

12-30-2019

SUB-BARRIER AND ABOVE-BARRIER ELECTRON TRANSPORT THROUGH MULTILAYER SEMICONDUCTORS

Vohob R. Rasulov

Fergana State University, Ferghana, 150100 (Uzbekistan). E-mail: fardu_info@umail.uz

Rustam Y. Rasulov

Fergana State University, Ferghana, 150100 (Uzbekistan). E-mail: fardu_info@umail.uz

Ikbol M. Eshboltaev

Kokand State Pedagogical Institute, Kokand, 150700, str. Turon, 23 (Uzbekistan). E-mail: kspi_info@edu.uz

Ravshan R. Sultonov

Kokand State Pedagogical Institute, Kokand, 150700, str. Turon, 23 (Uzbekistan). E-mail: kspi_info@edu.uz

Follow this and additional works at: <https://uzjournals.edu.uz/adu>



Part of the [Physics Commons](#)

Recommended Citation

Rasulov, Vohob R.; Rasulov, Rustam Y.; Eshboltaev, Ikbol M.; and Sultonov, Ravshan R. (2019) "SUB-BARRIER AND ABOVE-BARRIER ELECTRON TRANSPORT THROUGH MULTILAYER SEMICONDUCTORS," *Scientific Bulletin. Physical and Mathematical Research*: Vol. 1 : No. 2 , Article 4.

Available at: <https://uzjournals.edu.uz/adu/vol1/iss2/4>

This Article is brought to you for free and open access by 2030 Uzbekistan Research Online. It has been accepted for inclusion in Scientific Bulletin. Physical and Mathematical Research by an authorized editor of 2030 Uzbekistan Research Online. For more information, please contact sh.erkinov@edu.uz.

ПОДБАРЬЕРНЫЙ И НАДБАРЬЕРНЫЙ ПЕРЕНОС ЭЛЕКТРОНОВ ЧЕРЕЗ МНОГОСЛОЙНЫЕ ПОЛУПРОВОДНИКИ

В.Р.Расулов, Р.Я.Расулов, И.М.Эшболтаев, Р.Р.Султонов

Бастард шарты эътиборга олинган ҳолда навбатма-навбат жойлашган ассиметриявий потенциал тўсиқ ва ўралардан ташкил топган яримўтказгичли структуранинг тиниқлик коэффициенти ҳисобланган. Структурада электронлар ўтиш коэффициентиининг энергияга боғлиқ ҳолда осцилляциялиниши потенциал тўсиқ томон бораётган ва ундан қайтаётган де- Бройль тўлқинларнинг интерференцияси ҳисобига ҳосил бўлиши кўрсатилган. Потенциал тўсиқ ва ўраларнинг навбатма-навбат жойлашувидан ташкил топган кўп қатламли яримўтказгичли структурада электронли ҳолатлар таҳлил қилинган.

Калит сўзлар: яримўтказгич, кўп қатламли структура, потенциал тўсиқ, потенциал ўра, электрон, шаффофлик коэффициенти.

Рассчитаны коэффициенты прозрачности полупроводниковой структуры, состоящие из чередующихся асимметричных потенциальных барьеров и ям, где учтено условие Бастарда. Показано, что в структуре должна наблюдаться осцилляция коэффициента прохождения электронов в зависимости от их энергии, которая обусловлена интерференцией де-бройловских волн, идущих к барьеру и отраженных от потенциального барьера. Проанализированы электронные состояния мультислойной полупроводниковой структуры, состоящей из чередующихся потенциальных ям и барьеров.

Ключевые слова: полупроводник, мультислойная структура, барьер, яма, электрон, коэффициент прозрачности.

Общие соотношения. Многослойные композиции из химически неоднородных полупроводников приобрели исключительную актуальность в связи с чрезвычайно широким применением этих систем в микро- или нанoeлектронике и в физических исследованиях [1]. Именно такие системы являются основной технологической композицией для элементной базы интегральных схем и составляют основу современной полупроводниковой электроники [2, 3].

Современные технологии дают возможность получения полупроводниковых слоев с произвольным профилем изменения состава (структуры с квантовой ямой) для улучшения характеристик приборов, полученных на их основе [1-5]. В этом случае вопрос об электронных состояниях сводится к задаче о поведении частицы в прямоугольных потенциальных ямах между двумя соседними которых имеется потенциальная яма, описываемая соотношением (см. рис. 1)

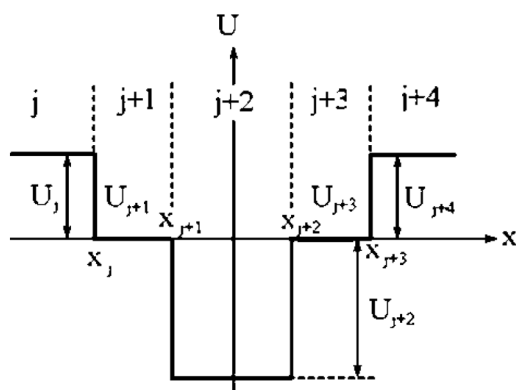


Рис 1. Структура с асимметричными потенциальными барьерами.

$$U(x) = \begin{cases} U_j & \text{при } x \in \langle x_j, x_{j+1} \rangle, \\ U_{j+1} & \text{при } x \in \langle x_{j+1}, x_{j+2} \rangle, \\ U_{j+2} & \text{при } x \in \langle x_{j+2}, x_{j+3} \rangle, \\ U_{j+3} & \text{при } x \in \langle x_{j+3}, x_{j+4} \rangle, \\ U_{j+4} & \text{при } x \in \langle x_{j+4}, \dots \rangle \end{cases} \quad (1)$$

Далее отметим, что для создания нового поколения резонансно-туннельных диодов, гетероплазмов с разделенными электронным и оптическим ограничениями применяются структуры с прямоугольными размерно-квантованными ямами, в центре которых имеется дополнительный энергетический провал. Такая структура описывается потенциалом (1), где надо считать, что $U_j, U_{j+4} > 0, U_{j+1}, U_{j+3} = 0, U_{j+2} < 0$.

Наноструктуры, выращенные на основе узкозонного полупроводника между двумя слоями широкозонного материала, описываются как структура с асимметричными прямоугольными потенциальными барьерами, т.е. с потенциалом (1), где $U_j, U_{j+2} > 0, U_{j+1}, U_{j+3}, U_{j+4} = 0$ (рис.2).

Тогда волновую функцию электрона в потенциале (1) можно представить, как

$$\psi_j(x) = A_j e^{(k_j x)} + B_j e^{(-k_j x)}, \quad (2)$$

где $k_j(x) = k_j = \sqrt{\frac{2m_j}{\hbar^2} (E - U_j)}, j = 1, 2, 3, \dots$

Далее считаем, что эффективные массы электронов в соседних слоях различны. Поэтому граничные условия для волновых функций электронов имеют вид [4]

$$\psi_j(x = x_j) = \psi_{j+1}(x = x_j), \quad \left. \frac{1}{m_j} \frac{\partial \psi_j(x)}{\partial x} \right|_{x=x_j} = \left. \frac{1}{m_{j+1}} \frac{\partial \psi_{j+1}(x)}{\partial x} \right|_{x=x_j}. \quad (3)$$

Подставляя (2) в (3) получим выражения для амплитуд электронных де-бройловских волн

$$\begin{aligned} 2A_j &= \left(1 + \frac{\tilde{k}_{j+1}}{\tilde{k}_j}\right) A_{j+1} e^{i(k_{j+1}-k_j)x_j} + \left(1 - \frac{\tilde{k}_{j+1}}{\tilde{k}_j}\right) B_{j+1} e^{-i(k_{j+1}+k_j)x_j}, \\ 2B_j &= \left(1 - \frac{\tilde{k}_{j+1}}{\tilde{k}_j}\right) A_{j+1} e^{i(k_{j+1}+k_j)x_j} + \left(1 + \frac{\tilde{k}_{j+1}}{\tilde{k}_j}\right) B_{j+1} e^{-i(k_{j+1}-k_j)x_j}. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь ... Для упрощения дальнейших вычислений вводим матрицу переноса, удовлетворяющую следующему равенству:

$$\begin{bmatrix} A_j \\ B_j \end{bmatrix} = T^{(j,j')} \begin{bmatrix} A_{j'} \\ B_{j'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11}^{(j,j')} & T_{12}^{(j,j')} \\ T_{21}^{(j,j')} & T_{22}^{(j,j')} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{j'} \\ B_{j'} \end{bmatrix}, \quad (5)$$

где матричные элементы в случае $j' = j + 1$

$$\begin{aligned} T_{11}^{(j,j+1)} &= \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\tilde{k}_{j+1}}{\tilde{k}_j}\right) e^{i(k_{j+1}-k_j)x_j}, \quad T_{12}^{(j,j+1)} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\tilde{k}_{j+1}}{\tilde{k}_j}\right) e^{-i(k_{j+1}+k_j)x_j}, \\ T_{21}^{(j,j+1)} &= T_{12}^{(j,j+1)*}, \quad T_{22}^{(j,j+1)} = T_{11}^{(j,j+1)*}. \end{aligned} \quad (6)$$

Заметим, что для матрицы $T^{(j,j+1)}$ имеем

$$T_{11}^{(j,j+1)} = T_{22}^{(j,j+1)*}, \quad T_{12}^{(j,j+1)} = T_{21}^{(j,j+1)*}, \quad T_{11}^{(j,j+1)} T_{22}^{(j,j+1)} - T_{21}^{(j,j+1)} T_{12}^{(j,j+1)} = \frac{\tilde{k}_{j+1}}{\tilde{k}_j} \quad (7)$$

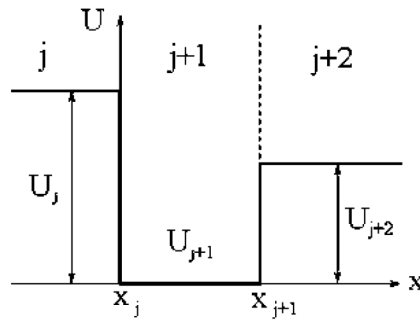


Рис. 2. Асимметричная структура с одной потенциальной ямой

матрица $T^{(j,j+1)}$ становится униполярной в случае $\tilde{k}_{j+1} = \tilde{k}_j$, т.е. для симметричных структур [6], когда одинаковы высота потенциальных барьеров и эффективные массы электронов.

Отметим здесь, что аналогичная задача решена в [7] для симметричной структуры и без учета условия Бастарда, а в работах [8-10] – для структур с δ – потенциальным барьером.

Электронные свойства структуры с одним потенциальным барьером. Теперь рассмотрим конкретные случаи: пусть трехслойная структура имеет в середине один потенциальный барьер (рис.3). Тогда коэффициенты отражения ($r_{j,j+2}$) потенциального барьера и прохождения через потенциальный барьер¹, введенный как отношение плотности потоков вероятности в отраженной и прошедшей дебройловских волнах электронов в падающей волне в формализме матрицы переноса, имеют вид

$$r_{j,j+2} = 1 - t_{j,j+2} \tag{8}$$

$$t_{j,j+2} = \frac{4 \frac{k_{j+2}}{k_j} \frac{m_j}{m_{j+2}}}{\left(1 + \frac{k_{j+2}}{k_j} \frac{m_j}{m_{j+2}}\right)^2 - \left[1 - \left(\frac{k_{j+1}}{k_j} \frac{m_j}{m_{j+1}}\right)^2\right] \left[1 - \left(\frac{k_{j+2}}{k_{j+1}} \frac{m_{j+1}}{m_{j+2}}\right)^2\right] \sin^2 \left[k_{j+1} (x_{j+1} - x_j) \right]} \tag{9}$$

где считали, что перенос электронов происходит по схеме $j \rightarrow j+1 \rightarrow j+2$. Тогда матричные элементы матрицы переноса $\hat{T}^{(j,j+2)} = \hat{T}^{(j,j+1)}\hat{T}^{(j+1,j+2)}$:

$$\begin{aligned} T_{11}^{(j,j+2)} &= T_{11}^{(j,j+1)}T_{11}^{(j+1,j+2)} + T_{12}^{(j,j+1)}T_{21}^{(j+1,j+2)} = \left(4\tilde{k}_j\tilde{k}_{j+1}\right)^{-1} e^{i(k_{j+2}x_{j+1}-k_jx_j)} \times \\ &\times \left\{ \left(\tilde{k}_j + \tilde{k}_{j+1}\right)\left(\tilde{k}_{j+1} + \tilde{k}_{j+2}\right) e^{-ik_{j+1}(x_{j+1}-x_j)} + \left(\tilde{k}_j - \tilde{k}_{j+1}\right)\left(\tilde{k}_{j+1} - \tilde{k}_{j+2}\right) e^{ik_{j+1}(x_{j+1}-x_j)} \right\}, \\ T_{12}^{(j,j+2)} &= T_{12}^{(j,j+1)}T_{22}^{(j+1,j+2)} + T_{11}^{(j,j+1)}T_{12}^{(j+1,j+2)} = \left(4\tilde{k}_j\tilde{k}_{j+1}\right)^{-1} e^{-i(k_{j+2}x_{j+1}-k_jx_j)} \times \\ &\times \left\{ \left(\tilde{k}_j - \tilde{k}_{j+1}\right)\left(\tilde{k}_{j+1} + \tilde{k}_{j+2}\right) e^{ik_{j+1}(x_{j+1}-x_j)} + \left(\tilde{k}_j + \tilde{k}_{j+1}\right)\left(\tilde{k}_{j+1} - \tilde{k}_{j+2}\right) e^{-ik_{j+1}(x_{j+1}-x_j)} \right\}, \\ T_{11}^{(j,j+2)} &= T_{22}^{(j,j+2)*}, T_{21}^{(j,j+2)} = T_{12}^{(j,j+2)*}. \end{aligned} \tag{10}$$

Отметим здесь следующее:

1. Коэффициент $t_{j \rightarrow j+2}$ инвариантен к преобразованию $j \leftrightarrow (j+2)$, что означает, что коэффициент прохождения не зависит от того, с какой стороны налетают электроны на потенциальный барьер.

2. Коэффициенты $t_{j \rightarrow j+2}$ и $r_{j \rightarrow j+2}$ верны как для надбарьерного, так и для подбарьерного ($E < U_j$) прохождения электронов. В последнем случае удобно использовать преобразования типа $\tilde{k}_{m+n} = i\tilde{K}_{m+n}$, $\tilde{k}_m \pm \tilde{k}_{m+n} = \sqrt{\left(\tilde{k}_m\right)^2 \pm \left(\tilde{K}_{m+n}\right)^2} e^{\pm i\varphi_{m,m+n}}$ тогда, когда \tilde{k}_m - вещественная, а \tilde{k}_{m+n} - мнимая величина.

¹ Т.е. переход электронов из области j в область $j+2$ через потенциальный барьер $j+1$.

на, где $\text{arctg}(\varphi_{m,m+n}) = \frac{\tilde{k}_{m+n}}{\tilde{k}_m}$. Поэтому, следует отметить, что при переходе из одной области в другую в электронных волнах должно происходить смещение по фазе, связанное с несовпадением фаз волн, распространяющихся в различных, но в соседних, областях.

3. Для симметричной структуры с $U_j = U_{j+2}$ имеем For a symmetric structure with $U_j = U_{j+2}$

$$t_{j \rightarrow j+2} = 4 \left\{ \left(1 + \frac{m_j}{m_{j+2}} \right)^2 + \left[1 - \left(\frac{k_j m_{j+1}}{k_{j+1} m_j} \right)^2 \right] \left[1 - \left(\frac{k_{j+1} m_j}{k_j m_{j+1}} \right)^2 \right] \sin^2 \left[k_{j+1} (x_{j+1} - x_j) \right] \right\}^{-1} \quad (11)$$

4. В асимметричной (и симметричной, но с различными эффективными массами электронов в различных областях (слоях)) структуры должна наблюдаться осцилляция в спектральной зависимости как коэффициента $t_{j \rightarrow j+2}$, т.е. в эффекте туннелирования, так и в коэффициенте прозрачности потенциального барьера. Амплитуда этой осцилляции определяется разностью между волновыми векторами электронов, находящихся в потенциальном барьере и в соседних с ним потенциальных ямах, т.е. $(\tilde{k}_{j+1} - \tilde{k}_j)$ и $(\tilde{k}_{j+2} - \tilde{k}_{j+1})$. Такое интерференционное явление в структуре не исчезает даже в симметричной структуре из-за разности эффективных масс электронов, находящихся в различных слоях структуры.

Далее определим выражение для коэффициента прохождения через структуры из области j в область $j+2$ для произвольного соотношения энергии носителей тока и высоты потенциального барьера. Так что

$$t^{(j,j+2)} = 16 \frac{\tilde{k}_{j+2}}{\tilde{k}_j} \frac{1}{\left(\left(1 + \frac{\tilde{k}_{j+1}}{\tilde{k}_j} \right) \left(1 + \frac{\tilde{k}_{j+2}}{\tilde{k}_{j+1}} \right) + \left(1 - \frac{\tilde{k}_{j+1}}{\tilde{k}_j} \right) \left(1 - \frac{\tilde{k}_{j+2}}{\tilde{k}_{j+1}} \right) e^{-2ik_{j+1}(x_{j+1}-x_j)} \right)^2} \quad (12)$$

Следует отметить, что как в надбарьерном, так и в подбарьерном прохождении электронов возникает осцилляция туннелирования, связанная с интерференцией отраженных де-бройлевских волн [11]. Амплитуда при этом определяется не только значениями волновых векторов, но и значениями эффективных масс носителей тока. Отметим также, что данная осцилляция не исчезает даже в симметричных структурах, если у них имеется разность эффективных масс носителей тока, находящихся в двух соседних областях. Согласно последней

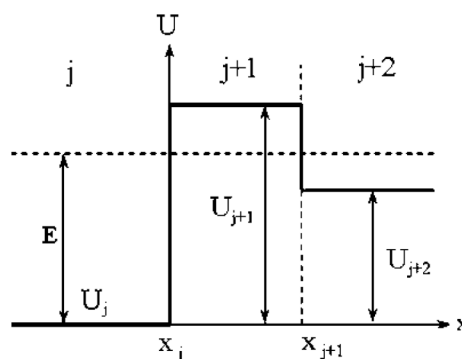


Рис. 3. Структура с одним потенциальными барьером.

формуле по мере уменьшения разности осцилляция становится все менее выраженной и при $(U_j / m_j) = (U_{j+2} / m_{j+2})$ она исчезает, даже структура её будет асимметричной.

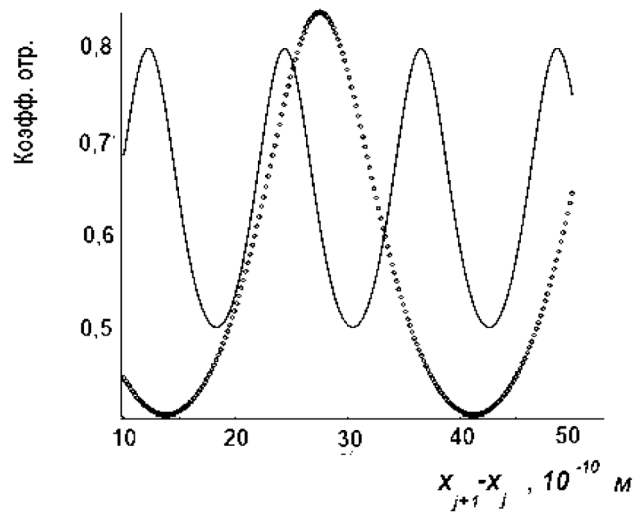


Рис. 4. Зависимость коэффициента подбарьерного отражение от толщины барьера в структуре $AlAs_{0.47}Ga_{0.47}As_{0.06}InAs_{0.01}$, где сплошная линия для электронов с энергией 150 meV, точки для электронов с энергией 50 meV. При расчете выбраны следующие параметры: $U_j = 55 \text{ meV}$, $U_{j+1} = 35 \text{ meV}$, $U_{j+2} = 45 \text{ meV}$, $m_{j+1} = 0.046 \cdot m_0$, $m_{j+2} = 0.023 \cdot m_0$, $m_{j+3} = 0.124 \cdot m_0$.

На рис.4 представлена зависимость $t^{(j,j+2)}$ от $(x_{j+1} - x_j)$ для структуры из $AlAs - In_{0.53}Ga_{0.47}As - InAs$, откуда видно, что с увеличением энергии электронов увеличивается частота осцилляции. Расчеты показывают, что, если увеличим эффективную массу m_{j+2} в 1,6 раза, то амплитуда и частота осцилляции увеличиваются примерно в 1,2 раза, а это означает, что можно контролировать осцилляцию, выбирая образцы различного химического состава.

Стационарные локализованные состояния в прямоугольной асимметричной потенциальной яме. Для определения энергетического спектра локализованных состояний будем использовать критерий существования таких состояний, определяемый уравнением $T_{11}^{(3)} = 0$. При этом учтем, что локализованному состоянию частицы в асимметричной потенциальной яме соответствует такое распределение волновой функции, при котором решения уравнений Шредингера для данного случая являются нарастающими. Поэтому в решениях (для определенного случая) надо исключить слагаемые вида $a_1 e^{-k_1 x}$ и $b_3 e^{-k_1 x}$, для чего считаем, что тогда

$$\begin{pmatrix} 0 \\ b_1 \end{pmatrix} = T^{(3)} \begin{pmatrix} a_3 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_{11}^{(3)} & T_{12}^{(3)} \\ T_{21}^{(3)} & T_{22}^{(3)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_3 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_{11}^{(3)} a_3 \\ T_{21}^{(3)} a_3 \end{pmatrix}, \quad (13)$$

откуда условие существования локализованных состояний имеет вид

$$e^{i(k_3 x_2 - k_1 x_1)} \left[\left(1 + \frac{\tilde{k}_2}{\tilde{k}_1} \right) \left(1 + \frac{\tilde{k}_3}{\tilde{k}_2} \right) e^{-k_2(x_2 - x_1)} + \left(1 - \frac{\tilde{k}_2}{\tilde{k}_1} \right) \left(1 - \frac{\tilde{k}_3}{\tilde{k}_2} \right) e^{k_2(x_2 - x_1)} \right] = 0 \quad (14)$$

Далее определим энергию локализации электронов при их как надбарьерном, так и подбарьерном транспорте, где, ради простоты дальнейшего анализа результатов, считаем, что области “1” и “3” физически неразличимы. Из последнего нетрудно получить, что локализованный уровень размерно квантован, т.е.

$$E_{3,1}(k_y = k_z = 0; n_{3,1}) = \frac{\pi^2 \hbar^2 n_{3,1}^2}{8m_{3,1} (x_2 - x_{3,1})^2}$$

и находятся в областях “1” и “3”, где $n_{3,1} = 0, 1, 2, \dots$. Если не происходит такое размерное квантование,

то энергия локализации в том актуальном случае, когда области “1” и “3” физически неразличимы, определяется из следующих трансцендентных уравнений:
при надбарьерном переходе электронов

$$\frac{(\tilde{k}_2 + \tilde{k}_1)^2}{\tilde{k}_2^2 - \tilde{k}_1^2} = \cos[k_2(x_2 - x_1)], \quad (15)$$

при подбарьерном переходе электронов

$$e^{\kappa_2(x_2 - x_1)} = \frac{\tilde{\kappa}_2^2 - \tilde{k}_1^2}{\tilde{\kappa}_2^2 + \tilde{k}_1^2}. \quad (16)$$

Из (15) нетрудно получить, что в рассматриваемой структуре имеется лишь один локализованный уровень электронов независимо от того, какова толщина слоев. Для структуры с одинаковыми эффективными массами электронов, при подбарьерном переходе электронов происходит размерное квантование их локальных состояний, определяемое выражением

$$E_n^{(2)} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{8m_2(x_2 - x_1)^2} + U_2. \quad (17)$$

Резонансное туннелирование через двухбарьерную структуру при учете условия Бастарда.

Рассмотрим подбарьерный переход электронов с энергией $E(U_{j+1, j+3})$ (т.е. $k_{j+1} = ik_{j+1}$, $k_{j+3} = ik_{j+3}$) через асимметричную структуру. Тогда матричный элемент $T_{11}^{(5)}$ матрицы переноса (12) в случае $j=1$ определяется суммой произведений $A_1 \times A_2$ и $B_1 \times B_2$, где

$$A_1 = e^{i(k_3 x_2 - k_1 x_1)} \xi_1, \quad A_2 = e^{i(k_5 x_4 - k_3 x_3)} \xi_2, \quad B_1 = e^{-i(k_3 x_2 + k_1 x_1)} \xi_1^*, \quad B_2 = e^{-i(k_5 x_4 + k_3 x_3)} \xi_2^*, \quad (18)$$

$$\text{где } \xi_1 = \frac{i}{4} \left(1 + \frac{\tilde{\kappa}_2^2}{\tilde{k}_1^2}\right)^{1/2} \left(1 + \frac{\tilde{k}_3^2}{\tilde{\kappa}_2^2}\right)^{1/2} \left[e^{\kappa_2(x_2 - x_3)} e^{i(\phi_{21} - \phi_{32})} - e^{-\kappa_2(x_2 - x_1)} e^{-i(\phi_{21} - \phi_{32})} \right],$$

$$\xi_2 = \frac{i}{4} \left(1 + \frac{\tilde{\kappa}_4^2}{\tilde{k}_3^2}\right)^{1/2} \left(1 + \frac{\tilde{k}_5^2}{\tilde{\kappa}_4^2}\right)^{1/2} \left[e^{-\kappa_4(x_4 - x_3)} e^{i(\phi_{43} - \phi_{54})} - e^{\kappa_4(x_4 - x_3)} e^{-i(\phi_{43} - \phi_{54})} \right], \quad \phi_{21} = \arctg(\tilde{\kappa}_2 / \tilde{k}_1),$$

$$\phi_{21} = \arctg(\tilde{\kappa}_2 / \tilde{k}_1), \quad \phi_{32} = \arctg(\tilde{k}_3 / \tilde{\kappa}_2), \quad \phi_{43} = \arctg(\tilde{\kappa}_4 / \tilde{k}_3), \quad \phi_{54} = \arctg(\tilde{k}_5 / \tilde{\kappa}_4). \quad \text{Тогда имеем}$$

$$T_{11}^{(5)} = \frac{-1}{16} e^{i(k_5 x_4 - k_1 x_1)} \left(1 + \frac{\tilde{\kappa}_2^2}{\tilde{k}_1^2}\right)^{1/2} \left(1 + \frac{\tilde{k}_3^2}{\tilde{\kappa}_2^2}\right)^{1/2} \left(1 + \frac{\tilde{\kappa}_4^2}{\tilde{k}_3^2}\right)^{1/2} \left(1 + \frac{\tilde{k}_5^2}{\tilde{\kappa}_4^2}\right)^{1/2} e^{x_4(x_4 + x_3)} e^{x_2(x_2 + x_1)} \cdot K \quad (19)$$

где

$$\begin{aligned} K = 2i \{ & e^{-2\kappa_2(x_2 - x_1)} e^{-2\kappa_4(x_4 - x_3)} e^{-i(\phi_{21} + \phi_{54})} \sin[-k_3(x_3 - x_2) - \phi_{32} - \phi_{43}] + \\ & + e^{-2\kappa_4(x_4 - x_3)} e^{i(\phi_{21} - \phi_{54})} \sin[k_3(x_3 - x_2) - \phi_{32} + \phi_{43}] + \\ & + e^{-2\kappa_2(x_2 - x_1)} e^{i(-\phi_{21} + \phi_{54})} \sin[k_3(x_3 - x_2) + \phi_{32} - \phi_{43}] + \\ & + e^{i(\phi_{21} + \phi_{54})} \sin[-k_3(x_3 - x_2) + \phi_{32} + \phi_{43}] \} \end{aligned} \quad (20)$$

Таким образом, выражение для прозрачности барьеров имеем

$$t^{(1,5)} = \frac{16^2 \tilde{k}_1 \tilde{k}_2 \tilde{k}_3 \tilde{k}_4 \tilde{k}_5 e^{-2\kappa_2(x_2-x_1)} e^{-2\kappa_4(x_4-x_3)}}{(\tilde{k}_1^2 + \tilde{k}_2^2)(\tilde{k}_2^2 + \tilde{k}_3^2)(\tilde{k}_3^2 + \tilde{k}_4^2)(\tilde{k}_4^2 + \tilde{k}_5^2) |K|^2} \quad (21)$$

Ради полноты, далее рассмотрим, что потенциальные энергии превышают энергию электронов ($U_1, U_3, U_5 > E$) и $k_2 = k_4, x_2 - x_1 = x_4 - x_3$, тогда энергетический спектр электронов в структуре с потенциальной ямой, разделенной с малой прозрачностью, т.е. при $\exp[-\kappa_3(x_3 - x_2)] \ll 1$ описывается выражением $E^{(0)} = \frac{\hbar^2 k_2^{(0)2}}{2m_2} + U_2$, где $k_2^{(0)}$ определяется из условия $\sin[\varphi_{12} + \varphi_{32} - k_2^{(0)}(x_2 - x_1)] = 0$. Далее определим энергетический спектр локализованных состояний электронов в структуре с прямоугольной асим-

метричной потенциальной ямой, где также считаем, что физико-химические свойства потенциальных ям "1", "3", "5" и барьеров "2", "4" одинаковы. В этом случае матричный элемент матрицы переноса имеет вид

$$T_{11}^{(5)} = A_1 \times A_2 + B_1 \times B_2, \quad (22)$$

где

$$A_1 = \frac{e^{ik_1 x_{21}}}{4\tilde{k}_1 \tilde{k}_2} \left[(\tilde{k}_1 + \tilde{k}_2)^2 e^{-ik_2 x_{21}} - (\tilde{k}_1 - \tilde{k}_2)^2 e^{ik_2 x_{21}} \right], \quad A_2 = A_1(x_{21} \rightarrow x_{43}),$$

$$B_1 = \frac{(\tilde{k}_2^2 - \tilde{k}_1^2)}{4\tilde{k}_1 \tilde{k}_2} e^{-ik_1(x_2+x_1)/2} (e^{-ik_2 x_{21}} - e^{ik_2 x_{21}}), \quad B_2 = B_1^*(x_{21} \rightarrow x_{43}), \quad x_{ab} = x_a - x_b. \quad (23)$$

Для надбарьерного транспорта электронов имеем

$$T_{11}^{(5)} = \frac{1}{4\tilde{k}_1 \tilde{k}_2} \left\{ \left[e^{ik_1 x_{21}} (2\tilde{k}_1 \tilde{k}_2 \cos(k_2 x_{21}) - i(\tilde{k}_1^2 + \tilde{k}_2^2) \sin(k_2 x_{21})) \right]^2 - \left[(\tilde{k}_2^2 - \tilde{k}_1^2) \sin(k_2 x_{21}) \right]^2 \right\}, \quad (24)$$

а в случае подбарьерного транспорта электронов

$$T_{11}^{(5)} = \frac{1}{4\tilde{k}_1 \tilde{k}_2} \left\{ \left[(\tilde{k}_2^2 + \tilde{k}_1^2) \sinh(k_2 x_{21}) \right]^2 - \left[e^{ik_1 x_{21}} \left((\tilde{k}_1^2 - \tilde{k}_2^2) \sinh(k_2 x_{21}) + 2\tilde{k}_1 \tilde{k}_2 \cosh(k_2 x_{21}) \right) \right]^2 \right\}. \quad (25)$$

Тогда для локализованных состояний электронов, у которых энергия больше чем высота потенциальных барьеров, имеем следующее трансцендентное уравнение

$$\frac{2\tilde{k}_1 \tilde{k}_2}{(\tilde{k}_1^2 + \tilde{k}_2^2)} = \text{ctg}(k_1 x_{21}) \cdot \text{tg}(k_2 x_{21}). \quad (26)$$

Волновая функция электронов в асимметричной структуре. Рассмотрим волновую функцию $\psi_j(x) = B_j e^{ik_j x} + A_j e^{-ik_j x}$ с $j = 1, 2$ для асимметричной структуры, изображенной на рис.5. Если считать, что слой $j = 2$ барьер (т.е. утверждаем, что $A_1 = 0$), тогда из граничного условия Бастарда он имеет вид

$$\begin{cases} 2A_2 e^{2ik_2 x_1} = \left(1 - \frac{\kappa_1}{i\tilde{k}_2} \right) B_1 e^{-\kappa_1 x_1} e^{ik_2 x_1}, \\ 2B_2 e^{-2ik_2 x_1} = \left(1 + \frac{\kappa_1}{i\tilde{k}_2} \right) B_1 e^{-\kappa_1 x_1} e^{-ik_2 x_1}, \end{cases} \quad (27)$$

где $\kappa_1^2 = 2m_1(U_1 - E)/\hbar^2$. Тогда

$$\psi_2(x) = \frac{2A_2 e^{ik_2 x_1}}{1 + i\xi} [\cos(k_2(x - x_1)) - \xi \sin(k_2(x - x_1))] \quad (28)$$

$$\text{где } \xi = \sqrt{\frac{m_2(U_1 - E)}{m_1 E}}.$$

Из условия нормировки для волновой функции выражение для коэффициента A_2 определяется соотношением

$$|A_2|^{-2} = (x_2 - x_1) + \frac{\sin(k_2(x_2 - x_1)) \cdot [(1 - \xi^2) \cos(k_2(x_2 - x_1)) - 2\xi \sin(k_2(x_2 - x_1))]}{k_2(1 + \xi^2)} \quad (29)$$

Обсуждение результатов

Обсуждение полученных результатов начнем с выражения для $T_{11}^{(j,j+4)}$, где считаем, что $j+1$, $j+3$ области являются потенциальными барьерами (остальные потенциальные ямы). Тогда нетрудно убедиться в том, что даже в наноструктурах, где потенциальные ямы размерно-квантованы, можно наблюдать интерференционные туннельные явления.

Отметим, что в этом случае степень наблюдения интерференционной картины описывается, т.е. контролируется только с параметрами барьера. Такое явление исчезает при подбарьерном переходе электронов тогда, когда $k_{j+2}(x_{j+2} - x_{j+1}) \gg 1$ (либо $k_{j+2}(x_{j+2} - x_{j+1}) \ll 1$). При этом

$$t_{j,j+4} = \frac{k_{j+4}}{k_j} \frac{1}{|T_{11}^{j,j+2}|^2} \quad (30)$$

где

$$|T_{11}^{(j,j+4)}|^2 = (4\tilde{k}_j \tilde{k}_{j+1} \tilde{k}_{j+2} \tilde{k}_{j+3})^{-2} e^{-2\kappa_{j+2}(x_{j+2} - x_{j+1})} \left[\tilde{k}_{j+1} \tilde{k}_{j+3} (\tilde{k}_j - \tilde{k}_{j+2}) (\tilde{k}_{j+2} - \tilde{k}_{j+4}) \right]^2 \quad (31)$$

если удовлетворяется условие $k_{j+1}(x_{j+1} - x_j) = \pi n_{j+1}$, $k_{j+3}(x_{j+3} - x_{j+2}) = \pi n_{j+3}$ и

$$|T_{11}^{(j,j+4)}|^2 = (4\tilde{k}_j \tilde{k}_{j+1} \tilde{k}_{j+2} \tilde{k}_{j+3})^{-2} e^{-2\kappa_{j+2}(x_{j+2} - x_{j+1})} \left[(\tilde{k}_{j+1}^2 - \tilde{k}_j \tilde{k}_{j+2}) (\tilde{k}_{j+3}^2 - \tilde{k}_{j+2} \tilde{k}_{j+4}) \right]^2 \quad (32)$$

если удовлетворяется только условие $k_{j+1}(x_{j+1} - x_j) = \frac{\pi}{2}(2n_{j+1} + 1)$, $k_{j+3}(x_{j+3} - x_{j+2}) = \frac{\pi}{2}(2n_{j+3} + 1)$, т.о. в симметричных структурах должна наблюдаться осцилляция коэффициента надбарьерного прохождения частицы в зависимости от ее энергии без учета условия Бастарда. Расчеты показывают, что при равных значениях ширины ямы и потенциального барьера, а также скачков потенциала барьера или ямы, амплитуда осцилляций коэффициента надбарьерного прохождения частиц больше, чем коэффициент прохождения над ямой.

В случае асимметричной структуры эти рассуждения остаются в силе, но физическая природа параметров, например, числа осцилляций, коэффициентов отражения и прохождения сильно зависит как от отношения эффективных масс электронов в соседних слоях, так и от отношения высоты левого и правого потенциального барьера (по отношению к яме).

Отметим, что в асимметричной (и в симметричной, но с различными эффективными массами электронов в различных слоях) полупроводниковой структуре должна наблюдаться осцилляция в зависимости коэффициента прохождения через потенциальный барьер от энергии электронов. Эта осцилляция обусловлена интерференцией волн, идущих к барьеру и отраженных от потенциального барьера. Такое интерференционное явление в структуре не исчезает даже в симметричной структуре из-за разности эффективных масс электронов, находящихся в различных областях структуры.

Данная работа частично финансирована грантом ОТ-Ф2-66.

Литература

1. Щука А. А. Нанозлектроника. – Москва, Физматкнига, 2007. – 465 с.
2. Младенов Г.М., Спивак В.М., Колева Е.Г., Богдан А.В. Нанозлектроника. В 2 кн. Кн. 1. Введение в нанозлектронные технологии. – Киев – София: Аверс, 2010. – 332 с.
3. Усанов Д.А., Скрипаль А.В. Физические основы нанозлектроники. – Саратов. 2013. – 128 с.
4. Bastard G. Wave mechanics applied to semiconductor heterostructures. *Les Editions de Physique. Les Ulis Cedex, France; New York, N Y: Halsted Press; 1988. – 317 p.*
5. Драгунов В.П., Неизвестный И.Г., Гридчин В.А. *Основы нанозлектроники: Учебное пособие* – Москва: Физматкнига, 2006. – 496 с.
6. Ivchenko E.L., Pikus G.E.. Superlattices and Other Heterostructures: Symmetry and Optical Phenomena, Springer Series in Solid-State Sciences. – Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg. 1995 – 657 p.
7. Гриняев С.Н., Чернышев В.Н. Особенности рассеяния электронов на гетерограницах $Al_x Ga_{1-x} As/AlAs(001)$. // Физика и техника полупроводников, 2003. – Т. 37. – №4. – С. 2057 – 2061.
8. Елесин В.Ф. Переходные процессы в двухбарьерных наноструктурах. // *Журнал экспериментальной и теоретической физики*, 2014. – Т. 145. – №6. – С. 1078 – 1086.
9. Елесин В.Ф., Катеев И.Ю. Высокочастотные свойства двухъямных наноструктур // Физика и техника полупроводников, 2008. – Т. 42. – №5. – С. 586 – 590.
10. Елесин В.Ф. Высокочастотный отклик двухъямных структур // *Журнал экспериментальной и теоретической физики*, 2005. – Т. 127. – №1. – С. 131 – 140.
11. Rasulov V.R. To the Theory of Electron Passage in a Semiconductor Structure Consisting of Alternating Asymmetric Rectangular Potential Wells and Barriers // *Russian Physics Journal*. – Springer. – 2017. – Vol. 59. – №10. – P. 1699 – 1702.

SUB-BARRIER AND ABOVE-BARRIER ELECTRON TRANSPORT THROUGH MULTILAYER SEMICONDUCTORS

V.R.Rasulov¹, R.Y.Rasulov¹, I.M.Eshboltaev², R.R.Sultonov²

Ilmiy xabarnoma. Fizika-matematika tadqiqotlari – Scientific Bulletin. Physical and Mathematical Research. 2019. 2. 30 – 39.

¹Fergana State University, Ferghana, 150100 (Uzbekistan). E-mail: fardu_info@umail.uz

²Kokand State Pedagogical Institute, Kokand, 150700, str. Turon, 23 (Uzbekistan). E-mail: kspi_info@edu.uz

Key words: semiconductor, multilayer structure, barrier, well, electron, transparency coefficient.

In the article the transparency coefficients of the semiconductor structure, consisting of alternating asymmetric potential barriers and wells, where the Bastard condition is taken into account, are calculated. It is shown that in the structure there should be an oscillation of the transmission coefficient of electrons depending on their energy, which is due to the interference of the de Broglie waves reaching the barrier and reflected from the potential barrier. The electronic states of a multilayer semiconductor structure consisting of alternating potential wells and barriers are analyzed.

It has been shown that both in the above-barrier and in the barrier passage of electrons, tunneling oscillations arise, which are associated with the interference of the reflected De Broglie waves. The amplitude, in this case, is determined not only by the values of the wave vectors,

but from the values of the effective masses of the current carriers. It has also been shown that this oscillation does not disappear even in symmetric structures if they have a difference in the effective masses of current carriers located in two neighbouring regions.

It was shown that in an asymmetric (and symmetric, but with different effective masses of electrons in different layers) semiconductor structure, oscillation should be observed depending on the coefficient of transmission through the potential barrier on the electron energy. This oscillation is due to the interference of waves traveling to the barrier and reflected from the potential barrier. Such an interference phenomenon in the structure does not disappear even in a symmetric structure due to the difference in the effective masses of electrons located in different regions of the structure.

References:

1. Shuka, A.A. (2007) *Nanoelektronika* [Nanoelectronics]. Moscow: Fizmatkniga.
2. Mladenov, G.M., Spivak, V.M., Koleva, E.G., Bogdan, A.V. (2010) *Nanoelektronika. Vvedenie v nanoelektronnye tekhnologii* [Nanoelectronics. Introduction to nanoelectronic technology]. In 2 book. Book 1. Kiev – Sofia. Avers.
3. Usanov, D.A., Skripal, A.V. (2013) *Fizicheskie osnovy nanoelektroniki* [Physical bases of nanoelectronics]. Saratov.
4. Bastard, G. (1988) *Wave mechanics applied to semiconductor heterostructures*. Les Editions de Physique. Les Ulis Cedex, France; New York, N.Y: Halsted Press.
5. Dragunov, V. P. Neizvestnyj, I.G., Gridchin, V.A. (2006) *Osnovy nanoelektroniki* [Basics of nanoelectronics]. Moscow: Fizmatkniga.
6. Ivchenko, E.L., Pikus, G.E. (1995) *Superlattices and Other Heterostructures: Symmetry and Optical Phenomena, Springer Series in Solid-State Sciences*. – Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg.
7. Grinyayev, S.N, Chernyshev, V.N. (2003) Osobennosti rasseyaniya elektronov na geterogranicah $Al_xGa_{1-x}As/AIAs(001)$ [Features of electron scattering at the $Al_xGa_{1-x}As / AIAs (001)$ heterointerfaces] *Fizika i tekhnika poluprovodnikov*. Vol. 37. Issue 4. Pp. 2057-2061.
8. Elesin, V.F. (2014) Perekhodnye processy v dvuhbar'ernykh nanostrukturah [Transients in two-barrier nanostructures]. *Zhurnal eksperimentalnoj i teoreticheskoy fiziki*. Vol. 145. Issue 6. Pp. 1078-1086.
9. Elesin, V.F., Kateev, I.Yu. (2008) Vysokochastotnye svoystva dvuh"yamnykh nanostruktur [High-frequency properties of double-well nanostructures]. *Fizika i tekhnika poluprovodnikov*. Vol. 42. Issue 5. Pp. 586-590.
10. Elesin, V.F. (2005) Vysokochastotnyj otklik dvuhyamnykh struktur [High-frequency response of double-hole structures] *Zhurnal eksperimentalnoj i teoreticheskoy fiziki*. Vol. 127. Issue 1. Pp. 131-140.
11. Rasulov V.R. (2017) To the Theory of Electron Passage in a Semiconductor Structure Consisting of Alternating Asymmetric Rectangular Potential Wells and Barriers. *Russian Physics Journal*. Vol. 59. Issue 10. Pp. 1699-1702.

Муаллифлар ҳақида маълумот:

Расулов Воҳоб Рустамович – Фарғона давлат университети физика кафедраси доценти, PhD. E-mail: vrrasulov83@gmail.com

Расулов Рустам Явқачович – Фарғона давлат университети физика кафедраси профессори, физика-математика фанлари доктори. E-mail: r_rasulov51@mail.ru

Эшболтаев Иқбол Мамиржонович – Қўқон давлат педагогика институти физика кафедраси катта ўқитувчиси, PhD. E-mail: iqboljon_808@mail.ru

Султонов Равшан Рустамович – Қўқон давлат педагогика институти физика кафедраси ўқитувчиси. E-mail: sultonov.ravshanbek@inbox.ru