

10-21-2018

CALCULATION OF THICK PLATES OF VARIABLE THICKNESS IN THREE-DIMENSIONAL FORMULATION

D. Usarov

Institute of Mechanics and Seismic resistance of structures, Academy of Sciences. Uzbekistan.

A. Yuvmitov

Institute of Mechanics and Seismic resistance of structures, Academy of Sciences. Uzbekistan.

Follow this and additional works at: <https://uzjournals.edu.uz/samgai>

 Part of the [Engineering Commons](#)

Recommended Citation

Usarov, D. and Yuvmitov, A. (2018) "CALCULATION OF THICK PLATES OF VARIABLE THICKNESS IN THREE-DIMENSIONAL FORMULATION," *"Problems of Architecture and Construction "*: Vol. 1 : Iss. 3 , Article 6.

Available at: <https://uzjournals.edu.uz/samgai/vol1/iss3/6>

This Article is brought to you for free and open access by 2030 Uzbekistan Research Online. It has been accepted for inclusion in "Problems of Architecture and Construction " by an authorized editor of 2030 Uzbekistan Research Online. For more information, please contact brownman91@mail.ru.

CALCULATION OF THICK PLATES OF VARIABLE THICKNESS IN THREE-DIMENSIONAL FORMULATION

Cover Page Footnote

The journal is published under the sponsorship of Samarkand State Architecture and Civil engineering
Institute



**ПРОБЛЕМЫ АРХИТЕКТУРЫ И СТРОИТЕЛЬСТВА
PROBLEMS OF ARCHITECTURE AND CONSTRUCTION**

(ilmiy-texnik jurnal)
(научно-технический журнал)
(Scientific and technical journal)

2018, № 3
2000 yildan har 3 oyda
bir marta chop etilmoqda

Журнал ОАК Хайъатининг қарорига биноан техника (қурилиш, механика ва машинасозлик соҳалари) фанлари ҳамда меъморчилик бўйича илмий мақолалар чоп этилиши лозим бўлган илмий журналлар рўйхатига киритилган
(гувоҳнома №00757. 2000.31.01)

Журнал 2007 йил 18 январда Самарқанд вилоят матбуот ва ахборот бошқармасида қайта рўйхатга олиниб 09-34 рақамли гувоҳнома берилган

Бош муҳаррир (editor-in-chief) - т.ф.н. доц. С.И. Аҳмедов
Масъул котиб (responsible secretary) – т.ф.н. доц. Т.Қ. Қосимов

Таҳририят хайъати (Editorial council): м.ф.д., проф. М.Қ. Аҳмедов; ф.м.ф.д., проф. Ж.А. Акилов; т.ф.д., проф. С.М. Бобоев; т.ф.д., проф. К.Б. Ғаниев; и.ф.д., проф. А.Н.Жабриев; т.ф.н., к.и.х. Э.Х. Исаков (бош муҳаррир ўринбосари); т.ф.д. К. Исмоилов; т.ф.н., доц. В.А. Кондратьев; т.ф.д. проф. С.Р. Раззоқов; УзР.ФА академиги, т.ф.д., проф. Т.Р. Рашидов; арх.ф.д., проф. О. Салимов; т.ф.н. доц. А.С. Султонов; т.ф.д., проф. Х.Ш.Тўраев; м.ф.д., проф. А.С. Уралов; т.ф.н. доц. В.Ф. Усмонов; т.ф.д., проф. Р.И.Холмуродов; т.ф.д., проф. Шукуров И.С. (Россия, МГСУ)

Муассис (The founder): Самарқанд давлат архитектура-қурилиш институти

Таҳририят манзили: 140147, Самарқанд шаҳри, Лолазор кўчаси, 70.
Телефон: (8-366) 237-18-47, 237-14-77, факс (8-366) 237-19-53. ilmiy-jurnal@mail.ru

Матнларда фойдаланилган мисол, кўчирма, илмий ва амалий маълумотлар аниқлиги учун муаллифлар жавобгардир.

Обуна индекси 5549

© СамДАҚИ, 2018

УДК. 539.3

CALCULATION OF THICK PLATES OF VARIABLE THICKNESS IN THREE-DIMENSIONAL FORMULATION

Usarov D.M.

Institute of Mechanics and Seismic resistance of structures, Academy of Sciences. Uzbekistan.

Yuvmitov A.S.

Institute of Mechanics and Seismic resistance of structures, Academy of Sciences. Uzbekistan.

Three-dimensional problem of bending and oscillations of orthotropic plates of variable thickness is considered in the paper. The problem is solved on the basis of the method of displacements expansion into an infinite series, which allows it to be reduced to solving a system of two-dimensional infinite recurrent equations.

Keywords: thick plates, three dimension, recurrent equation, expansion, vibrations.

РАСЧЕТ ТОЛСТЫХ ПЛАСТИН ПЕРЕМЕННОЙ ТОЛЩИНЫ В ТРЕХМЕРНОЙ ПОСТАНОВКЕ

Усаров Д.М, Ювмитов А.С.

(Институт механики и сейсмостойкости сооружений АН РУз)

В статье рассматривается трехмерная задача изгиба и колебаний ортотропных пластин переменной толщины. Задача решается на основе метода разложения перемещений в бесконечный ряд, что позволяет свести ее к решению системы двумерных бесконечных рекуррентных уравнений.

Задачи изгиба и колебаний пластин переменной толщины изучены в работах многих исследователей. В основном, научные работы по расчету пластин переменной толщины выполнены в рамках классической теории пластин и разработаны с учетом ряда упрощающих гипотез. Следует отметить, что в тех местах пластин переменной толщины, где толщина больше, применять упрощающие гипотезы нецелесообразно. Исследования показали, что при расчете толстых пластин необходимо учитывать не только моменты и силы, но и бимоменты. Учет бимоментов в сечениях пластины основан на применении метода разложения перемещений в бесконечный ряд по одной из пространственных координат, направленных вдоль нормали.

В литературе имеется ряд работ, посвященных расчету пластин переменной толщины. В монографии [1] рассматриваются статические задачи изгиба пластин переменной толщины различного очертания для различных видов нагружения.

Диссертационная работа автора [2] посвящена динамическим и статическим задачам изгиба пластин постоянной и переменной толщины. В работах [3, 4] рассматриваются задачи исследования колебаний вязкоупругих пластин переменной толщины. Поставленные задачи на основе применения метода Бубнова-Галеркина

сводятся к решению обыкновенных дифференциальных уравнений. Уравнения колебания пластины переменной толщины выведены в рамках гипотезы Кирхгоффа. Разработана методика численного решения поставленной задачи. Получены численные результаты и сопоставлены с результатами других авторов. В работах [5 - 9] приведены рассмотрены задачи изгиба и колебаний толстых пластин переменной толщины в трехмерной постановке. На основе применения метода разложения, поставленные трехмерные задачи сводятся к двумерной.

В статье рассматривается трехмерная задача изгиба и колебания толстой пластины на упругом основании под действием внешних сил.

В качестве объекта исследования выберем толстую ортотропную упругую пластину переменной толщины с размерами в плане a и b , которая расположена между двумя симметричными лицевыми поверхностями $z = h(x_1, x_2)$, $z = -h(x_1, x_2)$. Пусть $h(x_1, x_2) \geq 0$, тогда толщина пластины равна $H = 2h(x_1, x_2)$.

В отличие от классической теории пластин, компоненты вектора перемещения определяются в виде функций трех пространственных координат и времени

$u_1(x_1, x_2, z, t), u_2(x_1, x_2, z, t), u_3(x_1, x_2, z, t)$.
Компоненты тензора деформации определяются соотношениями Коши. Пластина рассматривается как трехмерное ортотропное тело [8, 9], материал которой подчиняется обобщенному закону Гука:

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= E_{11}\varepsilon_{11} + E_{12}\varepsilon_{22} + E_{13}\varepsilon_{33}, \\ \sigma_{22} &= E_{21}\varepsilon_{11} + E_{22}\varepsilon_{22} + E_{23}\varepsilon_{33}, \\ \sigma_{12} &= 2G_{12}\varepsilon_{12}, \quad \sigma_{13} = 2G_{13}\varepsilon_{13}, \quad \sigma_{23} = 2G_{23}\varepsilon_{23} \end{aligned} \quad (1)$$

где $E_{11}, E_{12}, \dots, E_{33}$ – упругие константы, определяемые через коэффициенты Пуассона и модули упругости, которые приведены в [8, 9]; G_{12}, G_{13}, G_{23} – модули сдвига материала пластины.

В качестве уравнений движения пластины воспользуемся трехмерными уравнениями движения теории упругости:

$$\frac{\partial \sigma_{i1}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{i2}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{i3}}{\partial z} = \rho \ddot{u}_i, \quad (i=1,3). \quad (2)$$

Здесь ρ – плотность материала пластины.

Перемещения и напряжения на лицевых поверхностях пластины $z = h(x_1, x_2)$ и $z = -h(x_1, x_2)$ обозначим, соответственно, $u_i^{(+)}, \sigma_{ij}^{(+)}$ ($i, j=1,3$) и $u_i^{(-)}, \sigma_{ij}^{(-)}$ ($i, j=1,3$), а нормальные векторы, – соответственно, $n^{(+)} = (l^{(+)}, m^{(+)}, n^{(+)})$ и $n^{(-)} = (l^{(-)}, m^{(-)}, n^{(-)})$, где $l^{(+)}, m^{(+)}, n^{(+)}$ и $l^{(-)}, m^{(-)}, n^{(-)}$ – направляющие косинусы.

Граничные условия на лицевой поверхности пластины $z = h(x_1, x_2)$ имеют вид:

$$\begin{aligned} \sigma_{11}^{(+)}l^{(+)} + \sigma_{21}^{(+)}m^{(+)} + \sigma_{31}^{(+)}n^{(+)} &= q_1^{(+)}, \\ \sigma_{12}^{(+)}l^{(+)} + \sigma_{22}^{(+)}m^{(+)} + \sigma_{32}^{(+)}n^{(+)} &= q_2^{(+)}, \\ \sigma_{13}^{(+)}l^{(+)} + \sigma_{23}^{(+)}m^{(+)} + \sigma_{33}^{(+)}n^{(+)} &= q_3^{(+)}, \end{aligned} \quad (3,a)$$

А граничные условия на лицевой поверхности пластины $z = -h(x_1, x_2)$ имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \sigma_{11}^{(-)}l^{(-)} + \sigma_{21}^{(-)}m^{(-)} + \sigma_{31}^{(-)}n^{(-)} &= q_1^{(-)}, \\ \sigma_{12}^{(-)}l^{(-)} + \sigma_{22}^{(-)}m^{(-)} + \sigma_{32}^{(-)}n^{(-)} &= q_2^{(-)}, \\ \sigma_{13}^{(-)}l^{(-)} + \sigma_{23}^{(-)}m^{(-)} + \sigma_{33}^{(-)}n^{(-)} &= q_3^{(-)}, \end{aligned} \quad (3,b)$$

Здесь $q_1^{(+)}, q_2^{(+)}, q_3^{(+)}$ и $q_1^{(-)}, q_2^{(-)}, q_3^{(-)}$ – внешние распределенные нагрузки, приложенные к соответствующим лицевым поверхностям пластины.

Решение поставленной задачи теории упругости для толстых пластин переменной толщины (1), (2) и (3) построим методом

разложения компонент вектора перемещений в ряд Маклорена в виде:

$$u_k = B_0^{(k)} + B_1^{(k)} \frac{z}{h} + B_2^{(k)} \left(\frac{z}{h}\right)^2 + B_3^{(k)} \left(\frac{z}{h}\right)^3 + \dots + B_m^{(k)} \left(\frac{z}{h}\right)^m, \quad (k=1,2) \quad (4, a)$$

$$u_3 = A_0 + A_1 \frac{z}{h} + A_2 \left(\frac{z}{h}\right)^2 + A_3 \left(\frac{z}{h}\right)^3 + \dots + A_m \left(\frac{z}{h}\right)^m \quad (4, b)$$

Здесь $B_m^{(k)}, A_m$ – неизвестные функции двух пространственных координат и времени:

$$B_m^{(k)} = B_m^{(k)}(x_1, x_2, t) = \frac{1}{m!} \left(\frac{\partial^m u_k}{\partial z^m} \right)_{z=0}, \quad (k=1,2), \quad (5)$$

$$A_m = A_m(x_1, x_2, t) = \frac{1}{m!} \left(\frac{\partial^m u_3}{\partial z^m} \right)_{z=0}$$

На основе разложения (4), компоненты тензора деформации и напряжения также разлагаются в ряд Маклорена в виде:

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^{(0)} + \varepsilon_{ij}^{(1)} \frac{z}{h} + \varepsilon_{ij}^{(2)} \left(\frac{z}{h}\right)^2 + \varepsilon_{ij}^{(3)} \left(\frac{z}{h}\right)^3 + \dots + \varepsilon_{ij}^{(m)} \left(\frac{z}{h}\right)^m + \dots \quad (i, j=1,3) \quad (6)$$

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^{(0)} + \sigma_{ij}^{(1)} \frac{z}{h} + \sigma_{ij}^{(2)} \left(\frac{z}{h}\right)^2 + \sigma_{ij}^{(3)} \left(\frac{z}{h}\right)^3 + \dots + \sigma_{ij}^{(m)} \left(\frac{z}{h}\right)^m + \dots \quad (i, j=1,3) \quad (7)$$

Здесь коэффициенты разложения определяются в виде:

$$\varepsilon_{ij}^{(m)} = \varepsilon_{ij}^{(m)}(x_1, x_2, t) = \frac{1}{m!} \left(\frac{\partial^m \varepsilon_{ij}}{\partial z^m} \right)_{z=0},$$

$$\sigma_{ij}^{(m)} = \sigma_{ij}^{(m)}(x_1, x_2, t) = \frac{1}{m!} \left(\frac{\partial^m \sigma_{ij}}{\partial z^m} \right)_{z=0},$$

$$(m=1,2,3,\dots)$$

На основе соотношения Коши и разложения (4) получим выражения разложения деформации (6) толстых пластин переменной толщины. Компоненты деформации удлинения имеют вид:

$$\varepsilon_{11}^{(m)} = \frac{\partial B_m^{(1)}}{\partial x_1} - B_m^{(1)} \frac{m}{h} \frac{\partial h}{\partial x_1},$$

$$\varepsilon_{22}^{(m)} = \frac{\partial B_m^{(2)}}{\partial x_2} - B_m^{(2)} \frac{m}{h} \frac{\partial h}{\partial x_2},$$

$$\varepsilon_{33}^{(m)} = \frac{(m+1)A_{m+1}}{h}. \quad (8, a)$$

Компоненты угловых деформаций записываются в виде:

$$\varepsilon_{12}^{(m)} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial B_m^{(1)}}{\partial x_2} + \frac{\partial B_m^{(2)}}{\partial x_1} - \frac{m}{h} \frac{\partial h}{\partial x_2} B_m^{(1)} - \frac{m}{h} \frac{\partial h}{\partial x_1} B_m^{(2)} \right),$$

$$\varepsilon_{13}^{(m)} = \frac{1}{2} \left((m+1) \frac{B_{m+1}^{(1)}}{h} + \frac{\partial A_m}{\partial x_1} - \frac{A_m}{h} \frac{\partial h}{\partial x_1} \right), \quad (9, б)$$

$$\varepsilon_{23}^{(m)} = \frac{1}{2} \left((m+1) \frac{B_{m+1}^{(2)}}{h} + \frac{\partial A_m}{\partial x_2} - \frac{A_m}{h} \frac{\partial h}{\partial x_2} \right).$$

На основе закона Гука (1) и разложения (5) и (7) получим выражения для определения коэффициентов разложения напряжения (7). Коэффициенты разложения нормальных напряжений определяются в виде:

$$\sigma_{11}^{(m)} = E_{11}\varepsilon_{11}^{(m)} + E_{12}\varepsilon_{22}^{(m)} + E_{13}\varepsilon_{33}^{(m)},$$

$$\sigma_{22}^{(m)} = E_{21}\varepsilon_{11}^{(m)} + E_{22}\varepsilon_{22}^{(m)} + E_{23}\varepsilon_{33}^{(m)}, \quad (10, a)$$

$$\sigma_{33}^{(m)} = E_{31}\varepsilon_{11}^{(m)} + E_{32}\varepsilon_{22}^{(m)} + E_{33}\varepsilon_{33}^{(m)}.$$

Коэффициенты разложения касательных напряжений определяются выражениями:

$$\sigma_{12}^{(m)} = 2G_{12}\varepsilon_{12}^{(m)}, \quad \sigma_{13}^{(m)} = 2G_{13}\varepsilon_{13}^{(m)},$$

$$\sigma_{23}^{(m)} = 2G_{23}\varepsilon_{23}^{(m)} \quad (10, б)$$

где $m = 0, 1, 2, 3, \dots$

На основе разложения (4) покажем, что предлагаемая задача теории упругости для пластин переменной толщины описывается двумя несвязанными задачами, каждая из которых формулируется на основе системы бесконечных рекуррентных двумерных уравнений с соответствующими краевыми условиями. Первая система рекуррентных уравнений имеет вид:

$$\frac{\partial \sigma_{11}^{(2m)}}{\partial x_1} - \frac{2m\sigma_{11}^{(2m)}}{h} \frac{\partial h}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{12}^{(2m)}}{\partial x_2} - \frac{2m\sigma_{12}^{(2m)}}{h} \frac{\partial h}{\partial x_2} + \frac{(2m+1)\sigma_{13}^{(2m+1)}}{h} = \rho \ddot{B}_{2m}^{(1)},$$

$$\frac{\partial \sigma_{21}^{(2m)}}{\partial x_1} - \frac{2m\sigma_{21}^{(2m)}}{h} \frac{\partial h}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{22}^{(2m)}}{\partial x_2} - \frac{2m\sigma_{22}^{(2m)}}{h} \frac{\partial h}{\partial x_2} + \frac{(2m+1)\sigma_{23}^{(2m+1)}}{h} = \rho \ddot{B}_{2m}^{(2)},$$

$$\frac{\partial \sigma_{31}^{(2m+1)}}{\partial x_1} - \frac{(2m+1)\sigma_{31}^{(2m+1)}}{h} \frac{\partial h}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{32}^{(2m+1)}}{\partial x_2} - \frac{(2m+1)\sigma_{32}^{(2m+1)}}{h} \frac{\partial h}{\partial x_2} + \frac{(2m+2)\sigma_{33}^{(2m+2)}}{h} = \rho \ddot{A}_{2m+1}.$$

Здесь $m = 0, 1, 2, 3, \dots$

Вторая система рекуррентных уравнений имеет вид:

$$\frac{\partial \sigma_{11}^{(2m+1)}}{\partial x_1} - \frac{(2m+1)\sigma_{11}^{(2m+1)}}{h} \frac{\partial h}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{12}^{(2m+1)}}{\partial x_2} - \frac{(2m+1)\sigma_{12}^{(2m+1)}}{h} \frac{\partial h}{\partial x_2} + \frac{(2m+2)\sigma_{13}^{(2m+2)}}{h} = \rho \ddot{B}_{2m+1}^{(1)},$$

$$\frac{\partial \sigma_{12}^{(2m+1)}}{\partial x_1} - \frac{(2m+1)\sigma_{12}^{(2m+1)}}{h} \frac{\partial h}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{22}^{(2m+1)}}{\partial x_2} - \frac{(2m+1)\sigma_{22}^{(2m+1)}}{h} \frac{\partial h}{\partial x_2} + \frac{(2m+2)\sigma_{23}^{(2m+2)}}{h} = \rho \ddot{B}_{2m+1}^{(2)},$$

$$\frac{\partial \sigma_{31}^{(2m)}}{\partial x_1} - \frac{2m\sigma_{31}^{(2m)}}{h} \frac{\partial h}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{32}^{(2m)}}{\partial x_2} - \frac{2m\sigma_{32}^{(2m)}}{h} \frac{\partial h}{\partial x_2} + \frac{(2m+2)\sigma_{33}^{(2m+2)}}{h} = \rho \ddot{A}_{2m}.$$

Здесь $m = 0, 1, 2, 3, \dots$

На основе разложения (7) выражения напряжения на поверхностях пластины $z = +h(x_1, x_2)$ переписываются в виде:

$$\sigma_{31}^{(+)} = \sigma_{31}^{(0)} + \sigma_{31}^{(2)} + \sigma_{31}^{(4)} + \dots + \sigma_{31}^{(1)} + \sigma_{31}^{(3)} + \sigma_{31}^{(5)} + \dots,$$

$$\sigma_{32}^{(+)} = \sigma_{32}^{(0)} + \sigma_{32}^{(2)} + \sigma_{32}^{(4)} + \dots + \sigma_{32}^{(1)} + \sigma_{32}^{(3)} + \sigma_{32}^{(5)} + \dots, \quad (13)$$

$$\sigma_{33}^{(+)} = \sigma_{33}^{(0)} + \sigma_{33}^{(2)} + \sigma_{33}^{(4)} + \dots + \sigma_{33}^{(1)} + \sigma_{33}^{(3)} + \sigma_{33}^{(5)} + \dots$$

На основе разложения (7) выражения напряжения на поверхностях пластины $z = -h(x_1, x_2)$ (3,б) переписываются в виде:

$$\sigma_{31}^{(-)} = \sigma_{31}^{(0)} - \sigma_{31}^{(1)} + \sigma_{31}^{(2)} - \alpha_{31}^{(3)} + \sigma_{31}^{(4)} - \sigma_{31}^{(5)} + \dots,$$

$$\sigma_{32}^{(-)} = \sigma_{32}^{(0)} - \sigma_{32}^{(1)} + \sigma_{32}^{(2)} - \alpha_{32}^{(3)} + \sigma_{32}^{(4)} - \sigma_{32}^{(5)} + \dots, \quad (14)$$

$$\sigma_{33}^{(-)} = \sigma_{33}^{(0)} - \sigma_{33}^{(1)} + \sigma_{33}^{(2)} - \alpha_{33}^{(3)} + \sigma_{33}^{(4)} - \sigma_{33}^{(5)} + \dots$$

Уравнения движения пластины (11) и (12), вместе с силовыми граничными условиями (3,а) и (3,б), с учетом (13) и (14), составляют совместную систему рекуррентных уравнений движения относительно неизвестных коэффициентов рядов (4):

$$B_i^{(k)}, A_i, (k=1,2; i=0,1,2,\dots).$$

Граничные условия на краях пластины $x_1=0, a$ и $x_2=0, b$ зависят от вида закрепления её краев.

Пусть края пластины жестко закреплены. Граничные условия на краях пластины $x_1=0, a$ и $x_2=0, b$ имеют вид:

$$\begin{aligned} B_0^{(1)} = 0, B_0^{(2)} = 0, B_2^{(1)} = 0, \\ B_2^{(2)} = 0, B_4^{(1)} = 0, B_4^{(2)} = 0, \dots \\ A_1 = 0, A_3 = 0, A_5 = 0, \dots, \\ B_1^{(1)} = 0, B_1^{(2)} = 0, B_3^{(1)} = 0, \\ B_3^{(2)} = 0, B_5^{(1)} = 0, B_5^{(2)} = 0, \dots \\ A_0 = 0, A_2 = 0, A_4 = 0, \dots \end{aligned} \tag{15}$$

Таким образом, поставленная трехмерная задача изгиба и колебаний толстых пластин переменной толщины свелась к решению системы бесконечных рекуррентных двумерных дифференциальных уравнений в частных производных. Надо отметить, что для пластин постоянной толщины, из построенных систем уравнений получаются уравнения движения бимоментной теории пластин, разработанной в работах [8, 9], где показано, что достаточно учитывать по восемь членов рядов (4). Разработанная методика расчета является основополагающей при построении бимоментной теории пластин переменной толщины.

В качестве примера приведено численное решение задачи об изгибе толстой пластины под воздействием только поперечной постоянно распределенной нагрузки в виде $q_3^{(-)} = -q_0$, где q_0 – параметр внешней нагрузки.

Расчет осуществлен с помощью разработанной программы методом конечных разностей для квадратных пластин переменной толщины с размерами $a = b = 3H_0$, где H_0 – максимальная толщина пластины. Считается, что толщина пластины меняется по линейному закону только вдоль размера пластины a .

По одному краю толщина пластины изменяется от H_0 до 0. Материал и внешняя равномерно распределенная нагрузка по площади, полученные для всех вариантов, одинаковы. Целью данного теоретического исследования является изучение влияния изменения толщины на напряженно-деформированное состояние плоской толстой пластины.

Расчетные схемы и результаты расчетов приведены на рис. 1-2.

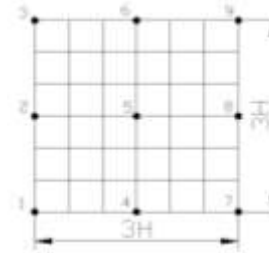


Рис.1. Вид верхней стороны толстой пластины с характерными точками

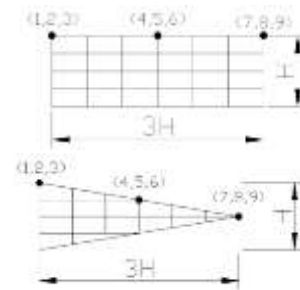


Рис. 2. Поперечный разрез толстой прямоугольной пластины и соответствующие характерные точки : a – при толщине одного края равной $H = H_0 = 1$ м ; b – при толщине одного края равной $H = 0$.

При расчете толстой пластины в расчетной схеме толщина одного края получена от 0 до H_0 , по шагу $0,2H_0$ на шести вариантах в стороне от характерных точек 7, 8 и 9.

Результаты расчета по определению перемещений, нормальных и касательных напряжений толстой пластины с изменением толщины по одному краю приведены на рис. 3-5.

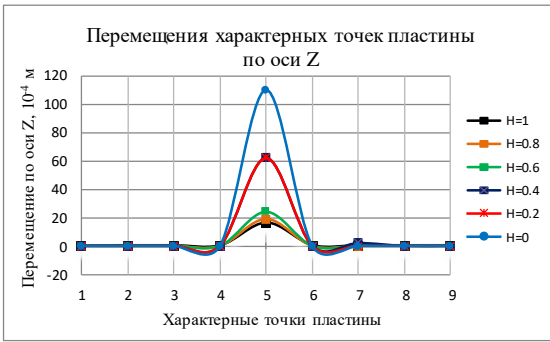
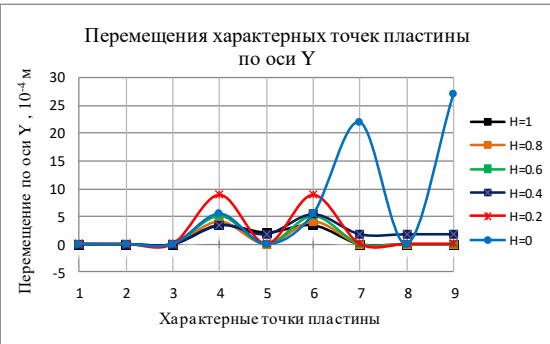
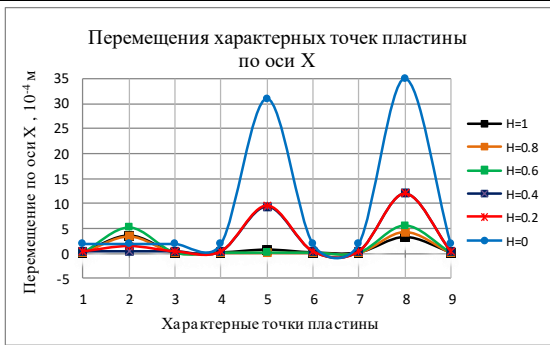


Рис. 3. Перемещения характерных точек пластины при различной толщине по одному краю : а - перемещение по оси X; б - перемещение по оси Y; в - перемещение по оси Z.

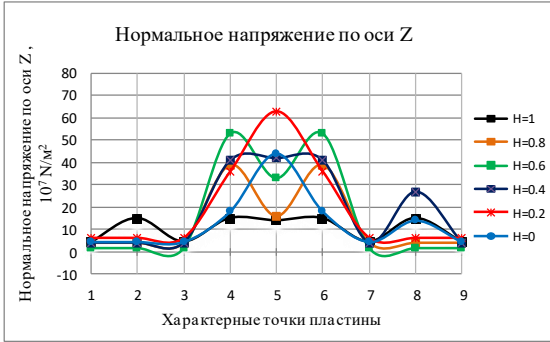
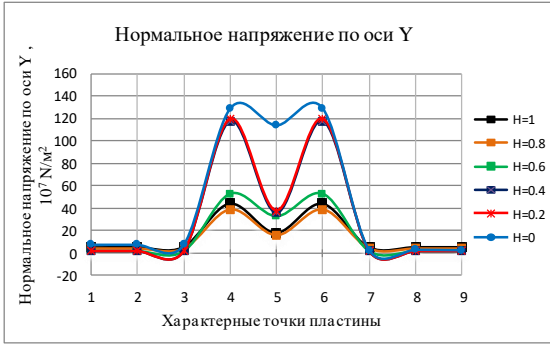
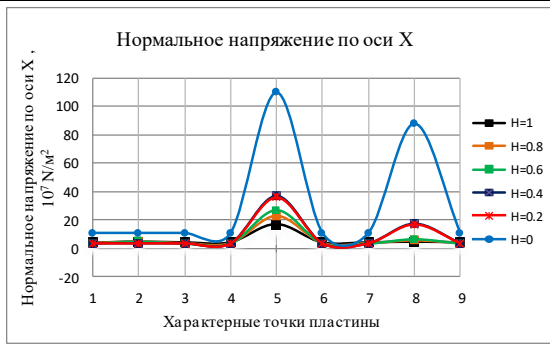
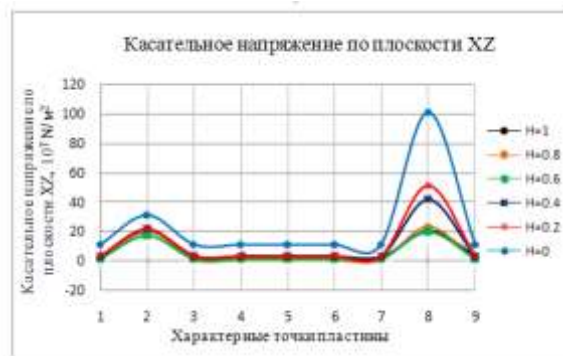
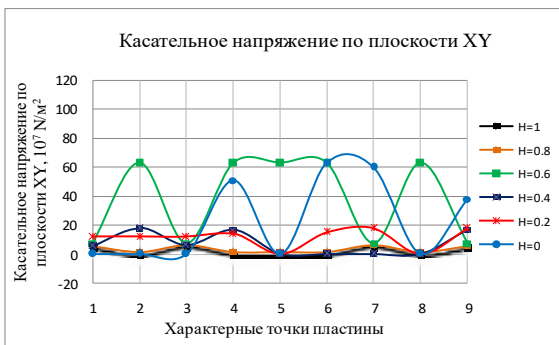


Рис. 4. Нормальные напряжения характерных точек пластины при различной толщине по одному краю : а - нормальное напряжение по оси X; б - нормальное напряжение по оси Y; в - нормальное напряжение по оси Z.



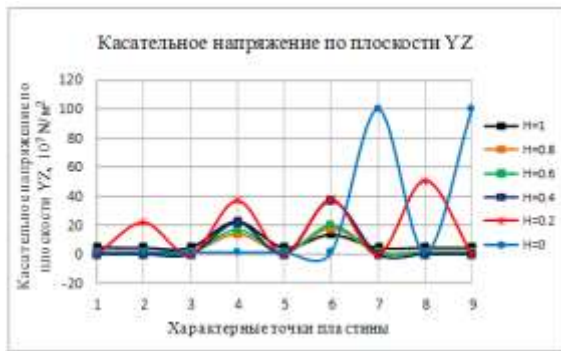


Рис. 5. Касательные напряжения характерных точек пластины при различной толщине по одному краю : a - касательное напряжение плоскости XU ; b - касательное напряжение по плоскости XZ ; v - касательное напряжение плоскости YZ .

На основе полученных результатов расчета толстой пластины с переменной толщиной по одному краю можно сделать следующие выводы:

1. Наибольшее значение перемещения девятой характерной точки пластины по направлению X при уменьшении толщины края пластины до $H=0$ относительно при толщине $H=1$ значение увеличилось в 6 раз; по направлению Y - в 26 раз, а также по направлению Z в пятой характерной точке пластины значение перемещения увеличилось в 5 раз;

2. Нормальное напряжение в пятой характерной точке пластины по направлению X при уменьшении толщины до $H=0$ относительно при толщине $H=1$ значение увеличилось в 5 раз, а по направлению Y в четвертой и шестой характерных точках в 3 раза, а также по направлению Z в пятой характерной точке пластины значение нормального напряжения увеличилось в 5 раз;

3. Касательное напряжение по плоскости XU в шестой характерной точке при уменьшении толщины пластины до $H=0$ относительно при толщине $H=1$ значение увеличилось в 6 раз; по плоскости XZ в восьмой характерной точке в 5 раз, а также по плоскости YZ в седьмой характерной точке пластины значение касательного

напряжения увеличилось в 100 раз;

4. Анализ полученных результатов расчета плоской пластины переменной толщины показывает, что уменьшение толщины плоской пластины существенно влияет на напряженно-деформированное состояние пластины.

References:

1. Koreneva E.B. Analytical methods for calculating plates of variable thickness and their practical applications. Ed. Association of construction Universities. M. 2009. - 240 p.
2. Morgachev K.S., Dynamics of plates (Timoshenko model) constant and variable thickness. Diss. on competition of a scientific degree. Academic degree Cand. tech. sciences'. Samara, 2007. - p.113.
3. Abdukarimov R.A. Numerical study of nonlinear oscillations of a viscoelastic plate of variable stiffness. // Problems of architecture and construction. - 2010. - No. 1. - p.37-42.
4. Abdukarimov R.A. Mathematical model of nonlinear oscillation of a viscoelastic plate of variable stiffness under different boundary conditions.// Problems of architecture and construction. - 2010. - No. 1.- p. 44-47.
5. Usarov M.K. Bending of orthotropic plates taking into account bimoments. Saint Petersburg, Russia // magazine of civil Engineering, No. 1. (53). 2015-P.80-90.
6. Makhamatali K. Usarov, Davronbek M. Usarov, Gayratjon T. Ayubov. Bending and Vibrations of a Thick Plate with Consideration of Bimoments // Journal of Applied Mathematics and Physics, 2016, 4, - Pp.1643-1651.
7. Usarov M.K. To the solution of three-dimensional problems of elasticity theory for thick plates of variable thickness. Problems of mechanics. - 2017. - No. 2-3. - p. 174-177.
8. Usarov M.K. To the solution of three-dimensional problems of oscillations in the theory of elasticity in thick plates of variable thickness // Journal of Applied Mathematics and Physics. - Vol. 5. -2017. No 10. - 2017.- P. 2044-2050. <http://www.scirp.org/journal/jamp>.
9. Usarov D.M., Ayubov G.T. To the solution of three-dimensional problems of bending and vibrations of thick plates of variable thickness on an elastic base // Higher school scientific and practical journal. - No. 18. - Ufa. - 2017, Pp. 44-48.