial \alpha_1};\quad u_{\alpha_2}=(1+k_2 z)v-\frac{z}{A_2}\frac{\partial w}{\partial \alpha_2};\quad u_\gamma=w(\alpha_1,\alpha_2) \qquad (1)$$

$$H_1=A_1(1+k_1\gamma);\quad H_2=A_2(1+k_2\gamma);\quad H_3=1$$

Здесь, $A_1(\alpha_1,\alpha_2)$, $A_2(\alpha_1,\alpha_2)$ – коэффициенты первой квадратичной формы средней поверхности оболочки; $K_1(\alpha_1,\alpha_2)$, $K_2(\alpha_1,\alpha_2)$ – главные кривизны средней поверхности; $u(\alpha_1,\alpha_2)$, $v(\alpha_1,\alpha_2)$ – тангенциальные перемещения соответствующей точки средней поверхности; u_{α_1}, u_{α_2}, u_γ – компоненты вектора полного смещения какой-либо точки *M* тела оболочки.

Для связи между напряжениями и деформациями, примем модель изотропного упругого тела:

$$\sigma_{11}=\frac{E_1}{1-\nu_1\nu_2}(\varepsilon_{11}+\nu_2\varepsilon_{22});\quad \sigma_{22}=\frac{E_2}{1-\nu_1\nu_2}(\varepsilon_{22}+\nu_1\varepsilon_{11});\quad \sigma_{12}=G\varepsilon_{12} \tag{2}$$

Компоненты деформации на поверхности, параллельной к срединной поверхности определяется формулой:

$$\varepsilon_{11}=E_{11}+z\kappa_{11};\quad \varepsilon_{22}=E_{22}+z\kappa_{22};\quad \varepsilon_{12}=E_{12}+2z\kappa_{12} \tag{3}$$

При выводе уравнения равновесия и движения оболочечных конструкции воспользовались вариационными уравнениями Лагранжа и Гамильтона-Остроградского [1,2]. Формируем выражения усилий и моментов на основе соотношений (2) и гипотезе Кирхгофа-Лява:

$$N_{11}=\frac{Eh}{1-\nu^2}\left[\frac{1}{A_1}\frac{\partial u}{\partial\alpha_1}+k_1w+\nu\left(\frac{1}{A_2}\frac{\partial v}{\partial\alpha_2}+\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}u+k_2w\right)\right];$$

$$N_{12}=\frac{Eh}{2(1+\nu)}\left[\frac{1}{A_1}\frac{\partial v}{\partial\alpha_1}+\frac{1}{A_2}\frac{\partial u}{\partial\alpha_2}-\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_1}{\partial\alpha_2}u-\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}v+\left(k_{12}+k_{21}\right)w\right];$$

$$M_{11}=-\frac{Eh^3}{12\left(1-\nu^2\right)}\left[\frac{1}{A_1}\frac{\partial\theta_1}{\partial\alpha_1}+\nu\left(\frac{1}{A_2}\frac{\partial\theta_2}{\partial\alpha_2}+\nu\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}\theta_1\right)\right];$$

$$M_{12}=-\frac{Eh^3}{24(1+\nu)}\left[\frac{1}{A_1}\frac{\partial\theta_2}{\partial\alpha_1}+\frac{1}{A_2}\frac{\partial\theta_1}{\partial\alpha_2}-\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_1}{\partial\alpha_2}\theta_1-\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}\theta_2\right]; \tag{4}$$

В соответствие [4] вводим следующие обозначения:

$$y_1=N_{11},\quad y_2=M_{12},\quad y_3=M_{11},\quad y_4=N_{22},\quad y_5=U,\quad y_6=\theta_1,\quad y_7=\theta_2,\quad y_8=V \tag{5}$$

Каноническая уравнения. С учетом соотношений (4) и обозначений (5), из вариационного уравнения [1] после некоторых преобразований, получена системы канонических уравнений для тонкостенных оболочечных конструкций:

$$\frac{1}{A_1}\frac{\partial y_1}{\partial\alpha_1}=-\frac{1}{A_2}\frac{\partial y_4}{\partial\alpha_2}+\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}N_{22}-\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_1}{\partial\alpha_2}y_4+K_1\frac{\partial^2y_5}{\partial t^2}-K_2\frac{\partial^2y_6}{\partial t^2}-\overline{P_1}-q_1^+-q_1^-;$$

$$\frac{1}{A_1}\frac{\partial y_2}{\partial\alpha_1}=-\frac{1}{A_2}\frac{\partial M_{22}}{\partial\alpha_2}-\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}y_2+\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_1}{\partial\alpha_2}y_3+K_3\frac{\partial^2y_8}{\partial t^2}-K_6\frac{\partial^2y_6}{\partial t^2}-M\left(P_2\right)-q_1^+\frac{h}{2}-q_1^-\left(-\frac{h}{2}\right);$$

$$\frac{1}{A_1}\frac{\partial y_3}{\partial\alpha_1}=-\frac{1}{A_2}\frac{\partial y_2}{\partial\alpha_2}-\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_1}{\partial\alpha_2}y_2+\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}M_{22}+K_2\frac{\partial^2y_5}{\partial t^2}-K_6\frac{\partial^2y_6}{\partial t^2}-M\left(P_1\right)-q_1^+\frac{h}{2}-q_1^-\left(-\frac{h}{2}\right);$$

$$\frac{1}{A_1}\frac{\partial y_4}{\partial\alpha_1}=-\frac{1}{A_2}\frac{\partial N_{22}}{\partial\alpha_2}+\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_1}{\partial\alpha_2}y_1-\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}y_4+K_3\frac{\partial^2y_8}{\partial t^2}-K_4\frac{\partial^2y_7}{\partial t^2}-\overline{P_2}-q_2^+-q_2^-;$$

$$\frac{Eh}{1-\nu^2}\frac{1}{A_1}\frac{\partial y_5}{\partial\alpha_1}=-\frac{Eh}{1-\nu^2}\left[\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_1}{\partial\alpha_2}y_8+\nu\left(\frac{1}{A_2}\frac{\partial y_8}{\partial\alpha_2}+\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}y_5\right)\right]+y_1;$$

$$\frac{Eh^3}{12\left(1-\nu^2\right)}\frac{1}{A_1}\frac{\partial y_6}{\partial\alpha_1}=\frac{Eh^3}{12\left(1-\nu^2\right)}\left[\nu\frac{1}{A_2}\frac{\partial y_7}{\partial\alpha_2}+\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_1}{\partial\alpha_2}y_7+\nu\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}y_6\right]-y_3;$$

$$\frac{Eh^3}{24(1+\nu)}\frac{1}{A_1}\frac{\partial y_7}{\partial\alpha_1}=\frac{Eh^3}{24(1+\nu)}\left[\frac{1}{A_2}\frac{\partial y_6}{\partial\alpha_2}-\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_1}{\partial\alpha_2}y_6-\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}y_6\right]-y_2;$$

$$\frac{Eh}{2(1+\nu)}\frac{1}{A_1}\frac{\partial y_8}{\partial\alpha_1}=-\frac{Eh}{2(1+\nu)}\left[\frac{1}{A_2}\frac{\partial y_5}{\partial\alpha_2}-\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_1}{\partial\alpha_2}y_5-\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}y_8\right]-y_4; \tag{6}$$

Здесь,

$$K_1 = \int_z \rho\left(1+k_1 z\right)^2 dz; \quad K_2 = \int_z \rho z\left(1+k_1 z\right) dz; \quad K_3 = \int_z \rho\left(1+k_2 z\right)^2 dz;$$

$$K_4 = \int_z \rho z\left(1+k_2 z\right) dz; \quad K_5 = \int_z \rho dz; \quad K_6 = \int_z \rho z^2 dz;$$

Перемещение w вычисляется из следующего уравнения:

$$K_5 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - Q\left(P_3\right) - Q\left(q_3\right) = 0 \tag{7}$$

В системе обозначении (5) сделаем следующее изменения:

$$y_5 = \frac{Eh}{1-\nu^2} u; \quad y_6 = \frac{Eh^3}{12\left(1-\nu^2\right)} \theta_1; \quad y_7 = \frac{Eh^3}{24\left(1+\nu\right)} \theta_2; \quad y_8 = \frac{Eh}{2\left(1+\nu\right)} v \tag{8}$$

Из (6) напишем канонические уравнения для цилиндрической оболочки

$$\left(A_1 = A_2 = R; \quad k_1 = 0; \quad k_2 = \frac{1}{R}\right):$$

$$\frac{\partial y_1}{R\partial\alpha_1} = -\frac{\partial y_4}{R\partial\alpha_2} + K_1 \frac{\partial^2 y_5}{\partial t^2} - K_2 \frac{\partial^2 y_6}{\partial t^2} - \overline{P_1} - q_1^+ - q_1^- ;$$

$$\frac{1}{A_1}\frac{\partial y_2}{\partial\alpha_1} = -\frac{\partial M_{22}}{R\partial\alpha_2} + K_3 \frac{\partial^2 y_8}{\partial t^2} - K_6 \frac{\partial^2 y_6}{\partial t^2} - M\left(P_2\right) - q_1^+ \frac{h}{2} - q_1^- \left(-\frac{h}{2}\right);$$

$$\frac{1}{A_1}\frac{\partial y_3}{\partial\alpha_1} = -\frac{\partial y_2}{R\partial\alpha_2} + K_2 \frac{\partial^2 y_5}{\partial t^2} - K_6 \frac{\partial^2 y_6}{\partial t^2} - M\left(P_1\right) - q_1^+ \frac{h}{2} - q_1^- \left(-\frac{h}{2}\right);$$

$$\frac{\partial y_4}{R\partial\alpha_1} = -\frac{\partial N_{22}}{R\partial\alpha_2} + K_3 \frac{\partial^2 y_8}{\partial t^2} - K_4 \frac{\partial^2 y_7}{\partial t^2} - \overline{P_2} - q_2^+ - q_2^- ;$$

$$\frac{Eh}{1-\nu^2}\frac{\partial y_5}{R\partial\alpha_1} = -\frac{Eh}{1-\nu^2}\nu\frac{1}{A_2}\frac{\partial y_8}{\partial\alpha_2} + y_1 ;$$

$$\frac{Eh^3}{12\left(1-\nu^2\right)}\frac{\partial y_6}{R\partial\alpha_1} = \frac{Eh^3}{12\left(1-\nu^2\right)}\nu\frac{\partial y_7}{R\partial\alpha_2} - y_3 ;$$

$$\frac{Eh^3}{24\left(1+\nu\right)}\frac{\partial y_7}{R\partial\alpha_1} = \frac{Eh^3}{24\left(1+\nu\right)}\frac{\partial y_6}{R\partial\alpha_2} - y_2 ;$$

$$\frac{Eh}{2\left(1+\nu\right)}\frac{\partial y_8}{R\partial\alpha_1} = -\frac{Eh}{2\left(1+\nu\right)}\frac{\partial y_5}{R\partial\alpha_2} - y_4 ; \tag{9}$$

Теперь из общего уравнения (6) напишем канонические уравнения для сферических оболочек $\left(A_1 = R; \quad A_2 = R\sin\alpha_1; \quad k_1 = k_2 = k = \frac{1}{R} = const\right)$:

$$\frac{\partial y_1}{R\partial\alpha_1} = -\frac{\partial y_4}{R\sin\alpha_1\partial\alpha_2} + \frac{1}{R}ctg\alpha_1 N_{22} + K_1 \frac{\partial^2 y_5}{\partial t^2} - K_2 \frac{\partial^2 y_6}{\partial t^2} - \overline{P_1} - q_1^+ - q_1^- ;$$

$$\frac{\partial y_2}{R\partial\alpha_1} = -\frac{\partial M_{22}}{R\sin\alpha_1\partial\alpha_2} - \frac{1}{R}ctg\alpha_1\cdot y_2 + K_3\frac{\partial^2 y_8}{\partial t^2} - K_6\frac{\partial^2 y_6}{\partial t^2} - M\left(P_2\right) - q_1^+\frac{h}{2} - q_1^-\left(-\frac{h}{2}\right);$$

$$\frac{\partial y_3}{R\partial\alpha_1} = -\frac{\partial y_2}{R\sin\alpha_1\partial\alpha_2} + \frac{1}{R}ctg\alpha_1 M_{22} + K_2\frac{\partial^2 y_5}{\partial t^2} - K_6\frac{\partial^2 y_6}{\partial t^2} - M\left(P_1\right) - q_1^+\frac{h}{2} - q_1^-\left(-\frac{h}{2}\right);$$

$$\frac{\partial y_4}{R\partial\alpha_1} = -\frac{\partial N_{22}}{R\sin\alpha_1\partial\alpha_2} - \frac{1}{R}ctg\alpha_1 y_4 + K_3\frac{\partial^2 y_8}{\partial t^2} - K_4\frac{\partial^2 y_7}{\partial t^2} - \overline{P}_2 - q_2^+ - q_2^-;$$

$$\frac{Eh}{1-\nu^2}\frac{\partial y_5}{R\partial\alpha_1} = -\frac{Eh}{1-\nu^2}\left[\nu\left(\frac{\partial y_8}{R\sin\alpha_1\partial\alpha_2} + \frac{1}{R}ctg\alpha_1 y_5\right)\right] + y_1;$$

$$\frac{Eh^3}{12\left(1-\nu^2\right)}\frac{\partial y_6}{R\partial\alpha_1} = \frac{Eh^3}{12\left(1-\nu^2\right)}\left[\nu\left(\frac{\partial y_7}{R\sin\alpha_1\partial\alpha_2} + \frac{1}{R}ctg\alpha_1 y_6\right)\right] - y_3;$$

$$\frac{Eh^3}{24\left(1+\nu\right)}\frac{\partial y_7}{R\partial\alpha_1} = \frac{Eh^3}{24\left(1+\nu\right)}\left[\frac{\partial y_6}{R\sin\alpha_1\partial\alpha_2} - \frac{1}{R}ctg\alpha_1 y_6\right] - y_2;$$

$$\frac{Eh}{2\left(1+\nu\right)}\frac{\partial y_8}{R\partial\alpha_1} = -\frac{Eh}{2\left(1+\nu\right)}\left[\frac{\partial y_5}{R\sin\alpha_1\partial\alpha_2} - \frac{1}{R}ctg\alpha_1 y_8\right] - y_4; \qquad (10)$$

где K_i после выполнения операций интегрирования по толщине оболочки получает вид:

$$K_1 = \rho\left(h + k_1^2\frac{h^3}{12}\right);\quad K_2 = \rho k_1\frac{h^3}{12};\quad K_3 = \rho\left(h + k_2^2\frac{h^3}{12}\right)$$

$$K_4 = \rho k_2\frac{h^3}{12};\quad K_5 = \rho h;\quad K_6 = \rho\frac{h^3}{12}$$

Канонических уравнений (6) представим в векторной форме [4]:

$$\frac{1}{A_1}\frac{\partial y}{\partial\alpha_1} = f\left(\alpha_1,\alpha_2,y\right) + b \qquad (11)$$

где,

$$y = \{y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, y_6, y_7, y_8\};\qquad f = \{f_1, f_2, f_3, f_4, f_5, f_6, f_7, f_8\}$$

$$b_1 = -\overline{P}_1 - q_1^+ - q_1^-;\quad b_2 = M(P_2) - q_2^+\frac{h}{2} - q_2^-\left(-\frac{h}{2}\right);\quad b_3 = M(P_1) - q_2^+\frac{h}{2} - q_2^-\left(-\frac{h}{2}\right);$$

$$b_4 = -\overline{P}_2 - q_2^+ - q_2^-;\quad b_5 = b_6 = b_7 = b_8 = 0;$$

Теперь канонические уравнения (6) преобразуем с учетом соотношений (5) и (8), и будем представить векторном виде. Для этого вводим следующие вектора:

$$Q = \left[N_{11}, M_{12}, M_{11}, N_{12}\right]^T;\quad Y = \left[U, \theta_1, \theta_2, V\right]^T \qquad (12)$$

Для краткости, здесь представляется канонические уравнения только для цилиндрических оболочек (первая система из четырёх уравнений):

$$\frac{\partial Q}{R\partial\alpha_1} = A\frac{\partial^2 Y}{R^2\partial\alpha_2^2} + B\frac{\partial^2 Y}{R^2\partial\alpha_1\partial\alpha_2} + C\frac{\partial^2 Y}{\partial t^2} - \overline{Q} \qquad (13)$$

Здесь матрицы A, B, C имеет вид:

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{23} & 0 \\ 0 & a_{32} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{44} \end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & b_{14} \\ 0 & b_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_{34} \\ b_{41} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},\quad C=\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & 0 & 0 \\ 0 & c_{22} & 0 & c_{24} \\ 0 & c_{32} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_{43} & c_{44} \end{pmatrix}$$

(14)

где

$$a_{11}=-G_1,\quad a_{23}=-\frac{Eh^3}{12\left(1-v^2\right)},\quad a_{32}=-2G_1,\quad a_{44}=-\frac{Eh}{1-v^2},$$

$$b_{14}=-G_1,\quad b_{22}=-\frac{Eh^3\cdot v}{12\left(1-v^2\right)},\quad b_{34}=-2G_1\,\mathrm{k}_2,\quad b_{41}=-\frac{Ehv}{1-v^2},$$

$$c_{11}=\rho h,\quad c_{22}=-\rho\frac{h^3}{12},\quad c_{24}=\rho\left(h+k_2^2\frac{h^3}{12}\right),\quad c_{32}=-\rho\frac{h^3}{12},$$

$$c_{43}=-\rho k_2\frac{h^3}{12},\quad c_{44}=\rho\left(h+k_2\frac{h^3}{12}\right)$$

Вторая часть система уравнений можно представить в виде:

$$\bar{A}\frac{\partial Y}{R\partial\alpha_1}=\bar{B}\frac{\partial Y}{R\partial\alpha_2}+\bar{C}Q \tag{15}$$

Здесь

$$\bar{A}=\begin{pmatrix} \bar{a}_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{a}_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{a}_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{a}_{44} \end{pmatrix},\quad \bar{B}=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \bar{b}_{14} \\ 0 & 0 & \bar{b}_{23} & 0 \\ 0 & \bar{b}_{32} & 0 & 0 \\ \bar{b}_{41} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},\quad \bar{C}=\begin{pmatrix} \bar{c}_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{c}_{23} & 0 \\ 0 & \bar{c}_{32} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{c}_{44} \end{pmatrix}$$

где элементы матрицы

$$\bar{a}_{11}=\frac{Eh}{1-v^2},\quad \bar{a}_{22}=\frac{Eh^3}{12\left(1-v^2\right)},\quad \bar{a}_{33}=\frac{Eh^3}{24\left(1+v\right)},\quad \bar{a}_{44}=\frac{Eh}{2\left(1+v\right)},$$

$$\bar{b}_{14}=-\frac{Eh\cdot v}{1-v^2},\quad \bar{b}_{23}=\frac{Eh^3\cdot v}{12\left(1-v^2\right)},\quad \bar{b}_{32}=\frac{Eh^3}{24\left(1+v\right)},\quad \bar{b}_{41}=\frac{Eh}{2\left(1+v\right)},$$

$$\bar{c}_{11}=1,\quad \bar{c}_{22}=-1,\quad \bar{c}_{32}=-1,\quad \bar{c}_{44}=-1$$

Выводы. Полученная система дифференциальных уравнений (13) и (15) относительно восьми неизвестных должна удовлетворять граничных и начальных условий [4]. Следует отметить, для оболочечных конструкций, поведение которых можно описать системой обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, эффективным является метод численного интегрирования предложенный С.К.Годуновым [4].

Литература

1. Абдусаттаров А., Сабиров Н.Х., Абдукадыров Ф.Э. К формированию вариационного уравнения движения и краевых задач тонкостенных осесимметричных оболочечных конструкций//Вестник ТашИИТ, 2019, №2, с.30-35.

2. Абдусаттаров А., Юлдашев Т., Абдукадыров Ф.Э. Об основных соотношениях нелинейной теории тонкостенных оболочечных конструкций//Вестник ТашИИТ, 2010, №3, с.24-32.

3. Власов В.З. Общая теория оболочек и ее приложения в технике. –М.: Гостехиздат, 1949, 761с.

4. Мяченков В.И., Мальцев В.П. Методы и алгоритмы расчета пространственных конструкций на ЭВМ. –М.: Машиностроение, 1984, 280с.

5. Годунов С.К., Рябенький В.С. Введение в теорию разностных схем. –М.: Физматгиз, 1962, 274с.

References

1. Abdusattarov A., Sabirov N.Kh., Abdukadirov F.E. To the formation of the variational equation of motion and boundary value problems of thin-walled axisymmetric shell structures // Vestnik TashIIT, 2019, No. 2, pp. 30-35.

2. Abdusattarov A., Yuldashev T., Abdukadirov F.E. On the main relations of the nonlinear theory of thin-walled shell structures // Vestnik TashIIT, 2010, No. 3, pp. 24-32.

3. Vlasov V.Z. General theory of shells and its applications in technology. –M.: Gostekhizdat, 1949, 761s.

4. Myachenkov V.I., Maltsev V.P. Methods and algorithms for calculating spatial structures on a computer. –M.: Engineering, 1984, 280s.

5. Godunov S.K., Ryaben'ky V.S. Introduction to the theory of difference schemes. –M .: Fizmatgiz, 1962, 274s.