

5-10-2019

The dependence of the electrical conductivity of the longitudinal oscillations of the band gap in narrow-gap semiconductors

Gafur Gulyamov

Namangan Institute of Engineering and Technology, gulyamov1949@mail.ru

Ulugbek Erkaboyev

Namangan Institute of Civil Engineering

Bakhodir Shakhobiddinov

Namangan Institute of Civil Engineering

Abror Davlatov

Namangan State University

Follow this and additional works at: <https://uzjournals.edu.uz/namdu>



Part of the [Physical Sciences and Mathematics Commons](#)

Recommended Citation

Gulyamov, Gafur; Erkaboyev, Ulugbek; Shakhobiddinov, Bakhodir; and Davlatov, Abror (2019) "The dependence of the electrical conductivity of the longitudinal oscillations of the band gap in narrow-gap semiconductors," *Scientific Bulletin of Namangan State University*. Vol. 1 : Iss. 1 , Article 1.

Available at: <https://uzjournals.edu.uz/namdu/vol1/iss1/1>

This Article is brought to you for free and open access by 2030 Uzbekistan Research Online. It has been accepted for inclusion in Scientific Bulletin of Namangan State University by an authorized editor of 2030 Uzbekistan Research Online. For more information, please contact sh.erkinov@edu.uz.

The dependence of the electrical conductivity of the longitudinal oscillations of the band gap in narrow-gap semiconductors

Cover Page Footnote

???????

Erratum

???????

ЗАВИСИМОСТЬ ОСЦИЛЛЯЦИИ ПРОДОЛЬНОЙ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТИ ОТ ШИРИНЫ ЗАПРЕЩЕННОЙ ЗОНЫ В УЗКОЗОННЫХ ПОЛУПРОВОДНИКАХ

Гафур Гулямов^{1,2}, Улугбек Эркабоев¹, Баходир Шахобиддинов², Аброр Давлатов³

¹Наманганский инженерно-технологический институт

²Наманганский инженерно-строительный институт

³Наманганский государственный университет

e-mail: gulyamov1949@mail.ru

Аннотация. Рассмотрены квантовые осцилляции продольной электропроводности в узкозонных полупроводниках. Построена теория температурной зависимости осцилляций продольной электропроводности в узкозонных полупроводниках с учетом термического уширения уровней Ландау. Получено общее выражение для осцилляций продольной проводимости узкозонных полупроводниках в квантующих магнитных полях. Полученные теоретические результаты сопоставлены с экспериментальными данными для Bi_2Se_3 .

Ключевые слова: осцилляция, электронный газ, уровней Ландау, плотность энергетических состояний, непараболический закон дисперсии.

ТОР ЗОНАЛИ ЯРИМЎТКАЗГИЧЛАРДА БЎЙЛАМА МАГНИТО ЭЛЕКТРОЎТКАЗУВЧАНЛИГИНИ ОСЦИЛЛЯЦИЯСИНИ ТАҚИҚЛАНГАН ЗОНА КЕНГЛИГИГА БОЎЛИҚЛИГИ

Гафур Гулямов^{1,2}, Улугбек Эркабоев¹, Баходир Шахобиддинов², Аброр Давлатов³

¹Наманган муҳандислик-технология институти

² Наманган муҳандислик-қурилиш институти

³Наманган давлат ниверситети

e-mail: gulyamov1949@mail.ru

Аннотация. Тор соҳали яримўтказгичларда бўйлама электр ўтказувчанлик квант осцилляцияси кўрилган. Ландау сатҳларининг термик кенгайишларини ҳисобга олган ҳолда тор соҳали яримўтказгичларда бўйлама электр ўтказувчанлик осцилляциясини ҳароратга боғлиқлигининг назарияси яратилди. Тор соҳали яримўтказгичларда бўйлама ўтказувчанлик осцилляцияси учун умумий ифода олинди. Олинган назарий натижалар Bi_2Se_3 учун бажарилган экспериментлар билан солиштирилди.

Калит сўзлар: осцилляция, электрон газ, Ландау сатҳлари, энергетик ҳолатлар зичлиги, дисперсиянинг непараболиклиги.

THE DEPENDENCE OF THE ELECTRICAL CONDUCTIVITY OF THE LONGITUDINAL OSCILLATIONS OF THE BAND GAP IN NARROW-GAP SEMICONDUCTORS

Gafur Gulyamov^{1,2}, Ulugbek Erkaboyev¹, Bakhodir Shakhobiddinov², Abror Davlatov³

1. Namangan Institute of Engineering and Technology

2. Namangan Institute of Civil Engineering

3. Namangan State University

Abstract: Oscillations of longitudinal electrical conductivity in narrow-gap semiconductors are considered. A theory was constructed of the temperature dependence of the oscillations of the longitudinal electrical conductivity in narrow-gap semiconductors taking into account the thermal broadening of Landau levels. A new formula for the oscillation of the longitudinal conductivity in narrow-gap semiconductors has been obtained. The obtained theoretical results are compared with the experimental data for Bi_2Se_3 .

Key words: Oscillations, electron gas, Landau levels, the density of energy states, the nonparabolic dispersion law

1. Введение

Известно, с помощью осцилляционных явлений можно определить основные физические величины (продольную электропроводность, магнитную восприимчивость, термоэдс и другие явления переноса) в квантующем магнитном поле. В частности, осцилляции продольной электропроводности и осцилляции магнитной восприимчивости позволяют получить ценную информацию об энергетических спектрах свободных электронов в полупроводниковых структурах. В сильном магнитном поле, продольная электропроводность определяется с помощью следующего выражения [1]:

$$\sigma_{zz} = -\frac{e^2}{2\pi^2 m} \hbar \omega_c \sum_N \int_{\hbar \omega_c/2}^{\infty} k_z^2 \tau_N(E) \frac{\partial f_0(E)}{\partial E} dk_z =$$
$$-\frac{(2m)^{\frac{1}{2}} e^2}{\pi^2 \hbar^3} \hbar \omega_c \int_{\hbar \omega_c/2}^{\infty} \sum_N \left[E - \left(N + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_c \right]^{1/2} \tau_N(E) \frac{\partial f_0(E)}{\partial E} dE \quad (1)$$

Здесь, N – число уровней Ландау, ω_c – циклотронная частота, $\tau_N(E)$ – время релаксации по импульсу. E – энергия свободного электрона в квантующем магнитном поле. Подынтегральный множитель $\frac{\partial f_0(E)}{\partial E}$ – производная по энергии от функции Ферми-Дирак и приобретает характер дельта – функции при низких температурах.

Из формулы (1) видно, что эффективная масса получила постоянное значение, то есть это выражение применимо только для параболического закона дисперсии. Но, если закон дисперсии является непараболическим (Кейновским законом дисперсии), тогда эффективная масса сильно зависит от энергии ($m^*(E)$). В известных литературах, наблюдались большинство экспериментальных и теоретических $m^*(E)$ в узкозонных полупроводниках [2-4].

В последнее время, сделано много экспериментов по осцилляции продольной электропроводности и осцилляциям магнитной восприимчивости в узкозонных полупроводниках [5-8]. В этих работах исследованы квантовые осцилляционные явления при постоянных температурах. Однако, до сих пор, не разработана конкретная теория для этих процессов в узкозонных полупроводниках при разных температурах.

Целью настоящей работы является исследование осцилляций продольной электропроводности в узкозонных полупроводниках при разных температурах.

2. Теория

2.1. Зависимость осцилляции продольной электропроводности от ширины запрещенной зоны в узкозонных полупроводниках

Рассмотрим осцилляции продольной электропроводности в узкозонных полупроводниках. При квантуемом магнитном поле энергия электронов зоны проводимости определяется следующим выражением [1]:

$$E_{N\pm} = -\frac{E_g}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{E_g^2 + 4E_g \left[\left(N + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_c + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m_n} \pm \frac{g_0 \mu_B H}{2} \right]} \quad (2)$$

Где, E_N – энергии электронов зоны проводимости в квантуемом магнитном поле с непараболическим законом дисперсии. E_g – ширина запрещенной зоны узкозонных полупроводников.

Теперь, мы определяем k_z из формулы (2), без учета спина. Отсюда, найдем k_z^2 :

$$k_z^2 = \frac{2m}{\hbar^2} \left[\frac{E_N^2}{E_g} + E_N - \left(N + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_c \right] \quad (3)$$

Из (3), определяем волновую функцию по оси Z с непараболическим законом дисперсии:

$$k_z = \frac{\sqrt{2m}}{\hbar} \sqrt{\frac{E_N^2}{E_g} + E_N - \left(N + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_c} \quad (4)$$

Дифференцируя формулу (4) получим следующее выражение:

$$dk_z = \frac{\sqrt{2m}}{\hbar} \frac{\frac{2E_N}{E_g} + 1}{2 \sqrt{\frac{E_N^2}{E_g} + E_N - \left(N + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_c}} \quad (5)$$

Подставляя (3) и (5) в (1) определяем выражение для продольной электропроводности в узкозонных полупроводниках:

$$\sigma_{zz} = A \cdot \hbar \omega_c \int_{\hbar \omega_c / 2}^{\infty} \sum_N \left(\frac{2E_N}{E_g} + 1 \right) \left[\frac{E_N^2}{E_g} + E_N - \left(N + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_c \right]^{1/2} \tau_N(E) \frac{\partial f_0(E)}{\partial E} dE \quad (6)$$

$$A = -\frac{(2m)^{1/2} e^2}{\pi^2 \hbar^3}$$

Как видно из формулы (6), если $E_g \rightarrow \infty$ то $\frac{2E_N}{E_g} \rightarrow 0$ и $\frac{E_N^2}{E_g} \rightarrow 0$, тогда формула (6) переходит в (1).

Время релаксации берём в следующем виде: $\tau = \tau_0 E^r$. Показатель степени r имеет различные значения для разных механизмов рассеяния. Например, в случае

рассеяния на акустических колебаниях и ионах примеси показатель степени равен $-1/2$ и $3/2$ [9].

Теперь, проанализируем осцилляции продольной электропроводности для разных узкозонных полупроводников с непараболическим законом дисперсии. Формула (6) позволяет графически проанализировать зависимость $\sigma_{zz}(E, H, T, E_g)$. На рис.1 приведена зависимость осцилляций продольной электропроводности от сильного магнитного поля в InSb. Здесь, $T=1$ К, $E_g=0.234$ eV [10] и число уровней Ландау в зоне проводимости равно $N=10$. Как видно из этого рисунка, с ростом индукции магнитного поля, амплитуды осцилляции продольной электропроводности увеличивается. Также, из рисунка видно, что величина амплитуды осцилляции проводимости равна 10. Каждая осцилляция амплитуды продольного электропроводности соответствует одному дискретному уровню Ландау. С ростом температуры амплитуда осцилляции продольной электропроводности уменьшается.

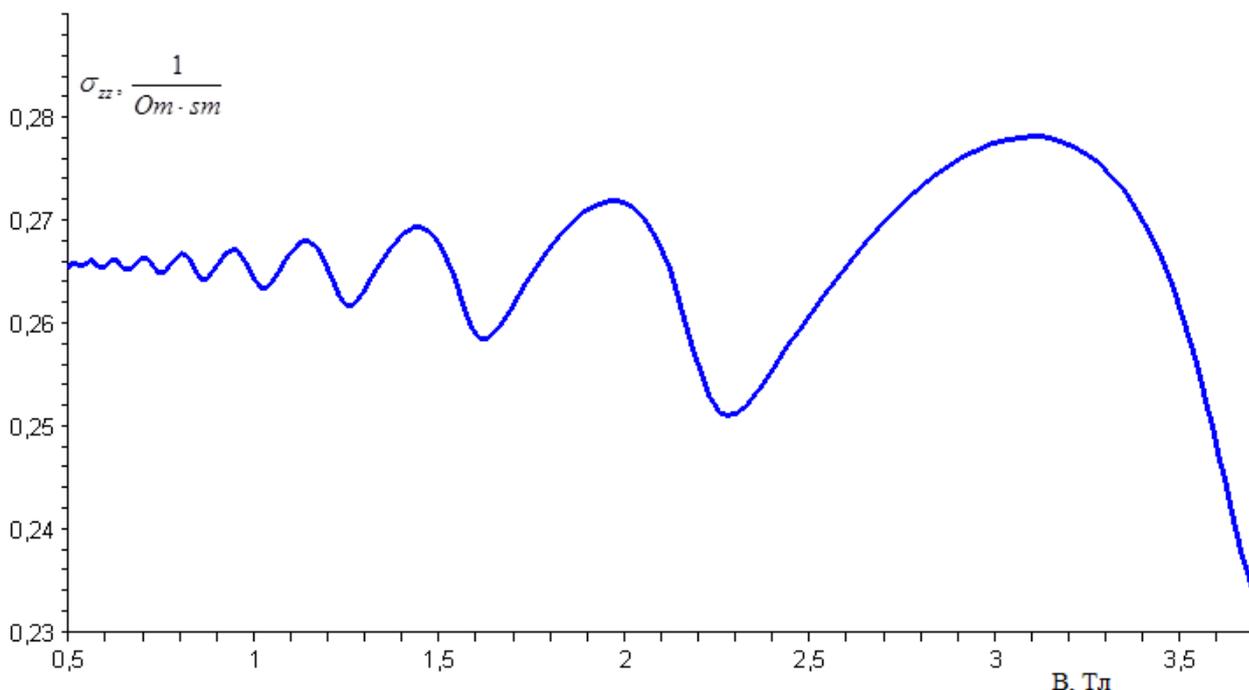


Рис.1. Осцилляции продольной электропроводности в InSb при $T=1$ К, вычисленные по формуле (6)

Теперь с помощью формулы (6), сравним осцилляции продольной электропроводности для разных значений запрещенной зоны. На рис.2 приведено осцилляционные явления для InSb и InAs при постоянной температуры. Здесь, $T=4$ К, $E_g=0.234$ eV [10] для InSb, $E_g=0.414$ eV [10] для InAs и число уровней Ландау в зоне проводимости равно $N=12$. Как видно из этого рисунка, с ростом ширины запрещенной зоны, можно наблюдать перемещение графика осцилляций вниз. Например, осцилляции продольной электропроводности при $E_g=0.234$ eV, $B=0.5$ Tл, $T=1$ К равно $\sigma_{zz} = 0.266 \frac{1}{\text{Om} \cdot \text{sm}}$. Продольная электропроводность при $E_g=0.414$ eV, $B=0.5$ Tл, $T=1$ К равно

$\sigma_{zz} = 0.246 \frac{1}{Om \cdot sm}$ (Рис.2). Отсюда следует, что с помощью ширины запрещенной зоны узкозонных полупроводников при постоянных температурах можно управлять осцилляции продольной электропроводности.

Таким образом, из рис.2 видно, сильная зависимость продольной электропроводности от ширины запрещенной зоны узкозонных полупроводников. Но, как видно из формулы (1), для спектра с параболическим законом дисперсии осцилляции продольной электропроводности не зависит от ширины запрещенной зоны.

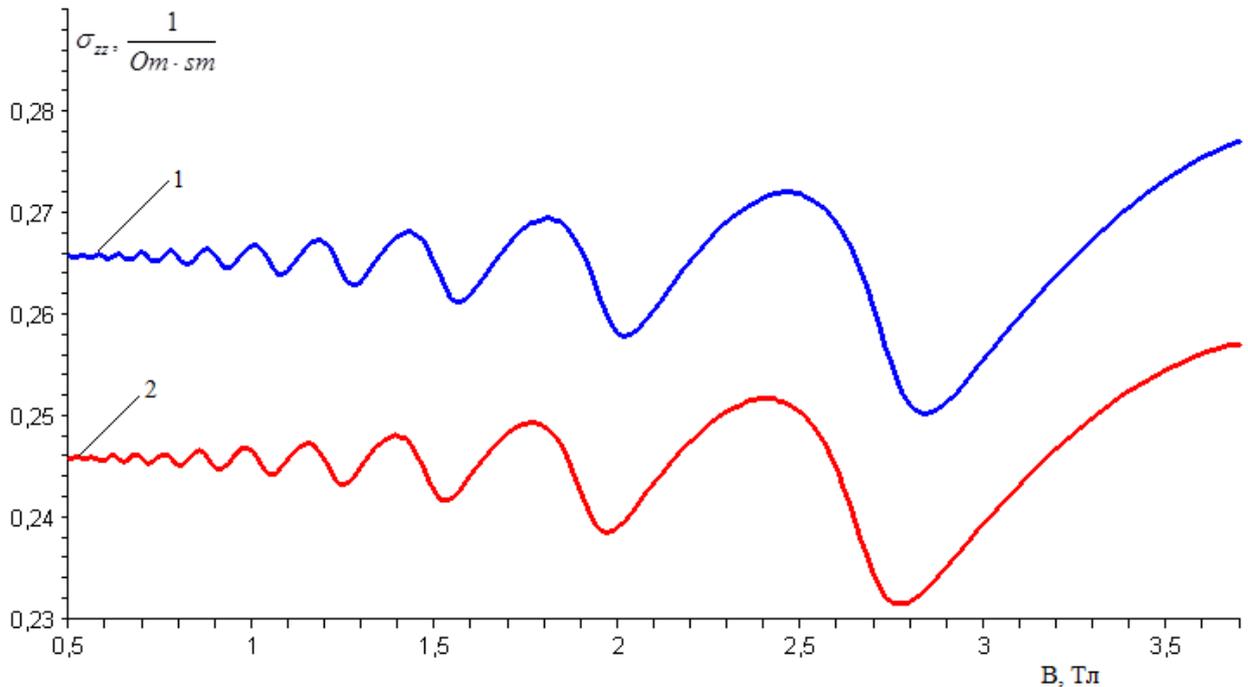


Рис.2. Осцилляции продольной электропроводности в узкозонных полупроводниках при $T=1$ К, вычисленные по формуле (6). 1 – для InSb; 2 – для InAs.

2.2. Температурная зависимость осцилляции продольной электропроводности в узкозонных полупроводниках.

Рассмотрим температурную зависимость осцилляций продольной электропроводности в узкозонных полупроводниках. Графики на рис.1 и рис.2, получены при низких температурах и сильных магнитных полях. В этом случае уровни Ландау проявляется резко и термические уширения очень слабые. Уширения дискретных уровней описывается производной функции распределения Ферми-Дирака $\left(\frac{\partial f(E, \mu, T)}{\partial E}\right)$ по энергии. Чтобы учитывать температурную зависимость осцилляции продольной электропроводности, разложим $\sigma_{zz}(E, H, T, E_g)$ в ряд по производной функции распределение Ферми-Дирака $\left(\frac{\partial f(E, \mu, T)}{\partial E}\right)$. Тогда осцилляции продольной электропроводности, будут, зависеть от температуры.

Как известно, ширины запрещенной зоны полупроводников сильно зависит от температуры ($E_g(T)$) [10-15]. Температурную зависимость ширины запрещенной зоны полупроводников можно определить с помощью эмпирического соотношения Варшни [10,11] или аналитического выражения Фэна [11] и других соотношений. Например, эмпирические соотношения Варшни имеют следующий вид [10,11]:

$$E_g(T) = E_g(0) - \frac{\alpha_1 T^2}{\alpha_2 + T} \quad (7)$$

Здесь, $E_g(0)$ - ширина запрещенной зоны при $T=0K$, α_1 и α_2 - эмпирические параметры.

Производная функции Ферми-Дирака по энергии определяется следующим выражением:

$$\frac{\partial f_0(E, \mu, T)}{\partial E} = -\frac{1}{kT} \frac{\exp\left(\frac{E-\mu}{kT}\right)}{\left(\exp\left(\frac{E-\mu}{kT}\right) + 1\right)^2} \quad (8)$$

Отсюда, подставляя (7) и (8) в (6), получаем температурную зависимость осцилляций продольной электропроводности в узкозонных полупроводниках в присутствии сильного магнитного поля:

$$\sigma_{zz}(E, H, T, E_g(T)) = A \cdot \hbar \omega_c \cdot$$

$$\int_{\hbar \omega_c/2}^{\infty} \sum_N \tau_0 E^r \left(\frac{2E_N}{E_g(0) - \frac{\alpha_1 T^2}{\alpha_2 + T}} + 1 \right) \left[\frac{E_N^2}{E_g(0) - \frac{\alpha_1 T^2}{\alpha_2 + T}} + E_N - \left(N + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_c \right]^{-1/2} \frac{\partial f_0(E, \mu, T)}{\partial E} dE \quad (9)$$

Таким образом, появляется возможность вычисления осцилляции продольной проводимости в узкозонных полупроводниках при разных температурах. Построим графики зависимости $\sigma_{zz}(E, H, T, E_g(T))$ с помощью формулы (9). На рис.3 показаны осцилляции продольной электропроводности в InSb при температурах $T=1K$, $25K$ и $77K$. Здесь, индукции магнитного поля изменяется в интервале $B = 0.5 Tл \div 3 Tл$. При температуре $T=1K$, $kT=0.086 meV$ и $\hbar \omega_c = 10 meV$, $\frac{\hbar \omega_c}{kT} = 0,12 \cdot 10^3 = 120$. В этом случае, термические уширения не проявляются. Таким образом, осцилляции продольной электропроводности наблюдаются при температурах $kT \ll \hbar \omega_c$. Из рис.3 видно, что при температуре $77 K$ амплитуды осцилляции продольной электропроводности практически не заметны и совпадают с $\sigma_{zz}(E, H, T, E_g(T))$ в отсутствии магнитного поля.

На рис.4 сравнивается температурная зависимость осцилляций продольной электропроводности разных узкозонных полупроводников. Как видно из графиков (рис.4), при высоких температурах дискретный спектр энергетических состояний превращается сплошной спектр в зоны проводимости.

Таким образом, получено общее выражение для осцилляций продольной электропроводности в узкозонных полупроводниках. Это выражение учитывает

ее температурную зависимость. С помощью этих теорий можно объяснить несколько экспериментальных данных.

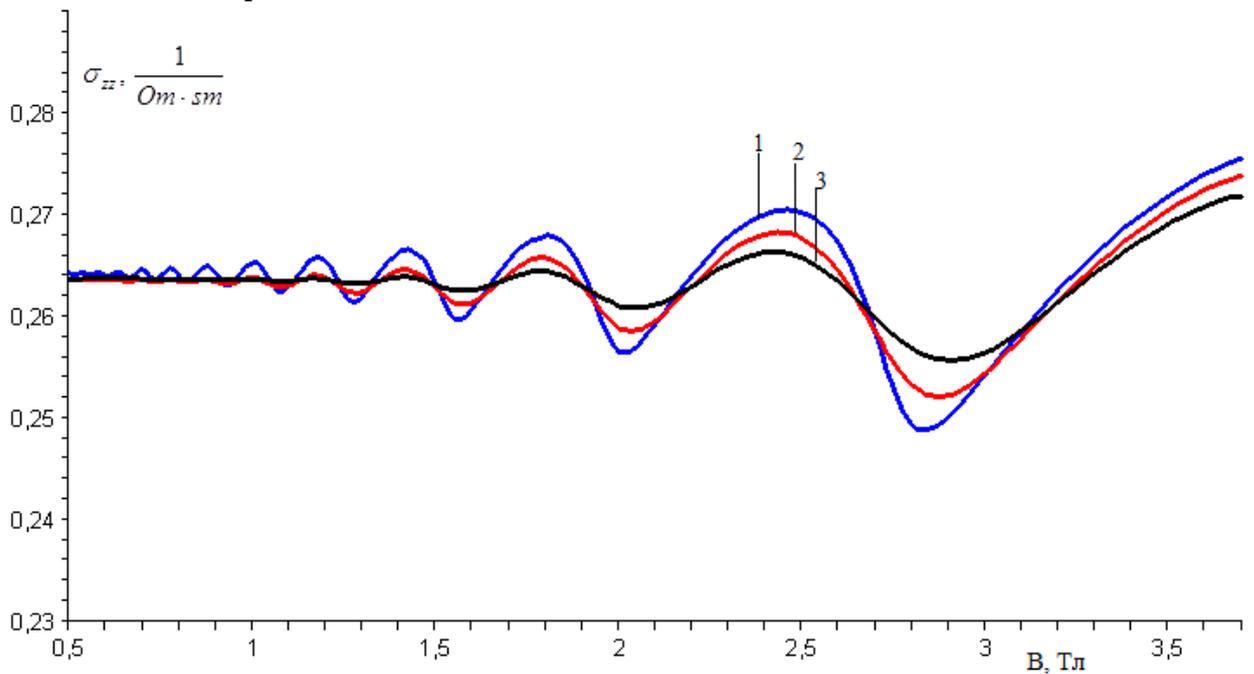


Рис.3. Температурная зависимость осцилляции продольной электропроводности в InSb, вычисленные по формуле (9). 1 – T=1K; 2 – T=25 K; 3 – T=77 K.

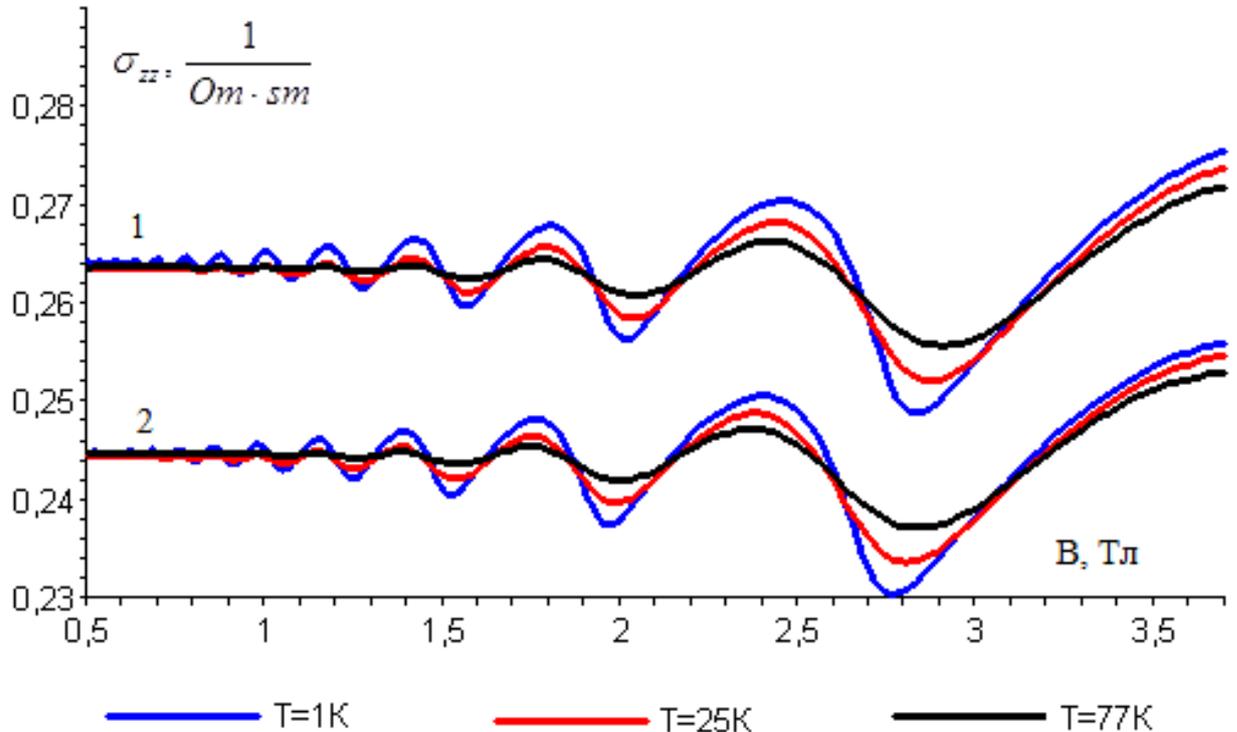


Рис.4. Температурная зависимость осцилляции продольной электропроводности в разных узкозонных полупроводниках, вычисленные по формуле (9). 1 – для InSb; 2 – для InAs.

3. Сравнение теории с экспериментальными результатами

Проанализируем осцилляции продольной проводимости конкретных узкозонных материалов в квантующем магнитном поле. Для единичного объема полупроводников выполняется следующее условие:

$$R_{zz}((E, H, T, E_g(T))) \approx \rho_{zz}((E, H, T, E_g(T))) = \frac{1}{\sigma_{zz}(E, H, T, E_g(T))} \quad (10)$$

Здесь, R_{zz} – продольное магнетосопротивление.

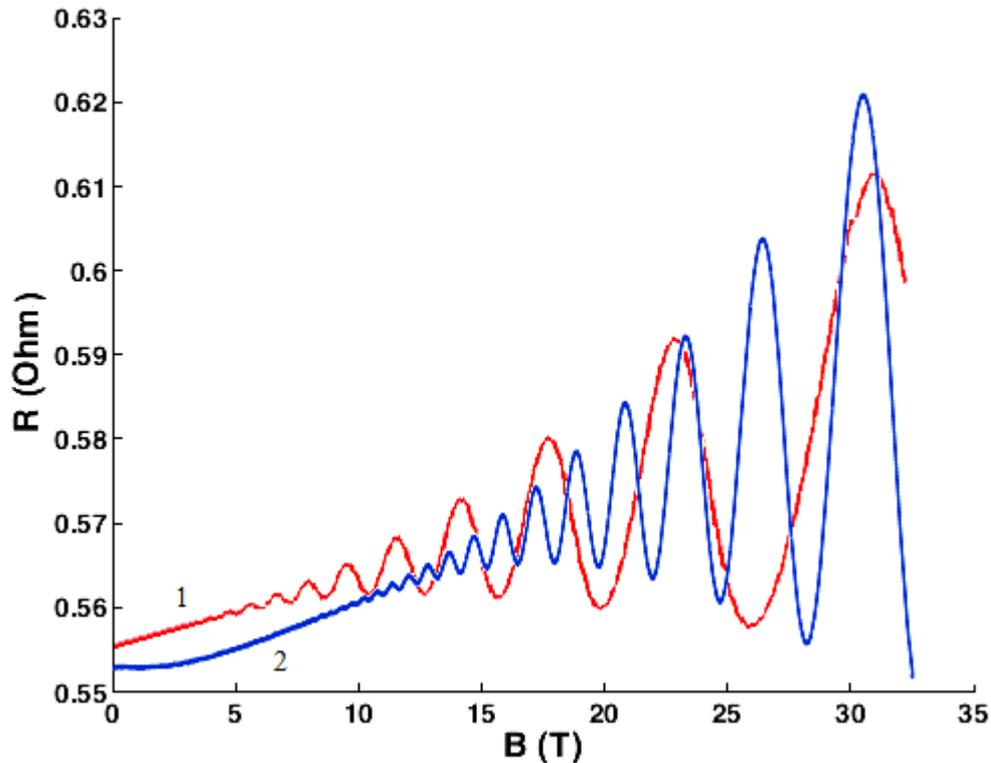


Рис.5. Осцилляции продольного магнетосопротивления в Bi_2Se_3 при $T=4.2$ К.

1 – теория, вычисленные по формуле (10); 2 – эксперимент [8].

На рис.5 результаты теоретических расчетов сравниваются с экспериментальными данными для Bi_2Se_3 [8] при температуре измерения $T=4.2$ К, $E_g(T)=0.15$ eV [16] и при интервале индукции магнитного поля $B = 0 \div 32$ Тл. Теоретическая кривая для $R_{zz}((E, H, T, E_g(T)))$, получена с помощью формулы (10). Как видно из этого рисунка, не наблюдаются дискретные уровни Ландау в интервале индукции магнитного поля $B = 5 \div 10$ Тл в графике эксперимента. Но, осцилляции продольного магнетосопротивления в теоретической кривой проявляется именно этом интервале индукции магнитного поля. А также, используя формулу (10), можно вычислить осцилляции продольного магнетосопротивления в Bi_2Se_3 при разных температурах. Как видно из рис.5, теоретическая кривая и экспериментальные данные хорошо согласуются.

Заключение

На основе проведенного исследования можно сделать следующие заключения: Исследованы осцилляции продольной электропроводимости в узкозонных полупроводниках при разных температурах. Получено интегральное

выражение продольной электропроводимости в узкозонных полупроводниках с учетом термического уширения уровней Ландау. Получена формула зависимости осцилляции продольной электропроводимости от ширины запрещенной зоны узкозонных полупроводников. С помощью предложенной формулы исследованы экспериментальные результаты Bi_2Se_3 . Используя формулу (10), объяснены экспериментальные осцилляции продольной электропроводимости в узкозонном полупроводнике Bi_2Se_3 .

References:

1. I.M. Tsidilkovskiy. *Elektroni i dirki v poluprovodnikax*. M., «Nauka», 1972, s. 447.
2. C. Y. Lin, S.T.Chang, C. W. Liu. Hole effective mass in strained $\text{Si}_{1-x}\text{C}_x$ alloys.// *Journal of applied physics*.2004.-Vol.96, No.9, p. 5037-5041.
3. G.P.Chuiko, D.M.Stepanchikov. Geometrical way of determination of effective masses and densities of states within generalized Kildal's model.// *Physics and chemistry of solid state*. 2008.-Vol.9, No.2, p.312-318.
4. L.P.Zverev, V.V.Krujaev, G.M.Minkov, O.E.Rut. O vozmojnosti ispolzovaniya tunnel'noy spektroskopii dlya opredeleniya energeticheskoy zavisimosti effektivnoy massi v poluprovodnikax.// *Pisma v JETF*. 1980.-T.31, vip. 3, s. 169-172.
5. M. Ben Shalom, A. Ron, A. Palevski and Y. Dagan. Shubnikov-de Haas oscillations in $\text{SrTiO}_3/\text{LaAlO}_3$ interface // *Physical Review letters*, Vol.105, 206401 (2010).
6. T. Helm, M.V. Kartsovnik, M. Bartkowiak, N. Bittner, M. Lambacher, A. Erb, J. Wosnitza and R. Gross. Evolution of the Fermi Surface of the Electron-Doped high-temperature superconductor $\text{Nd}_{2-x}\text{Ce}_x\text{CuO}_4$ revealed by Shubnikov-de Haas oscillations // *Physical Review letters*, Vol.103, 157002 (2009)
7. Ning Tang, Bo Shen, Kui Han, Fang-Chao Lu, Zhi-Xin Qin and Guo-Yi Zhang. Abnormal Shubnikov-de Haas oscillations of the two-dimensional electron gas in $\text{AlGa}_{1-x}\text{N}/\text{GaN}$ heterostructures in tilted magnetic fields // *Physical Review B*, Vol.79, 073304 (2009)
8. M. Petrushevsky, E.Lahoud, A.Ron, E.Maniv, I.Diamant, I.Neder, S.Wiedmann and Y.Dagan. Probing the surface in Bi_2Se_3 using the Shubnikov-de Haas effect // *Physical Review B*, Vol.86, 045131 (2012)
9. Н.Б.Брандт, В.А.Кульбачинский. Квазичастицы в физике конденсированного состояния. М., «Физматлит», 2007.-с.297.
10. R.Pässler. "Parameter sets due to fittings of the temperature dependencies of fundamental band gaps in semiconductors" *Phys. stat. sol.(b)*, Vol.216, pp.975-990, 1999 y.
11. I.A.Vaynshteyn, A.F.Zatsepin, V.S.Kortov. O primenimosti empiricheskogo sootnosheniya Varshni dlya temperaturnoy zavisimosti shiriny zaprezhennoy zony // *FTT*, tom 41, vypusk 6. Str. 994-998, 1999 g
12. G.Gulyamov, U.I.Erkaboev, N.Yu.Sharibaev. "Effect of temperature on the thermodynamic density of states in a quantizing magnetic field", *Semiconductors*, Vol. 48, No.10, pp.1323-1328, 2014.

13. G.Gulyamov, U.I.Erkaboev, N.Yu.Sharibaev. "The de Haas-van Alphen effect at high temperatures and in low magnetic fields in semiconductors", *Modern physics letters B*, Vol. 30, No.7. Article ID 1650077. 7 pages, 2016
14. G.Gulyamov, U.I.Erkaboev, A.G.Gulyamov. "Influence of pressure on the temperature dependence of quantum oscillation phenomena in semiconductors", *Advances in condensed matter physics*, Vol.2017. Article ID 6747853, 6 pages, 2017.
15. G.Gulyamov, U.I.Erkaboev, P.J.Baymatov. "Determination of the density of energy states in a quantizing magnetic field for model Kane" *Advances in condensed matter physics*, Vol.2016. Article ID 5434717. 5 pages, 2016.
16. A.N. Veys, L.N. Luk'yanova, V.A. Kutasov. Shirina zapreshennoy zoni i tip opticheskix perexodov na poroge mejzonnoy poglosheniya v tverdex rastvorax na osnove tellurida vismuta // FTT, T.54, Выр.11, str.2051-2057. 2012 g